

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abderrahmane MIRA de Bejaia
Faculté des Sciences Exactes
Département de Physique – Domaine Science de la Matière

Polycopié de cours

Optique Géométrique

Destiné aux étudiants de 2^{re} Année Licence Physique

Présenté par :

Dr. Hakim YALA

Année universitaire 2024/2025

Sommaire

Introduction

1. Généralités.....	2
1.1 Nature de la lumière.....	2
1.2 Sources lumineuses.....	2
1.3 Notion de faisceau et de rayon lumineux.....	2
1.4 Source polychromatique et source monochromatique.....	3
1.5 Caractéristique d'un milieu optique.....	4
1.5.1 Milieux transparent, homogène, isotrope.....	4
1.5.2 Indice d'un milieu.....	4
2. Principes et lois de l'optique géométrique	
2.1 Propagation rectiligne de la lumière.....	5
2.2 Principe de retour inverse de la lumière.....	5
2.3 Lois de Snell – Descartes.....	5
2.3.1 Lois de la réflexion.....	6
2.3.2 Lois de la réfraction.....	7
2.3.3 Cas limites.....	7
2.4 Principe de Fermat.....	8
2.4.1 Notion de chemin optique.....	8
2.4.2 Enoncé du principe de Fermat.....	8
3. Système optique	
3.1 Définition.....	8
3.2 Notion d'objet et d'image.....	9
3.3 Réalité et virtualité des objets et des images.....	9
3.3.1 Objet réel et image réelle.....	9
3.3.2 Objet virtuel et image virtuelle.....	9
3.4 Stigmatisme.....	10
3.5 Systèmes centrés focaux.....	10
3.6 Approximation de Gauss.....	11
3.7 Caractéristiques d'une image.....	11
3.8 Grandissement.....	11
4. Éléments d'optique géométrique	
4.1 Miroir plan.....	12
4.2 Miroirs sphériques.....	13
4.2.1 Définition.....	13
4.2.2 Construction géométrique des images.....	13
4.2.3 Relation de conjugaison des miroirs sphériques.....	15
4.3 Dioptrès.....	17
4.3.1 Dioptre plan.....	17

4.3.2	Lame à faces parallèles.....	18
4.3.3	Dioptres sphériques.....	19
4.3.3.1		19
4.3.3.2	Convergence et divergence d'un dioptre sphérique.....	20
4.3.3.3	Relation de conjugaison.....	21
4.3.3.4	Les foyers.....	23
4.3.3.5	Construction géométrique des images.....	24
4.3.3.6	Grandissement.....	25
4.4	Le Prisme.....	25
4.4	Les lentilles minces.....	33
5.	Quelques instruments d'optiques	
5.1	L'œil humain.....	40
5.2	La loupe.....	45
5.3	Le microscope.....	46

Bibliographie

Introduction

L'optique a progressé et évolué à travers quatre générations : l'optique conventionnelle, la micro – optique, l'optique intégrée et récemment la nano – optique (nanophotonique).

Bien qu'elle soit une science très ancienne, elle n'a connu son véritable essor que durant le dernier quart du siècle dernier. Les premiers travaux ont été attribués à l'école d'Alexandrie (Euclide ; 325 – 265 Av. J.-C). Cependant, la réforme de l'optique a été entreprise par les savants musulmans de la période médiévale avec, à leur tête Al – Kindi (801 – 873) et surtout Ibn Al – Haytham (Kitab Al Manazir – le livre de l'optique) connu sous le nom d'Alhazen (965 - 1040). Cet illustre savant a véritablement posé les bases de l'optique moderne avec son approche expérimentale de la propagation de la lumière. C'est lui qui a distingué pour la première fois entre l'optique géométrique et l'optique physiologique. Il a, en effet, introduit l'expérimentation dans la physique et surtout apporté les bases pour comprendre les phénomènes lumineux et maîtriser la propagation (réflexion et réfraction) de la lumière, dont la loi a été obtenue par son prédécesseur Ibn Sahl (connue aujourd'hui sous le nom des lois de Snell – Descart).

L'œuvre d'ibn Al Haytham qui était une référence incontournable jusqu'au 17^{ème} siècle, a influencé les travaux sur l'optique de la plupart des savants de la renaissance, tels que Roger Bacon (1214 – 1292) et Johannes Kepler (1571 – 1630).

Parmi les savants qui ont contribué à l'évolution de l'optique, on peut citer également Galilée (1564 – 1642), Snell (1580 – 1626), Descart (1596 - 1650), Newton (1642 – 1727), Young (1773 – 1829), Fresnel et Malus à la même époque, Maxwell (1831 – 1879), Einstein (1879 – 1955),...

Cependant, ni l'ouverture de la voie de développement de l'optique moderne, ni ce qui est sortie de celle-ci au cours du 17^{ème} siècle n'a marqué une rupture fondamentale avec le passé. La transition du moyen âge à l'optique moderne a été une évolution et non pas une révolution.

Optique géométrique

Dans ce cours, nous nous intéresserons à l'optique géométrique, partie de l'optique qui étudie les phénomènes lumineux auxquels est sensible l'œil. L'optique géométrique est fondée sur la propagation rectiligne, la réflexion et la réfraction de la lumière ; elle explique la formation des images et comporte l'étude des principaux instruments d'optiques ; Elle est à la base de toute l'optique instrumentale, depuis les verres correcteurs jusqu'aux microscopes les plus perfectionnés.

1. Généralités

1.1. Nature de la lumière

La lumière est une onde électromagnétique. Sa propagation est régie par les équations de Maxwell (théorie électromagnétique). Les grandeurs caractéristiques d'une onde lumineuse sont sa longueur d'onde et sa fréquence. En optique géométrique, on traite les ondes EM comme des rayons et on ignore leur caractère ondulatoire. La validité de cette théorie repose sur la petitesse de la longueur d'onde devant les dimensions du système optique.

L'aspect ondulatoire ne se manifeste que dans les phénomènes d'interférences et de diffraction (se bute sur l'explication de l'effet photo – électrique), par contre l'aspect corpusculaire est adapté pour décrire les interactions lumière – matière. Donc la lumière n'est ni une onde, ni un ensemble de particules (photons) mais les deux à la fois ; dualité onde – corpuscule.

1.2. Sources lumineuses

Tout corps qui émet de la lumière est une source lumineuse. On distingue deux types de sources :

- Source principale : objets qui sont lumineux par eux – mêmes (soleil, bougie, lampe,...)
- Source secondaire : objets qui diffusent ou qui renvoient la lumière reçue dans toutes les directions (la lune, les planètes, les murs,...)

On appelle **source ponctuelle** un objet lumineux dont on peut négliger les dimensions, i.e. qu'on peut assimiler à un point géométrique (Exp. Une étoile infiniment éloignée).

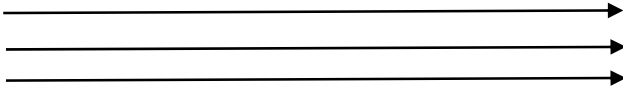
1.3. Notion de faisceau et de rayon lumineux

En pratique, il est impossible d'isoler un rayon lumineux. On pourrait penser y parvenir en faisant passer la lumière, issue d'une source ponctuelle, à travers un trou très petit. Cependant, l'expérience montre qu'il n'en est rien ; le trou se comporte comme une source qui envoie de la lumière dans toutes les directions : c'est le phénomène de diffraction.

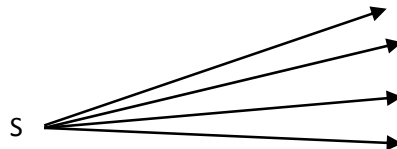
Toutefois, la notion de rayon lumineux est essentielle car elle constitue la base de l'optique géométrique. En effet, on peut considérer qu'un faisceau lumineux est composé de rayons ; cela permet de rendre compte du fonctionnement de tous les systèmes optiques (miroir, lentille, prisme,...) en dessinant la marche de quelques rayons ; les résultats obtenus sont toujours en accord avec ceux de l'expérience.

On distingue trois types de faisceaux :

-
- Faisceau de rayons parallèles ou cylindrique

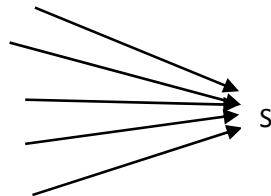


- Faisceau de rayons divergents



Tous les rayons sortent de S

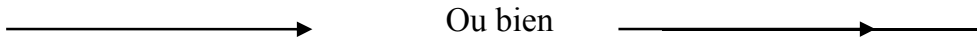
- Faisceau de rayons convergents



Tous les rayons passent par S

Remarque :

Un rayon lumineux est représenté par une droite sur laquelle on indique par une flèche le sens de propagation de la lumière.



1.4. Source polychromatique et source monochromatique

- Une source polychromatique est une source capable d'émettre une étendue de radiations. Il est donc possible de décomposer son spectre en plusieurs radiations, dont chacune d'elles est caractérisée par sa fréquence ou bien sa longueur d'onde.
- Une source monochromatique est une source capable d'émettre une seule radiation. Celle-ci est dite simple ou monochromatique, car elle est impossible de la décomposer en d'autres radiations.

La lumière blanche, visible par l'œil humain, n'occupe qu'une infime partie du spectre électromagnétique. Elle s'étend sur des longueurs d'ondes allant de $380nm$ (violet) à $780nm$ (rouge) environ.

1.5.Caractéristique d'un milieu optique

1.5.1. Milieux transparent, homogène, isotrope

Un milieu est dit :

- **transparent** s'il laisse passer la lumière, Exp. : l'eau, le verre, le cellophane...
(Par opposition à un milieu opaque, Exp. : bois, acier,...) ;

- **homogène** si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de l'espace ;

- **isotrope** si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de la direction selon laquelle se propage le rayon lumineux.

1.5.2. Indice d'un milieu

La lumière se propage dans le vide à la vitesse

$$C = 2,99792458.10^8 \text{m/s} \simeq 3.10^8 \text{m/s}$$

Dans un milieu matériel, la lumière interagit avec la matière, ce qui a pour effet de diminuer sa vitesse de propagation, $v < C$. C'est le phénomène de **dispersion** ; un tel milieu est appelé **milieu dispersif**.

Air ou vide	eau	verre
300 000 km/s	225 000 km/s	200 000 km/s

La lumière se propage dans les milieux transparents différents à des vitesses différentes. Ceci est caractérisé par la notion de l'indice optique ou l'indice de réfraction du milieu.

Définition :

Par définition, l'indice optique n_j d'un milieu j est égal au rapport de la vitesse de la lumière C dans le vide et de la vitesse de la lumière v_j dans le milieu j considéré:

$$n_j = \frac{C}{v_j}$$

Plus l'indice d'un milieu est élevé, plus le milieu est **réfringent**.

Quelques valeurs de n :

Air	eau	Ethanol	verres	benzène	dimant
1	1.33	1.36	$1.5 < n < 1.8$	1.6	2.4

L'indice de réfraction n reflète la tendance de la matière à ralentir la propagation de la lumière.

Remarques :

- La longueur d'onde λ d'une radiation dans un milieu d'indice $n > 1$ est :

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{C} \cdot C \cdot T = \frac{\lambda_0}{n}$$

Où $T = \frac{1}{\nu}$ est la période de la radiation dans le vide (de fréquence ν et de longueur d'onde λ_0)

Les longueurs d'ondes λ dans un milieu sont comprimées. Les grandeurs ν et λ d'une radiation dépendent du milieu traversé par celle-ci, à l'inverse de sa période T et de sa fréquence ν .

- Dans un milieu transparent inhomogène, l'indice optique n dépend du point de l'espace considéré dans ce milieu.

2. Principes et lois de l'optique géométrique

2.1. Propagation rectiligne de la lumière

Dans le même milieu transparent, homogène et isotrope j , d'indice de réfraction n_j , la lumière, pour aller d'un point A à un point B , suit une trajectoire rectiligne (se propage en ligne droite). Les rayons lumineux, constituant le faisceau lumineux, n'interagissent pas entre eux.

2.2. Principe de retour inverse de la lumière

Que la lumière se propage de A vers B ou de B vers A , elle emprunte la même trajectoire ; dans un milieu transparent et isotrope, le trajet de la lumière est indépendant du sens de sa propagation (parcours).

2.3. Lois de Snell – Descartes

Définitions :

Lorsque la lumière arrive sur une surface de séparation de deux milieux, trois phénomènes sont observés (voir figure 1) :

- La lumière est renvoyée dans toutes les directions, c'est le phénomène de **diffusion**.

- La lumière est renvoyée suivant une direction privilégiée, c'est le phénomène de la **réflexion**.
- La lumière pénètre dans le second milieu et change de direction, c'est le phénomène de **réfraction**.

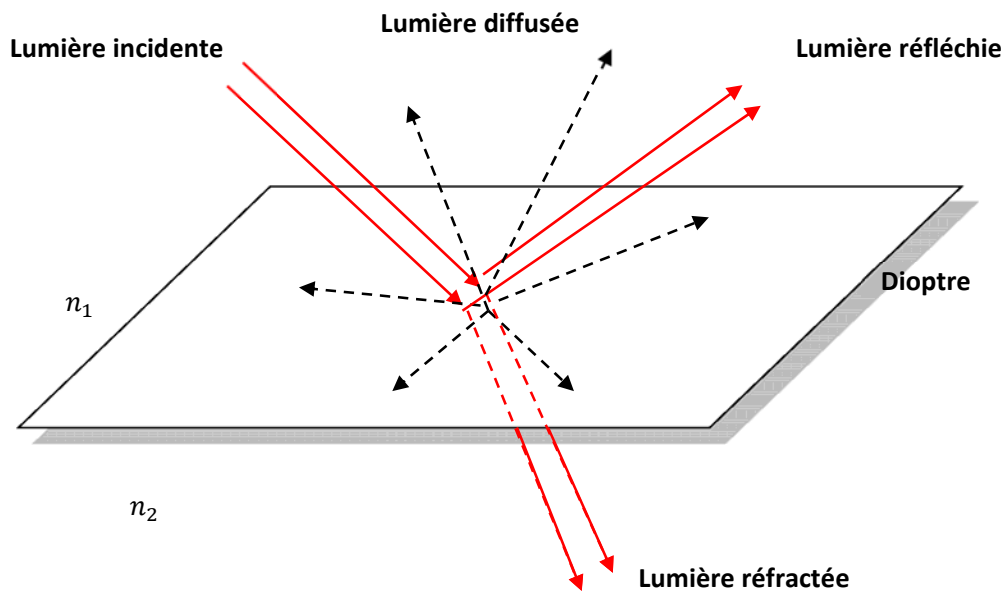


Fig.1 : comportement de la lumière au passage d'une surface séparant deux milieux différents

- On appelle **dioptr** la surface séparant deux milieux transparents d'indices différents.

2.3.1. Lois de la réflexion

Soient deux milieux transparents, homogènes et isotropes séparés par un dioptr plan (figure2).

Les lois de la réflexion sont au nombre de deux :

- Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence défini par la normale au dioptr et le rayon incident ;
- Les angles d'incidence i et de réflexion i' vérifient :

$$i = -i'$$

2.3.2. Lois de la réfraction

Les lois de la réfraction sont au nombre de deux :

- Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence ;
- Les angles d'incidence i et de réfraction r vérifient : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$

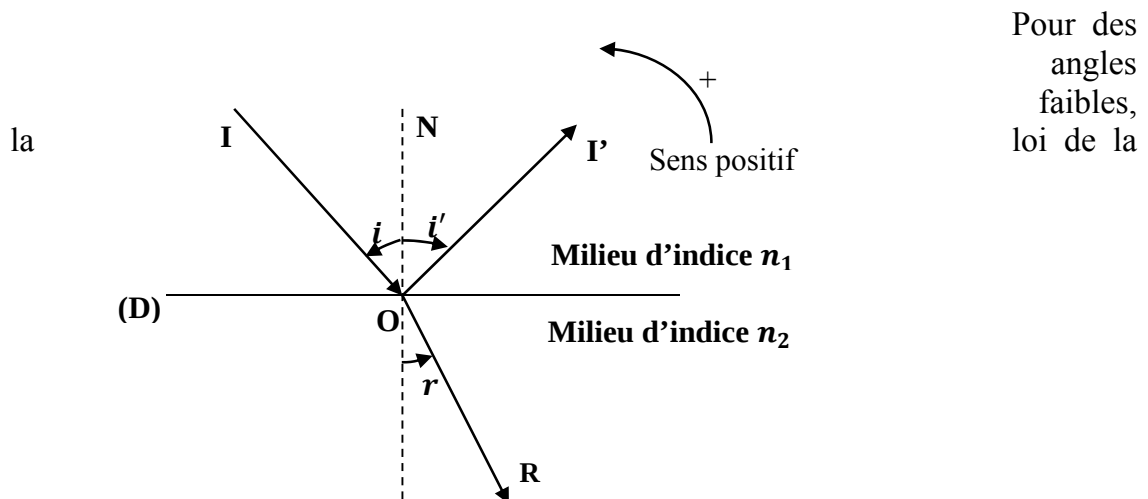


Fig.2 : Réflexion et réfraction (lois de Snell – Descartes)

réfraction s'écrit : $n_1 i \approx n_1 i'$
C'est la loi de Kepler.

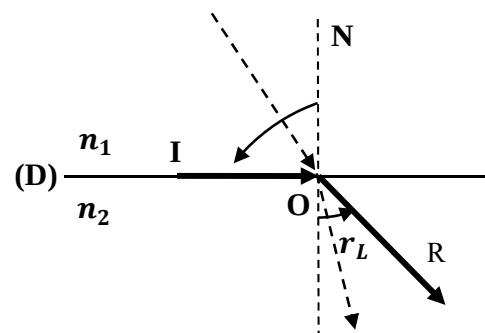
Remarque : un milieu est d'autant plus réfringent que son indice de réfraction est important.

2.3.3 Cas limites

a- passage de la lumière dans un milieu plus réfringent ($n_2 > n_1$)

Le rayon réfracté se rapproche de la normale ($i > r$). Cependant, il existe un angle limite (ou critique) r_L tel que : $r < r_L$

$$i = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin(r_L) = \frac{n_1}{n_2}$$



Exp. : air/eau, $r_L \approx 49^\circ$

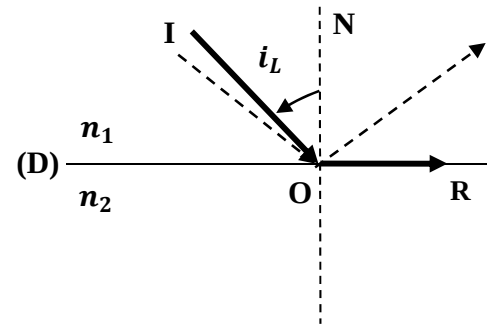
b- passage de la lumière dans un milieu moins réfringent ($n_2 < n_1$)

Le rayon réfracté s'écarte de la normale ($r > i$).

$$r = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin(i_L) = \frac{n_2}{n_1}$$

Si $i > i_L$, il n'existe pas de rayon réfracté : on parle alors de réflexion totale.

Exp. : diamant/air, $i_L \approx 24^\circ$



Remarque : le rayon qui tombe normalement sur la surface de séparation n'est pas dévié.

2.4. Principe de Fermat

2.4.1. Notion de chemin optique

On appelle chemin optique entre les points A et B , d'un même rayon lumineux, la quantité :

$$L_{AB} = (AB) = n\ell_{AB}$$

Où ℓ_{AB} est le chemin géométrique.

Si le rayon lumineux traverse plusieurs milieux homogènes d'indices différents :

$$L_{AB} = n_1\ell_{AI_1} + n_2\ell_{I_1I_2} + n_3\ell_{I_2I_3} + \dots + n_n\ell_{I_{n-1}B}$$

Dans le cas d'une courbe quelconque (milieu inhomogène), le chemin L_{AB} se déduit du chemin optique élémentaire :

$$L_{AB} = \int_A^B n \cdot d\ell = C \int_{t_A}^{t_B} dt$$

Où $d\ell$ est un élément infinitésimal de la courbe reliant A et B , et t_A et t_B sont les instants de passage de la lumière aux points A et B .

2.4.2 Enoncé du principe de Fermat

Le chemin optique parcouru par un rayon lumineux qui va d'un point A à un point B , à travers un nombre quelconque de milieux transparents, homogènes et isotropes intermédiaires, est stationnaire ($dL_{AB} = 0$; Chemin optique extrémal).

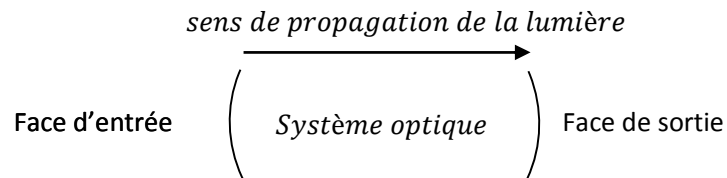
Autrement dit, le chemin suivi par la lumière est celui qui prend le moins de temps.

3. Systèmes optiques

3.1. Définition

Un système optique est un assemblage de milieux transparents (dioptries) ou de miroirs; la lumière y subit des réflexions et des réfractions. Il est qualifié de dioptrique s'il ne contient

que des dioptries, de catadioptrique s'il contient au moins un miroir. Il est en général caractérisé par une face d'entrée et une face de sortie.



3.2. Notion d'objet et d'image

On appelle point objet l'intersection, réelle ou fictive, de rayons lumineux entrant dans le système optique (rayons incidents). Le point image est l'intersection, réelle ou fictive, des rayons sortant du système optique (rayons émergents).

Un objet étendu (image étendue) est l'ensemble des points objets (points images), considérés indépendants les uns des autres.

Remarque : pour déterminer la position d'un point objet ou d'un point image, il faut au moins deux rayons.

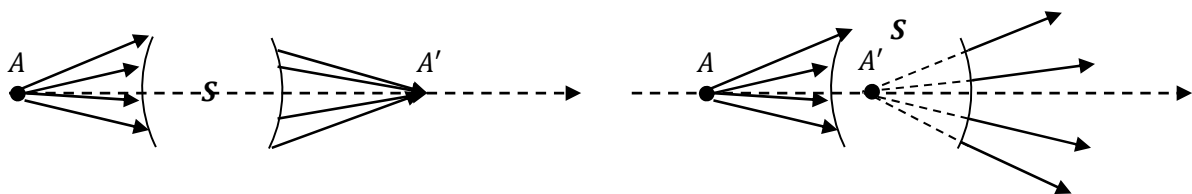
3.3. Réalité et virtualité des objets et des images

3.3.1. Objet réel et image réelle

Quand les rayons incidents que reçoit le système viennent tous du même point A , alors celui-ci est un objet réel. Quand les rayons émergents du système convergent tous vers le même point A' , alors celui-ci est l'image réelle du point A . Celle-ci peut être visualisée sur un écran placé derrière le système.

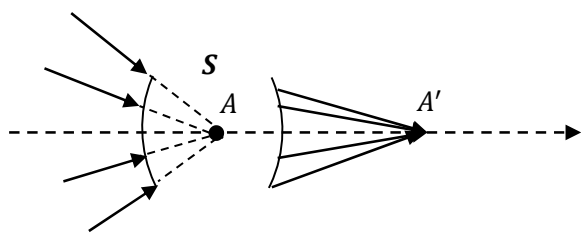
3.3.2. Objet virtuel et image virtuelle

On parle d'objet et d'image virtuelle quand les rayons concernés (incidents et émergents) sont divergents ; leurs prolongements se croisent dans les régions où ils ne se sont pas propagés (illusion d'optique).

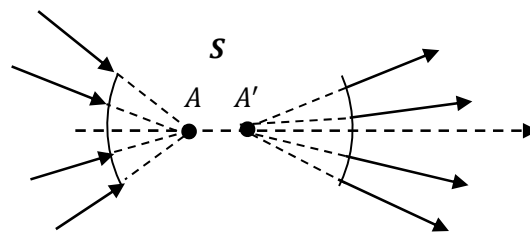


Objet réel et Image réelle

Objet réel et Image virtuelle



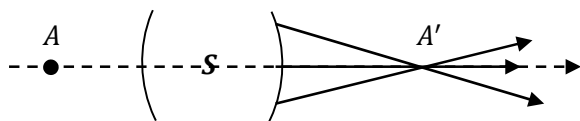
Objet virtuel et Image réelle



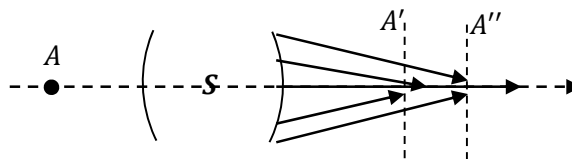
Objet virtuel et Image virtuelle

3.4. Stigmatisme

On dit qu'un système optique est rigoureusement stigmatique si tous les rayons lumineux issus d'un point objet A , se croisent exactement en un unique point image A' après avoir traversé le système optique. On dit, dans ce cas, que les points A et A' sont conjugués. La relation mathématique qui lie les distances caractéristiques de ces deux points est appelée relation de conjugaison (permet de trouver la position de l'image à partir de l'objet et vice-versa).



Stigmatisme rigoureux



Stigmatisme approché

Dans le cas où les rayons ne convergent pas tous vers le même point (mais vers une multitude de points), on dit qu'on a un stigmatisme approché (système astigmatique).

3.5. Systèmes centrés focaux

- Un système optique admettant un axe de révolution, commun à tous ses constituants, est dit système centré. Cet axe de révolution est appelé axe optique du système, généralement orienté de gauche à droite, indiquant ainsi la direction de propagation de la lumière.
- Si les rayons incidents parallèles à l'axe optique passent tous, après avoir traversés le système, par le même point appartenant à l'axe, on dit que le système possède un foyer image principal, noté F' . L'ensemble des points appartenant au plan perpendiculaire à l'axe en F' constituent les foyers images secondaires, et le plan est dit plan focal image.

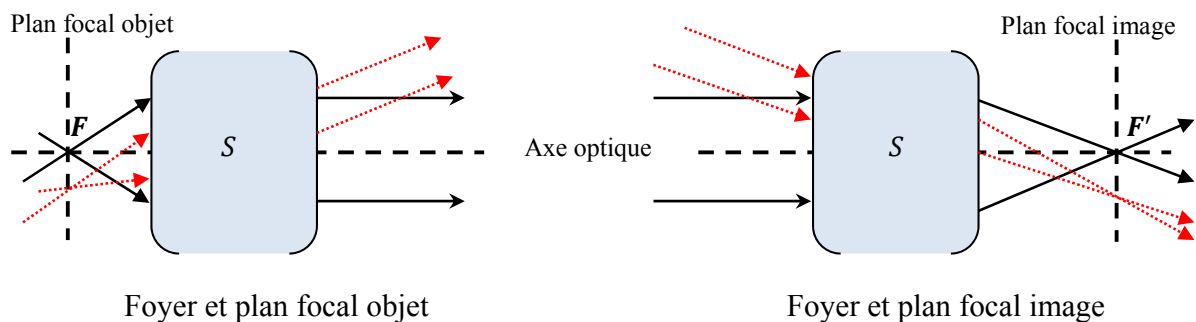


Fig. 3 : Foyers et plans focaux d'un système optique

- Si les rayons émergents parallèles à l'axe proviennent tous des rayons incidents qui se croisent en un point sur l'axe, alors celui-ci est le foyer objet principal, noté F . L'ensemble des points du plan perpendiculaire à l'axe en F sont des foyers objets secondaires, et le plan est dit plan focal objet.
- Un rayon lumineux est qualifié de paraxial s'il est faiblement incliné par rapport à l'axe optique ($\tan(i) \approx \sin(i) \approx i$).

3.6. Approximation de Gauss

Hormis le miroir plan, les cas de stigmatisme rigoureux sont très rares. On se contente souvent d'un stigmatisme approché qu'on peut obtenir en respectant les conditions de Gauss :

- On se limite au faisceau étroit de rayons lumineux paraxiaux.
- L'objet est petit et voisin de l'axe.

Dans la suite de ce cours, nous travaillerons dans le cadre de cette approximation.

Remarque : Le nom de l'optique paraxiale ou optique linéaire désigne le domaine de l'optique géométrique couvert par l'approximation de Gauss.

3.7. Caractéristiques d'une image

Les caractéristiques essentielles d'une image sont :

- **Sa nature :** réelle ou virtuelle.
- **Sa position :** par rapport à un point du système optique (sommet, centre,...).
- **Son sens :** image droite ou inversée.
- **Sa grandeur :** comparée à celle de l'objet.

3.8. Grandissement

On appelle grandissement linéaire ou transversal la grandeur algébrique définie par :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB}$$

Il exprime le rapport de la longueur de l'image à celle de l'objet. De plus, si :

- $\gamma > 0$, alors l'image est droite
- $\gamma < 0$, l'image est renversée

Cette grandeur permet de préciser à la fois le sens et la grandeur de l'image.

4. Eléments d'optique géométrique

4.1 Miroir plan

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante (Exp. : lame de verre dont l'une des faces est recouverte d'une couche mince d'argent ou d'aluminium). Le miroir n'est ni absorbant, ni transparent et est doué d'un pouvoir réflecteur élevé. C'est le seul instrument rigoureusement stigmatique en tout point.

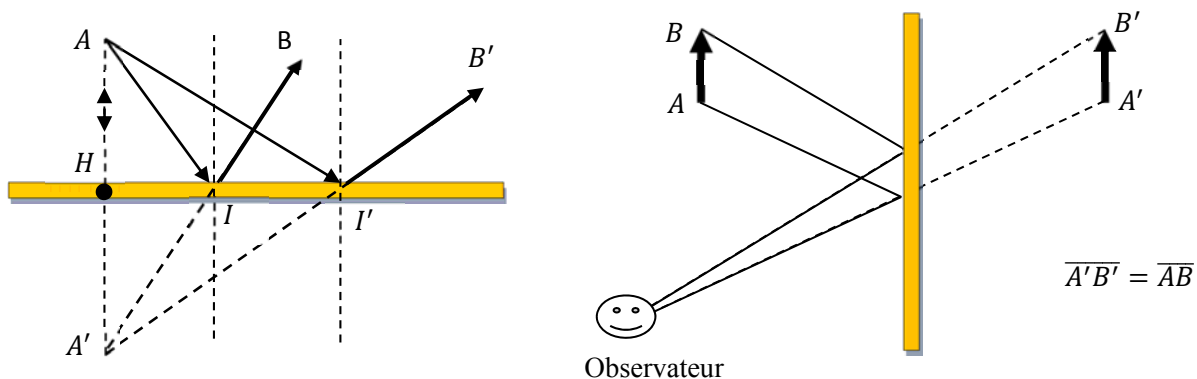


Fig. 4 : Miroir plan

Sur cette figure (4), nous constatons que les rayons réfléchis, issus du point objet A , sont divergents. Il semble tous provenir du point A' ; point d'intersection de leurs prolongements. Il est facile de montrer que A' est le symétrique du point A par rapport au miroir. Ainsi, l'image $A'B'$ d'un objet AB donnée par un miroir plan est le symétrique de cet objet par rapport au plan du miroir.

En conclusion, un miroir plan donne d'un point objet réel une image virtuelle rigoureusement stigmatique et symétrique par rapport au miroir.

La relation de conjugaison d'un miroir plan (distances algébriques) est :

$$\overline{HA'} = -\overline{HA}$$

Le grandissement $\gamma = 1 > 0$, l'image est droite et de même taille que l'objet.

4.2 Miroirs sphériques

4.2.1 Définition

Un miroir sphérique est une surface réfléchissante ayant la forme d'une calotte sphérique, caractérisé par son centre C et son rayon R . On distingue deux types de miroirs sphériques :

- Le miroir est concave si la face réfléchissante est à l'intérieur de la sphère.
- Il est convexe dans le cas où elle est à l'extérieure.

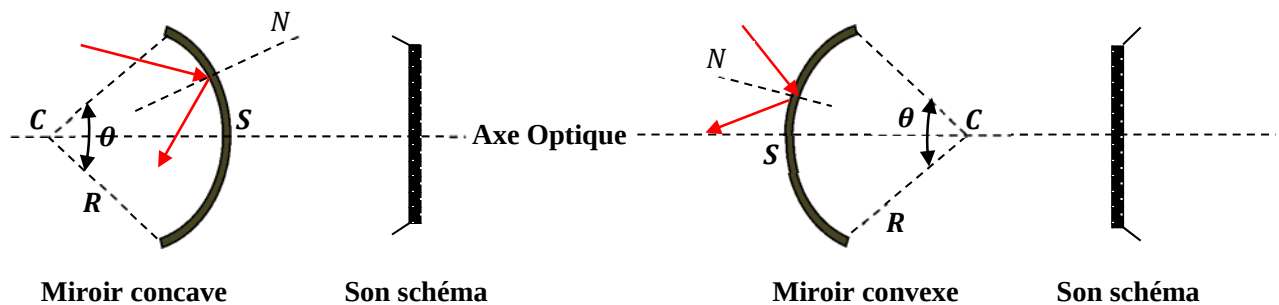


Fig. 5: Miroirs sphériques

Le sommet S du miroir est le pôle de la calotte sphérique. L'axe passant par S et C est l'axe optique du miroir (axe principal). Toute autre droite passant par C est un axe secondaire. L'angle $\hat{C} = \theta$, sous lequel on voit la calotte sphérique, est l'ouverture du miroir.

4.2.2 Construction géométrique des images

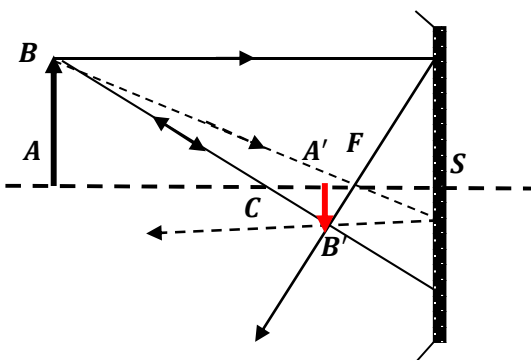
Les lois de la réflexion permettent d'expliquer les propriétés suivantes :

- Tout rayon incident passant par le centre du miroir se réfléchit sur lui-même.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe principal (optique) se réfléchit en passant par le foyer principal image.
- Tout rayon provenant du foyer objet se réfléchit parallèlement à l'axe principal.

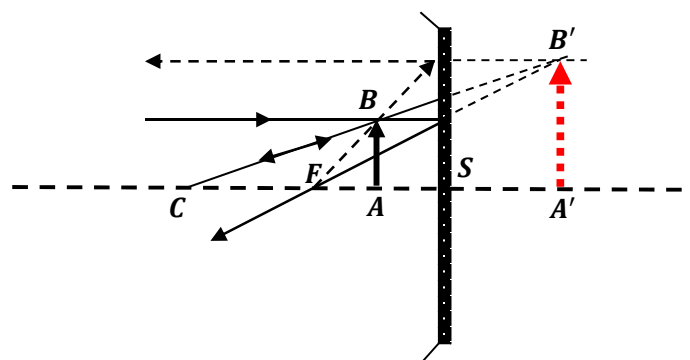
Pour construire l'image d'un objet, il suffit de tracer la marche de ces trois rayons particuliers. Cependant, il est aisé de montrer que les foyers objet et image sont confondus et leur position est à égale distance du sommet et du centre du miroir :

$$SF = FC = f = \frac{R}{2}$$

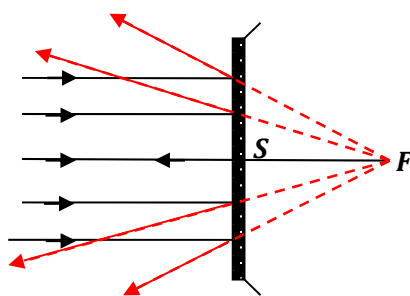
AB est un objet réel perpendiculaire en A sur l'axe principal. Sur la figure (a), l'image $A'B'$ est réelle. La figure montre qu'elle est renversée et de petite taille que l'objet. Sur la figure (b), l'objet est placé entre le foyer et le sommet du miroir. En utilisant les mêmes rayons particuliers, l'image $A'B'$ obtenue est virtuelle. La figure montre qu'elle est droite et plus grande que l'objet.



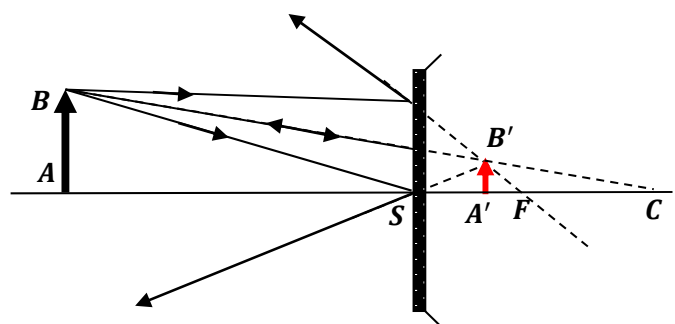
(a) : Image réelle d'un objet réel



(b) : Image virtuelle d'un objet réel



(c) : Foyer virtuel d'un miroir convexe



(d) : Image virtuelle d'un objet réel

Fig. 6: Images obtenues d'un miroir sphérique

Dans le cas des miroirs convexes, on montre également que les foyers, objet et image, sont confondus et leur position est à égale distance du centre et du sommet. Toutefois, le foyer est ici virtuel (voir la figure 6-c).

Sur la figure (d), nous constatons que l'image donnée par le miroir convexe de l'objet réel est directe, virtuelle, plus petite que l'objet et dont sa position est comprise entre le sommet et le foyer. C'est toujours le cas quelle que soit la position de l'objet sur l'axe principal.

4.2.3 Relation de conjugaison des miroirs sphériques

a- Origine au sommet (formule de Descartes)

Les triangles $SA'B''$ et SAB sont semblables. De même pour les triangles $FA'B'$ et FSI . Le théorème de Thalès permet d'écrire (on peut avoir le même résultat à l'aide des relations trigonométriques):

$$\frac{\overline{A'B''}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{IS}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

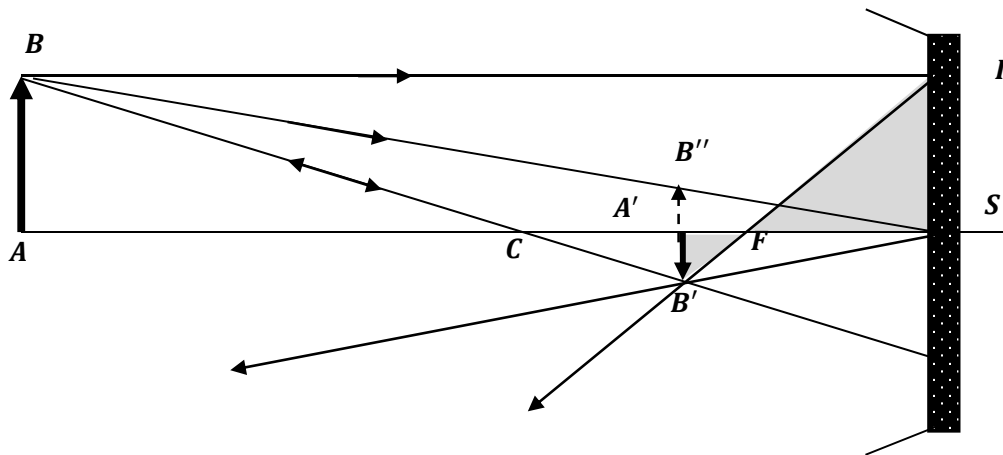


Fig. 7: Relation de dispersion d'un miroir sphérique

Sachant que $\overline{A'B''} = -\overline{A'B'}$, $\overline{SI} = \overline{AB}$ et $\overline{IS} = -\overline{AB}$. ($\overline{FS} = -\overline{SF}$)

D'où :

$$\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}}$$

De plus : $\overline{FA'} = \overline{SA'} - \overline{SF}$

On en déduit :

$$\overline{SA'} \cdot \overline{SF} = \overline{SA} \cdot (\overline{SA'} - \overline{SF})$$

En divisant les deux membres de cette équation par: $\overline{SA'} \cdot \overline{SF} \cdot \overline{SA}$, il vient :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF}}$$

C'est l'équation de conjugaison avec origine au sommet, dite formule de Descartes.

Généralisation :

Désignons par p la position de l'objet, q la position de l'image et f la distance focale.

L'équation précédente devient :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Sous cette forme, cette équation s'applique dans tous les cas de figures. Toutes fois, il faut respecter la convention de signe suivante :

- $f = \frac{R}{2} > 0$ si le miroir est concave, négatif pour le miroir convexe;
- $p = \overline{SA} > 0$ si l'objet est réel, négatif dans le cas d'un objet virtuel ;
- $q = \overline{SA'} > 0$ si l'image est réelle, négatif si elle est virtuelle.

Le grandissement est donné par :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{q}{p}$$

Remarque : Cas d'un miroir plan : $R = \infty \rightarrow \left(\frac{1}{f}\right) = 0$ cela donne $p = -q \rightarrow \gamma = 1$

L'image est droite et de même grandeur que l'objet.

b- Origine au centre (formule de Newton)

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$

c- Origine au foyer

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \frac{\overline{SC}^2}{4} = \overline{FS}^2 = f^2$$

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$

4.3. Dioptries

4.3.1 Dioptre plan

Le dioptre plan est un système optique constitué de deux milieux transparents et homogènes séparés par une surface plane.

Exemples : un liquide au repos, un bloc de verre présentant une face plane,...

-Image dans un dioptre plan

Soit AHN le rayon incident normal au dioptre (D) , voir figure (8). Si A possède une image, celle-ci se trouve sur cette droite. D'après cette figure, la loi de Descartes donne :

$$n \sin(i) = n' \sin(r)$$

D'autre part, dans les triangles AHI et $A'HI$, on retrouve les angles $i = \hat{A}$ et $r = \hat{A'}$. Il vient :

$$HI = HA \cdot \tan(i) = HA' \cdot \tan(r)$$

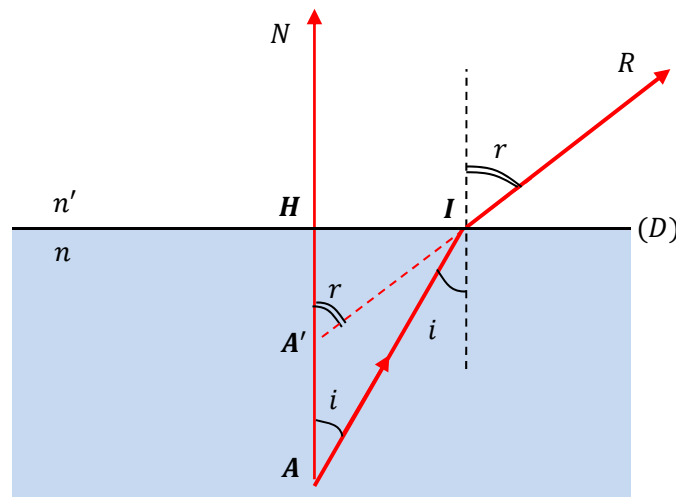


Fig. 8 : Image virtuelle d'un objet réel, $n > n'$

On a donc :

$$HA' = HA \cdot \frac{\tan(i)}{\tan(r)}$$

HA' n'est donc pas constant ; d'après la loi de la réfraction c'est le rapport des sinus qui est constant et non pas celui des tangentes. Cependant, en utilisant les conditions de Gauss on peut avoir l'image de A . En effet, pour des rayons peu inclinés :

$$\tan(i) \approx \sin(i) \approx i \text{ et } \tan(r) \approx \sin(r) \approx r$$

Il vient : $n \cdot i \approx n' \cdot r$ et $HA' \approx HA \cdot \frac{i}{r}$

Il en résulte :

$$HA' = \frac{n'}{n} HA$$

En conclusion, l'image d'un objet réel donnée par le dioptré plan est virtuelle, plus proche de la surface plane et égale à l'objet.

Exercice : Etudier le cas où l'objet se trouve dans le milieu le moins réfringent.

4.3.2 lame à faces parallèles

On appelle lame à faces parallèles une suite de deux dioptrés plans délimitant un milieu transparent et homogène. Une telle lame est caractérisée par son épaisseur e et son indice n . Les milieux extrêmes sont identiques (l'air pour nous).

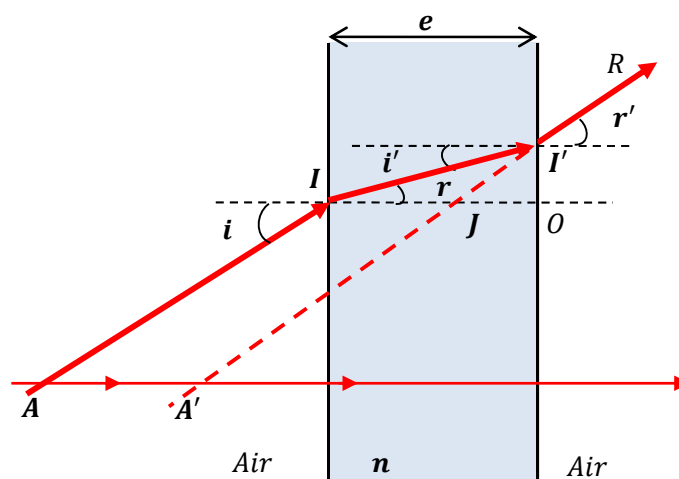


Fig. 9 : Lame à faces parallèles

-formation des images

Sur la figure en face, suivons la marche d'un rayon incident AI , faisant un angle d'incidence i avec la normale à la première face de la lame en I .

D'après les lois de la réfraction :

$$\begin{aligned}\sin(i) &= n. \sin(r) \\ n. \sin(i') &= \sin(r')\end{aligned}$$

$r = i'$ (Comme angles alternes-internes) $\Rightarrow i = r'$ d'où :

Après la traversée de la lame, le rayon émergent $I'R$ est parallèle au rayon incident AI . Le rayon $I'R$ subit une translation, mais il n'est pas dévié ; $AA'JI$ est un parallélogramme.

Déterminons à présent l'image d'un point objet A . D'après la section précédente, si on considère I comme un point lumineux, alors J est son image dans le dioptré plan formé par la seconde face de la lame. On a alors :

$$OJ = \frac{OI}{n} = \frac{e}{n}$$

D'où :

$$AA' = IJ = OI - OJ = e \left(1 - \frac{1}{n}\right) < e$$

Le rapprochement apparent ne dépend que de l'épaisseur et de l'indice de la lame.

En conclusion, l'image d'un objet réel, donnée par une lame à faces parallèles, est virtuelle, égale à l'objet et plus proche de la lame. Elle se déduit par une simple translation perpendiculaire à la lame et de valeur $d = AA'$.

4.3.3 Dioptrés sphériques

4.3.3.1 Définition

Un dioptré sphérique est une surface sphérique séparant deux milieux d'indices différents. Comme dans le cas de miroirs sphériques, on distingue deux cas :

- Dioptré convexe
- Dioptré concave

Comme cela est montré sur la figure 10.

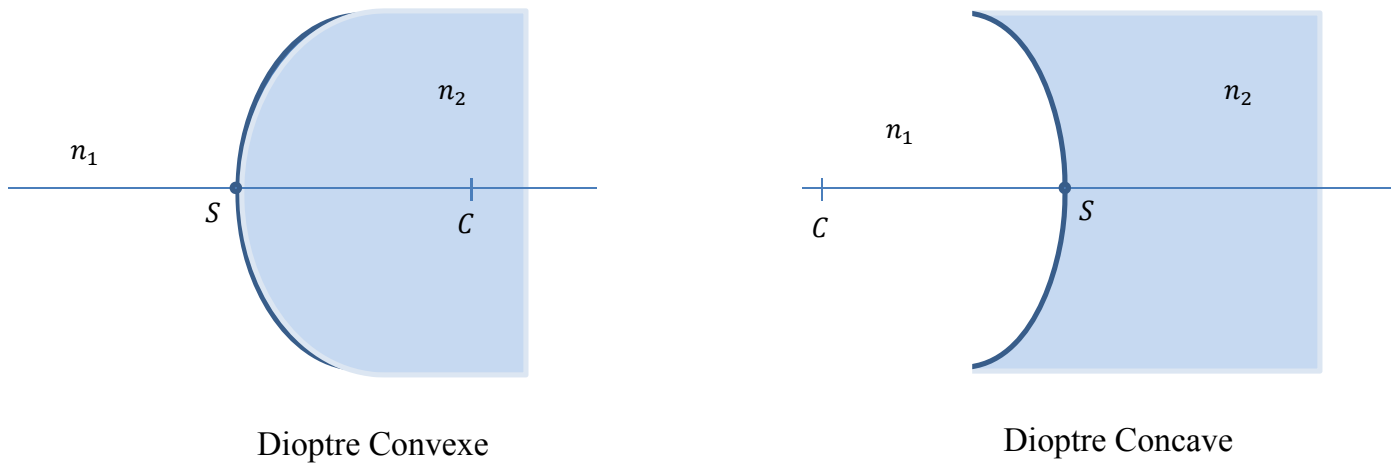


Fig. 10 : Dioptres Sphériques

4.3.3.2 Convergence et divergence d'un dioptre sphérique

Une manière simple de déterminer si le dioptre est convergent ou divergent est d'utiliser la notion des foyers principaux. Ainsi, si le foyer image F' est réel le dioptre est dit convergent. Par conséquent, il est dit divergent si F' est virtuel, comme nous pouvons le constater sur les figures (11) et (12) ci-dessous.

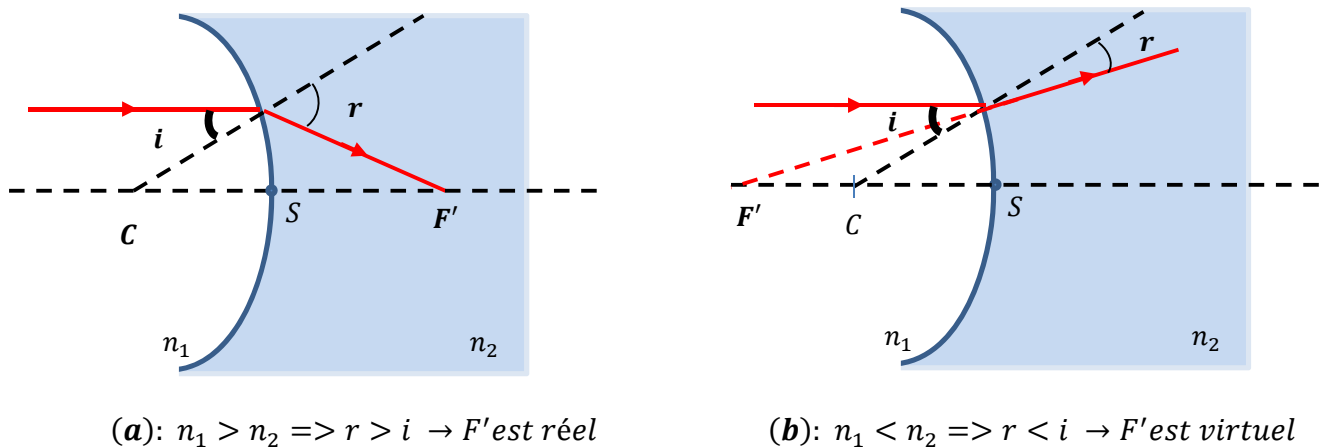
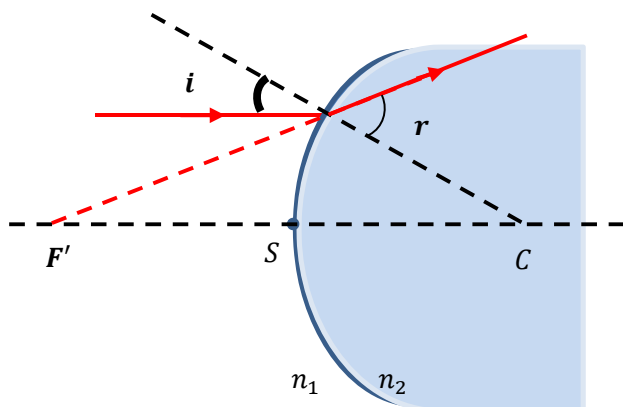
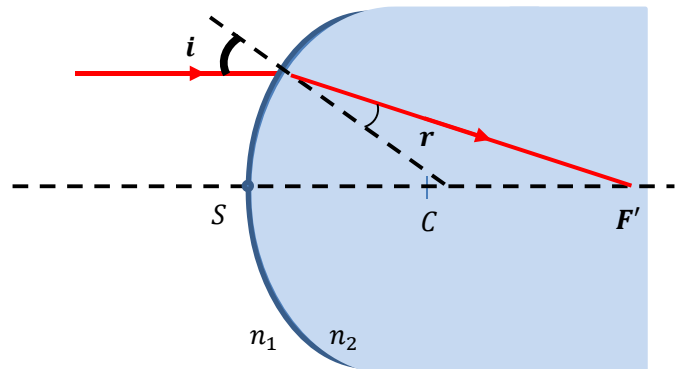


Fig. 11 : Dioptre concave. (a) : Convergent, (b) : Divergent



(a): $n_1 > n_2 \Rightarrow r > i \rightarrow F'$ est virtuel



(b): $n_1 < n_2 \Rightarrow r < i \rightarrow F'$ est réel

Fig. 12 : Dioptre convexe. **(a)** : Divergent, **(b)** : Convergent

4.3.3.3 Relation de conjugaison

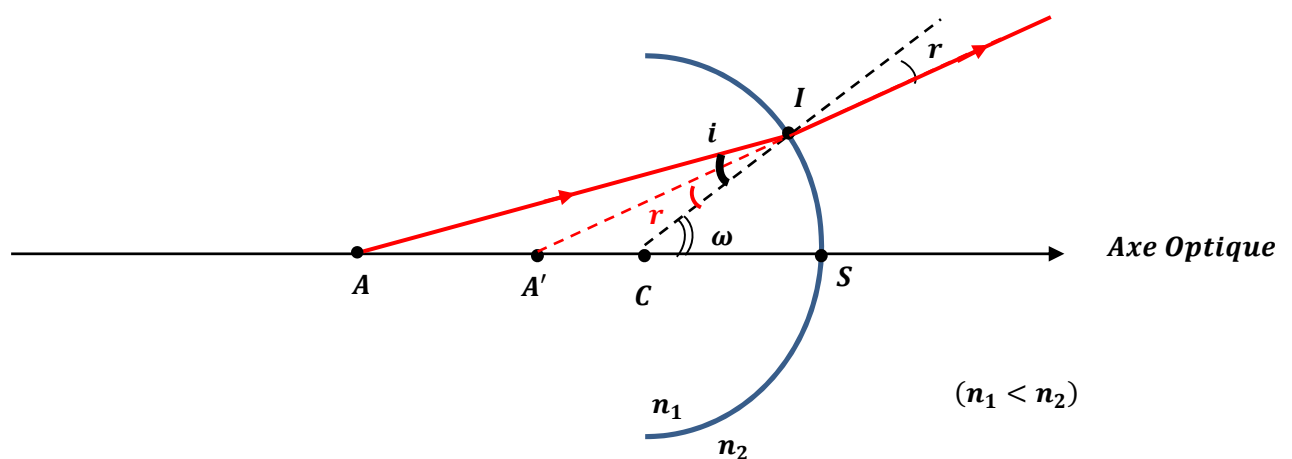


Fig. 13 : Relation de conjugaison des dioptres sphériques

La loi des sinus permet d'écrire (voir figure 13 ci-dessus):

$$\text{- triangle } IA'C : \quad \frac{\overline{IA'}}{\sin(\pi-\omega)} = \frac{\overline{CA'}}{\sin(r)} \quad (1)$$

$$\text{- triangle } IAC \quad \frac{\overline{IA}}{\sin(\pi-\omega)} = \frac{\overline{CA}}{\sin(i)} \quad (2)$$

Des équations (1) et (2), on déduit :

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{IA} \cdot \sin(i)} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'} \cdot \sin(r)} \quad (3)$$

D'autre part, on a au point I : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$

Cela permet de réécrire l'équation (3) sous la forme suivante :

$$n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{IA}} = n_2 \frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}} \quad (4)$$

Les conditions de Gauss indiquent que les rayons paraxiaux sont peu inclinés, ce qui implique que les points I et S sont très voisins. Cela implique que :

$$\overline{IA} \approx \overline{SA} \quad \text{et} \quad \overline{IA'} \approx \overline{SA'}$$

Dans ce cas, l'équation (4) devient :

$$n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n_2 \frac{\overline{CA'}}{\overline{SA'}} \quad (5)$$

$$\text{De plus, on a : } \begin{cases} \overline{CA} = \overline{SA} - \overline{SC} \\ \overline{CA'} = \overline{SA'} - \overline{SC} \end{cases} \quad (6)$$

En rapportant (6) dans (5), nous obtenons :

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}} \quad (7)$$

C'est la relation de conjugaison des dioptries sphériques.

Comme dans le cas des miroirs sphériques, posons: $\overline{SA'} = P'$, $\overline{SA} = P$ et $\overline{SC} = R$
L'équation (7) s'écrira :

$$\boxed{\frac{n_2}{P'} - \frac{n_1}{P} = \frac{n_2 - n_1}{R} = V} \quad (8)$$

Cependant, nous gardons les mêmes conventions de signes.
La quantité

$$V = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (9)$$

est appelée vergence. Elle est mesurée en *dioptrie*, $1\delta = 1m^{-1}$

Alors:

- Si $V > 0$, le dioptré est convergent
- Si $V < 0$, le dioptré est divergent

Remarque : Le signe de $R = \overline{SC}$ dépend de l'orientation de la surface du dioptré. En effet :

- Si le dioptré est convexe, alors $R > 0$
- Si le dioptré est concave, alors $R < 0$

4.3.3.4 Les Foyers : Leurs positions peuvent être obtenues à partir de l'équation de conjugaison.

- **Foyer Objet (F) :** C'est le point objet d'une image formée à l'infini

$$P' \rightarrow \infty \Rightarrow \overline{SF} = P = f = -\frac{n_1}{n_2 - n_1} R = -\frac{n_1}{V} \quad (10)$$

- **Foyer Image (F') :** C'est le point image d'un objet se trouvant à l'infini

$$P \rightarrow \infty \Rightarrow \overline{SF'} = P' = f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R = \frac{n_2}{V} \quad (11)$$

De (10) et (11), on tire : $\frac{f'}{f} = -\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow f + f' = R \quad (12)$

Les deux foyers F et F' appartiennent à deux milieux différents, ils ne sont plus confondus comme dans le cas des miroirs sphériques.

4.3.3.5 Construction géométrique des images

Les lois de la réfraction permettent d'expliquer les propriétés suivantes :

- Tout rayon incident passant par le centre du dioptre C n'est pas dévié.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe principal (optique) se réfracte en passant par le foyer principal image F' .
- Tout rayon provenant du foyer objet F se réfracte parallèlement à l'axe principal.

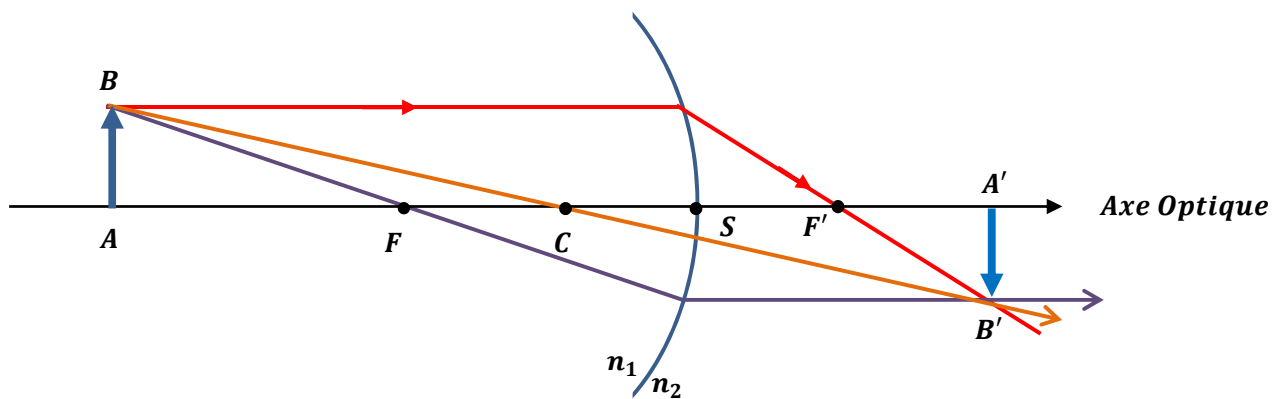


Fig. 14 : Image d'un objet étendu à travers un dioptre concave convergent ($n_1 > n_2$)

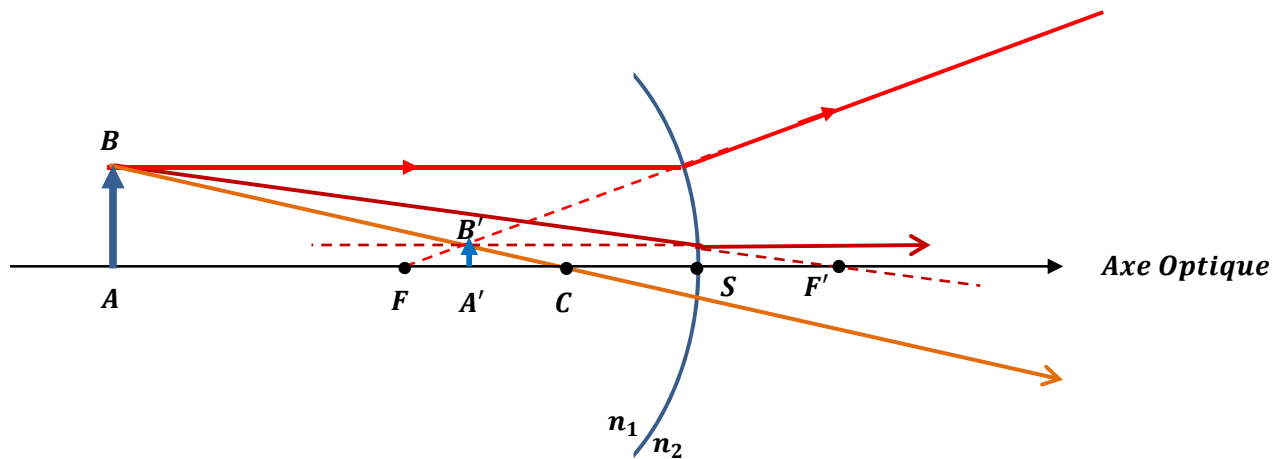


Fig. 15 : Image d'un objet étendu à travers un dioptre concave divergent ($n_1 < n_2$)

4.3.3.6 Grandissement

Il est facile de montrer que dans le cadre de l'approximation de Gauss, le grandissement est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{P'}{P} \quad (13)$$

Remarques (Nature de l'image selon γ , voir figure 14 et 15) :

- Si $\gamma > 0$, l'image est **droite** (Objet et image du même côté).
- Si $\gamma < 0$, l'image est **renversée** (Objet réel et image réelle de part et d'autre).
- Si $|\gamma| > 1$, l'image est **agrandie**.
- Si $|\gamma| < 1$, l'image est **réduite**.

4.4 Le Prisme

4.4.1 Définition

On appelle un prisme un milieu transparent, homogène et isotrope, limité par deux dioptries plans non-parallèles (voir figure 16). Il est caractérisé par son angle au sommet A et par son indice de réfraction n .

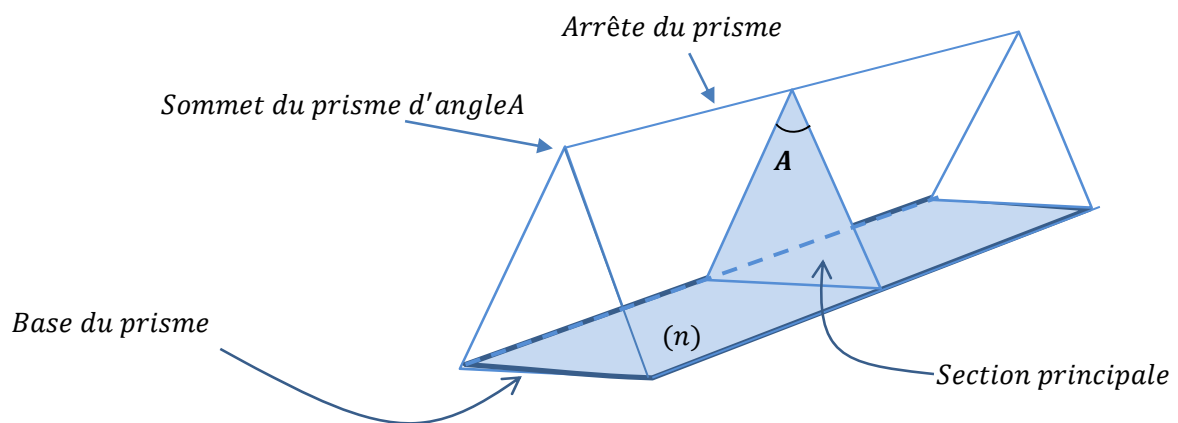


Fig. 16 : Un prisme

4.4.2 Formules générales du prisme

Considérons la marche d'un rayon lumineux (radiation monochromatique) à travers un prisme d'indice n et d'angle au sommet A . Le rayon lumineux arrivant sur la première face du prisme est réfracté, il traverse ensuite le milieu d'indice n , puis est à nouveau réfracté sur la deuxième face du prisme (figure 17).

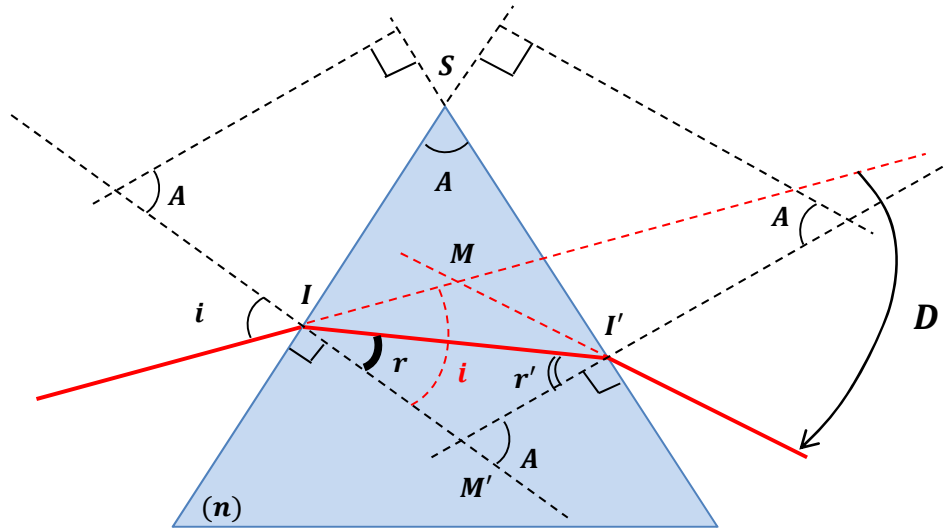


Fig. 17 : Marche d'un rayon lumineux dans un prisme

D'après la loi de la réfraction, on a :

$$\text{Au point } I : \quad \sin(i) = n \cdot \sin(r) \quad (1)$$

$$\text{Au point } I' : \quad n \cdot \sin(r') = \sin(i') \quad (2)$$

D'autre part, on considérant :

$$\text{Le triangle } IM'I' : \quad r + r' + (\pi - A) = \pi \Rightarrow A = r + r' \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Le triangle } II'M : \quad & (i - r) + (i' - r') + (\pi - D) = \pi \\ \Rightarrow & D = i + i' - (r + r') \end{aligned}$$

$$\text{Ce qui donne, en utilisant (3), l'angle } D : \quad D = i + i' - A \quad (4)$$

D est la déviation subit par la radiation après son passage à travers le prisme.

L'angle D dépend de :

- L'angle A du prisme
- De l'indice de réfraction du prisme, n .
- De l'angle d'incidence i .

Cas du prisme à petit angle

Si les angles A et i sont faibles, alors r, r' et i' sont également faibles. Dans cette situation, les équations du prisme deviennent :

$$\begin{cases} i \approx n r \\ i' \approx n r' \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases} \Rightarrow D = (n - 1)A \quad (5)$$

Dans le cas des petits angles, la déviation D est indépendante de l'angle d'incidence.

4.4.3 Condition d'émergence

D'après la loi de la réfraction, tous les rayons incidents pénètrent dans le prisme, mais tous ne peuvent en sortir (figure 18-b). En effet, certains subiront des réflexions totales à l'intérieur du prisme. Précisons alors les conditions pour que le rayon incident SI pénétrant dans le prisme ne subisse pas la réflexion totale en I' et donne un rayon émergent $I'R$.

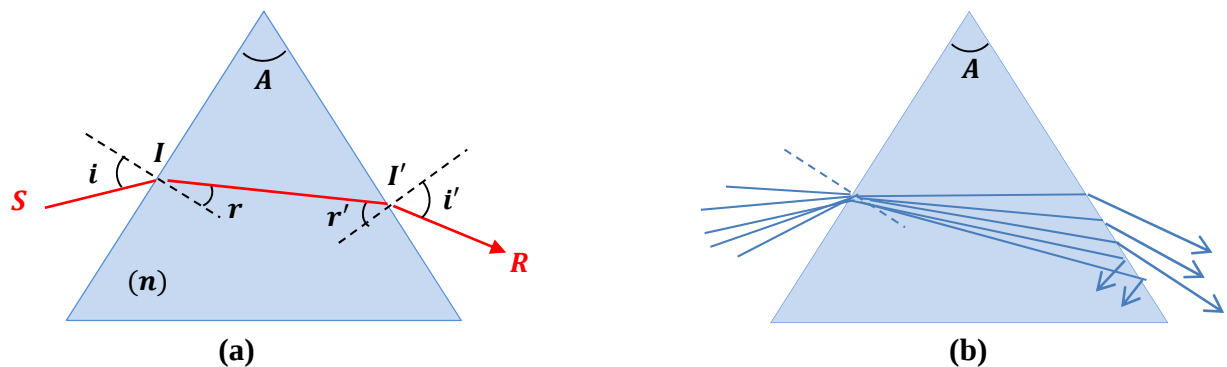


Fig. 18 : Emergence et réflexion d'un rayon lumineux dans un prisme

En I' (voir figure 18-a), l'angle limite est défini par : $n \cdot \sin(r'_\ell) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

Pour qu'il y ait émergence, il faut que l'angle d'incidence en I' vérifie la condition suivante :

$$r' \leq r'_\ell = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

Et comme $A = r + r'$, cela permet d'écrire : $(A - r) \leq r'_\ell$

Ce qui implique : $r \geq (A - r'_\ell)$

Donc $n \cdot \sin(r) \geq n \cdot \sin(A - r'_\ell)$

Ou encore $\sin(i) \geq n \cdot \sin(A - r'_\ell)$, puisque $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$

D'où la condition sur l'angle d'incidence :

$i \geq i_0 \text{ Avec } i_0 = \arcsin\left(n \cdot \sin(A - r'_\ell)\right)$

 (6)

D'autre part, on a : $\forall i, \sin(i) \leq 1 \Rightarrow \sin(i_0) \leq 1$

Cela implique que : $\sin(A - r'_\ell) \leq \frac{1}{n} = \sin(r'_\ell)$

Autrement dit $A - r'_\ell \leq r'_\ell$

D'où

$A \leq 2 r'_\ell$

(7)

Conclusion :

Pour qu'il y ait émergence, il faut vérifier à la fois les deux conditions suivantes :

- $A \leq 2 r'_\ell$ - Condition imposée sur l'angle du prisme
- $i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$ - Condition imposée sur l'angle d'incidence

Tel que $\sin(i_0) = n \cdot \sin(A - r'_\ell)$ et $\sin(r'_\ell) = \frac{1}{n}$

Remarque :

Dans le cas limite où $A = 2 r'_\ell$, un seul rayon pourrait traverser le prisme (figure 19).

En effet, si $A = 2r'_\ell$, alors $\sin(i_0) = n \cdot \sin(2r'_\ell - r'_\ell) = \sin(r'_\ell) = 1$

Cela implique que $i_0 = \frac{\pi}{2}$ et d'après la condition (6), $i = \frac{\pi}{2}$ d'où $r = r' = r'_\ell$

Seul le rayon incident rasant pourrait émerger, en rasant lui aussi la face de sortie.

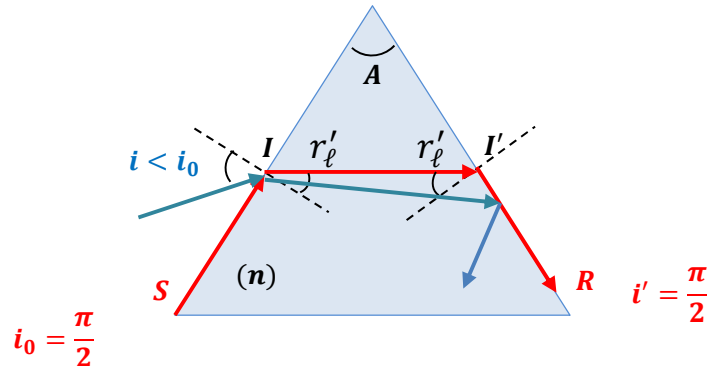


Fig. 19 : Cas limite $A = 2r'_\ell$

4.4.4 Etude de la variation de la déviation D

La déviation D dépend de l'angle et de l'indice du prisme A et n respectivement, et de l'angle d'incidence i :

$$D = f(i, A, n)$$

Sa différentielle totale s'écrit :

$$dD = \frac{\partial D}{\partial i} di + \frac{\partial D}{\partial A} dA + \frac{\partial D}{\partial n} dn$$

Or $D = i + i' - A \Rightarrow dD = di + di' - dA$

D'autre part, on a :

$$\begin{cases} \sin(i) = n \cdot \sin(r) \\ \sin(i') = n \cdot \sin(r') \\ A = r + r' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(i) di = \sin(r) dn + n \cdot \cos(r) dr \\ \cos(i') di' = \sin(r') dn + n \cdot \cos(r') dr' \\ dA = dr + dr' \end{cases}$$

a-Influence de l'angle du prisme

Considérons n et i constants, cela implique que $dn = di = 0$
Un simple calcul montre que :

$$\frac{dD}{dA} = \frac{n \cdot \cos(r')}{\cos(i')} - 1 > 0 \quad (8)$$

Avec $\cos(i') = \sqrt{1 - n^2 \cdot \sin(r')^2}$

La déviation D croît avec l'angle du prisme.

b-Influence de l'indice du prisme

Les angles A et i sont fixes, ce qui donne : $dA = di = 0$

On montre que
$$\frac{dD}{dn} = \frac{\sin(A)}{\cos(i') \cos(r)} \quad (9)$$

Cette expression est toujours positive, quel que soit le cas de figure considéré. D'où :

La déviation D est une fonction croissante de l'indice n du prisme.

c-Influence de l'angle d'incidence

Dans ce cas, c'est n et A qui sont considérés fixes, d'où : $dA = dn = 0$
Les calculs ont montré que :

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos(i) \cos(r')}{\cos(r) \cdot \cos(i')} \quad (10)$$

On montre, théoriquement et expérimentalement, que quand i augmente, D diminue, passe par un minimum puis croît. La figure (20) ci-dessous montre les variations de D en fonction de l'angle d'incidence i .

On calcule le minimum en mettant $\frac{dD}{di} = 0$, ce qui est équivalent à :

$$\cos(i) \cos(r') = \cos(r) \cdot \cos(i') \quad (11)$$

Les angles sont tous compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, donc les cosinus sont tous positifs. On montre que la solution de (11) est unique dans cet intervalle et elle correspond à :

$$i = i' = i_m \quad (12)$$

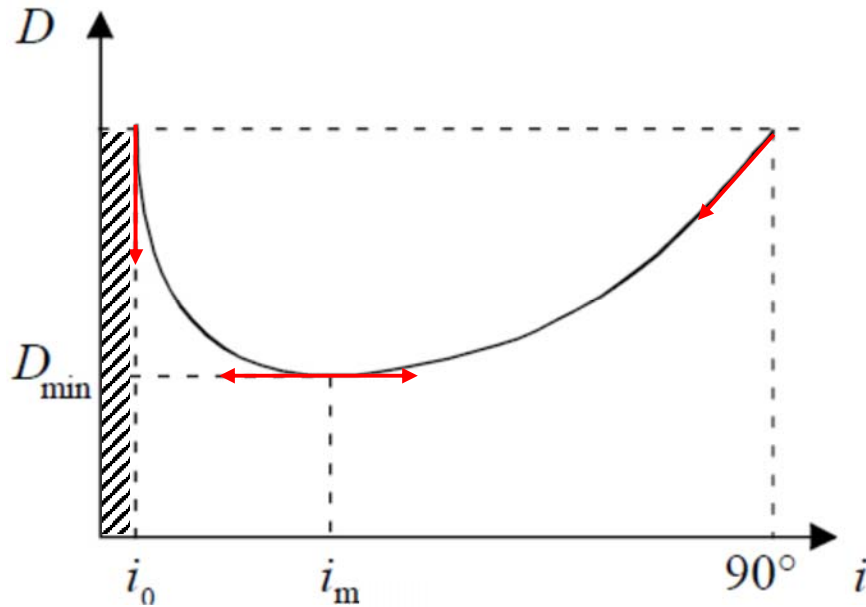


Fig. 20 : Variation de la déviation en fonction de l'angle d'incidence

C'est-à-dire les rayons incident et émergent sont symétriques par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme. On a alors :

$$i = i' = i_m \quad \Rightarrow \quad D_m = 2i_m - A$$

Et

$$r = r' = r_m = \frac{A}{2}$$

Les formules du prisme permettent d'écrire alors :

$$\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \cdot \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

Cette relation est très importante, car elle permet une mesure précise de l'indice n du prisme.

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \quad (13)$$

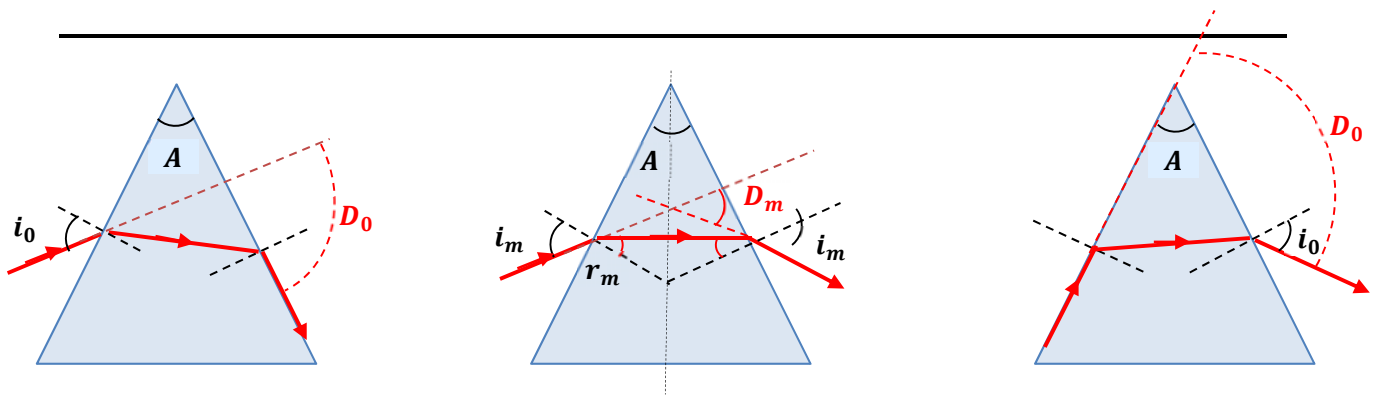


Fig. 21 : Marche d'un rayon sous angles d'incidences particuliers notés sur la figure 20.

4.4.5 Dispersion

L'effet du prisme est donc de dévier le rayon lumineux. Cette déviation, comme nous l'avons vu ci-dessus, dépend de l'indice n , qui est lui-même fonction de la longueur d'onde (loi de Cauchy). C'est ce qui explique la décomposition de la lumière blanche en spectre de couleurs allant du violet au rouge (figure 22). C'est le phénomène de dispersion. Plus la longueur d'onde est grande, moins est la déviation. En effet, expérimentalement, on constate bien que la lumière rouge ($\lambda = 750 \text{ nm}$) est moins déviée que la lumière violette ($\lambda = 400 \text{ nm}$).

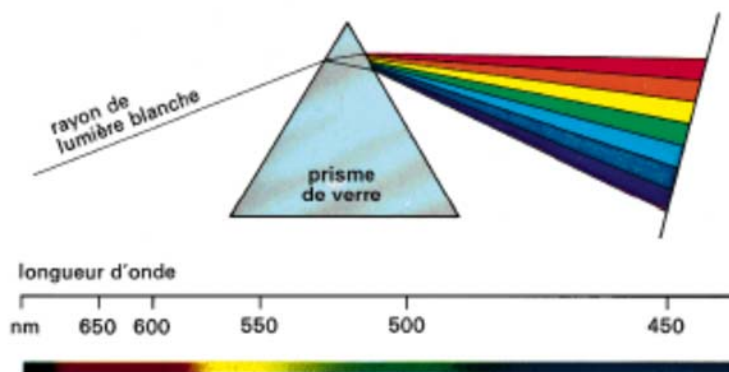


Fig. 22 : Spectre de la lumière blanche

4.5 Les lentilles minces

4.5.1 Définition

Une lentille est un milieu transparent, homogène et isotrope, d'indice optique n , limité par deux dioptries sphériques de rayons de courbure R_1 et R_2 , ou d'un dioptre sphérique et d'un dioptre plan. Une lentille est dite mince si son épaisseur maximale e est très petite devant les rayons de courbure des deux dioptries ($e \ll R_1$; $e \ll R_2$; $e \ll |R_1 - R_2|$) de sorte que les sommets S_1 et S_2 sont considérés confondus en un point O appelé *centre optique*.

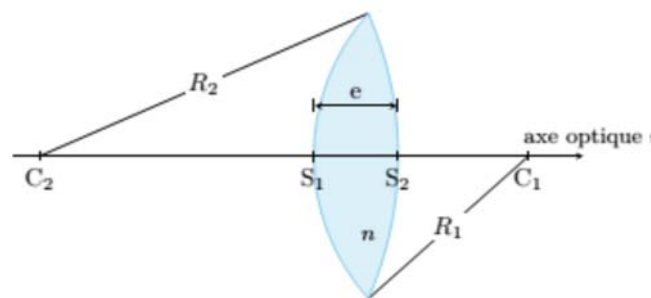


Fig.23 : Lentille optique

4.5.2 Types de lentilles

On distingue plusieurs types de lentilles. Elles peuvent être classées en deux catégories :

- les lentilles convergentes : les bords sont plus minces que le centre,
- les lentilles divergentes : les bords sont plus épais que le centre.

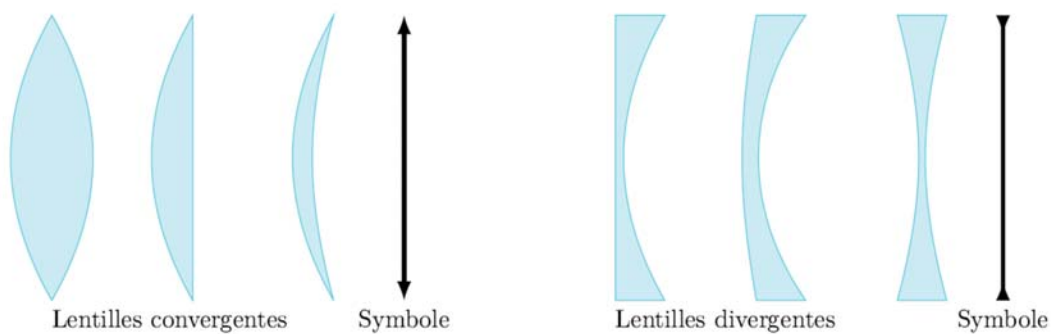
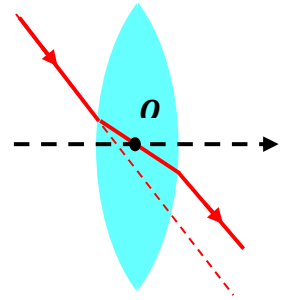


Fig. 24 : types de lentilles et leur symbole

4.5.3 Centre optique :

Le centre optique O d'une lentille est le point de l'axe optique de la lentille par lequel passe le rayon réfracté de telle sorte que les rayons incident et émergent sont parallèles (figure ci-contre).



4.5.4. Relation de conjugaison

La position d'une image A' d'un objet transverse A à travers une lentille mince d'indice n , s'obtient en appliquant deux fois la relation de conjugaison d'un dioptré sphérique (le cas d'un dioptré plan correspondant à un rayon de courbure infini). Le premier dioptré sphérique de sommet S_1 et de centre C_1 sépare un milieu d'indice n_1 d'un milieu d'indice n (celui de la lentille), tandis que le dioptré 2 de sommet S_2 et de centre C_2 sépare un milieu d'indice n d'un troisième milieu d'indice n_2 .

Nous avons donc le schéma suivant :

$$A \xrightarrow{\text{dioptré 1}} A_1 \xrightarrow{\text{dioptré 2}} A'$$

D'après les relations données en (8) et (13) de la section précédente sur les dioptries, on a :

- relation de conjugaison du dioptré 1:

$$\frac{n}{S_1 A_1} - \frac{n_1}{S_1 A} = \frac{n - n_1}{S_1 C_1}$$

Le grandissement :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n} \frac{\overline{S_1 A_1}}{\overline{S_1 A}}$$

- relation de conjugaison du dioptré 2:

$$\frac{n_2}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_1} = \frac{n_2 - n}{S_2 C_2}$$

Le grandissement :

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A' B'}}{\overline{A_1 B_1}} = \frac{n}{n_2} \frac{\overline{S_2 A'}}{\overline{S_2 A_1}}$$

La somme des deux relations de conjugaison donne :

$$\frac{n}{S_1 A_1} - \frac{n_1}{S_1 A} + \frac{n_2}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_1} = \frac{n - n_1}{S_1 C_1} + \frac{n_2 - n}{S_2 C_2}$$

Et comme pour les lentilles minces, les sommets S_1 et S_2 sont considérés confondus en un point O (voir la définition en 5.1), on a alors :

$$\frac{n_2}{OA'} - \frac{n_1}{OA} = \left(\frac{n - n_1}{OC_1} + \frac{n_2 - n}{OC_2} \right) = \left(\frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n}{R_2} \right)$$

Avec R_1 et R_2 les valeurs algébriques des rayons des deux dioptries.

Le grandissement s'écrit :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1 \times \gamma_2 = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Dans le cas d'une lentille mince d'indice n plongée dans l'air ($n_1 = n_2 = 1$), les relations précédentes deviennent :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

4.5.5 Foyers

Une lentille mince est caractérisée par deux foyers, objet F et image F' , symétriques par rapport au centre optique de la lentille O (figure 25):

$$f = \overline{OF} = -\overline{OF'} = -f'$$

La vergence est donnée par :

$$V = \frac{1}{f'}$$

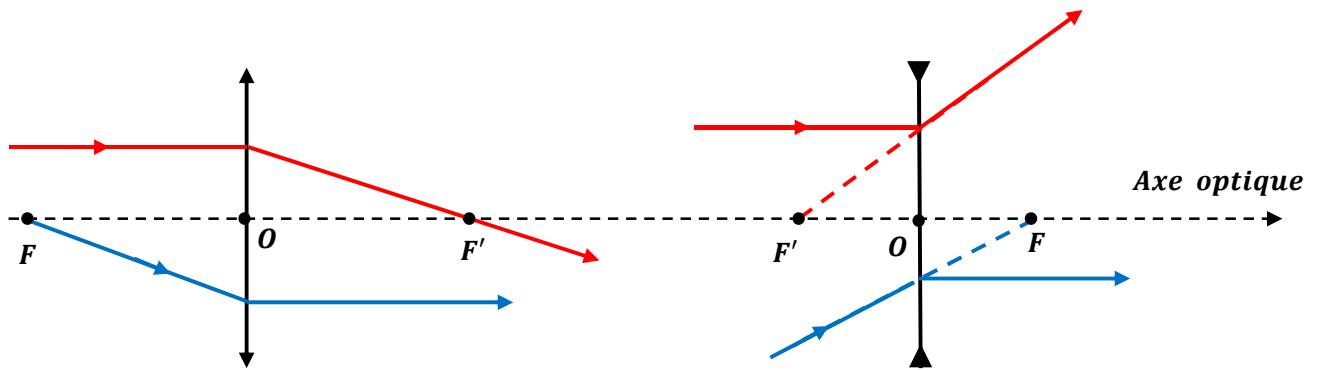


Fig. 25 : Distances focales et foyers d'une lentille mince

Remarques

- Pour une lentille convergente: $f = \overline{OF} < 0$, $f' = \overline{OF'} > 0$ et $V > 0$
- Pour une lentille divergente : $f = \overline{OF} > 0$, $f' = \overline{OF'} < 0$ et $V < 0$

Sur la figure (25), on peut constater que :

- Tout rayon incident passant par F émerge parallèlement à l'axe optique.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' .

Positions des foyers

Le foyer image F' correspond à : $\overline{OA} \rightarrow \infty$ et $A' \equiv F'$

Par contre, le foyer objet F : $\overline{OA'} \rightarrow \infty$ et $A \equiv F$

On en déduit :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

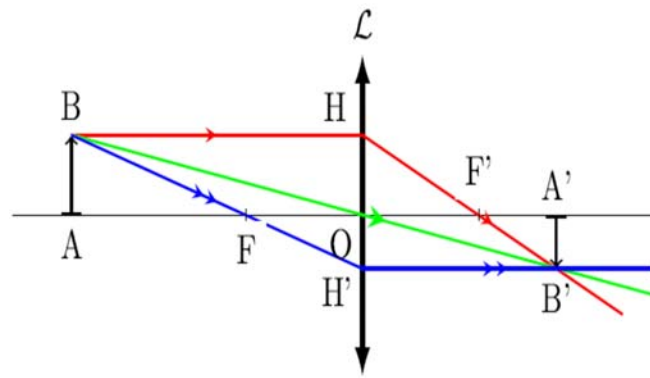
$$f' = \overline{OF'} = \frac{1}{n - 1} \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right) = -f = \overline{OF}$$

La relation de conjugaison peut également s'écrire :

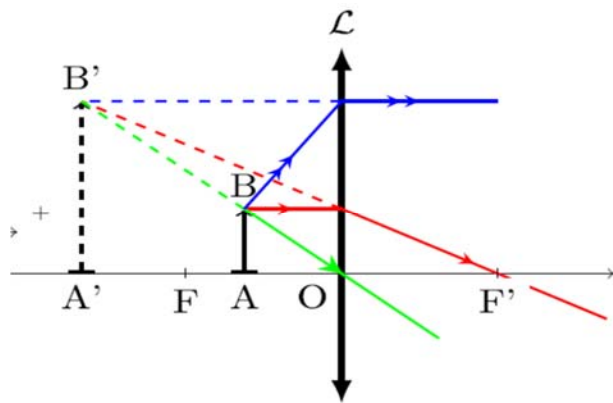
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

4.5.6 Construction d'images

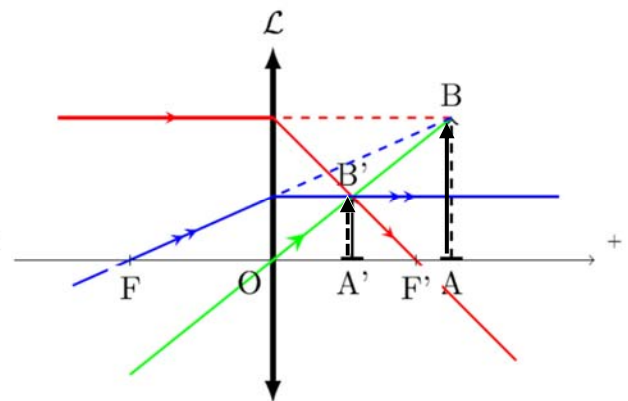
- *Lentille convergente*



Objet réel et image réelle



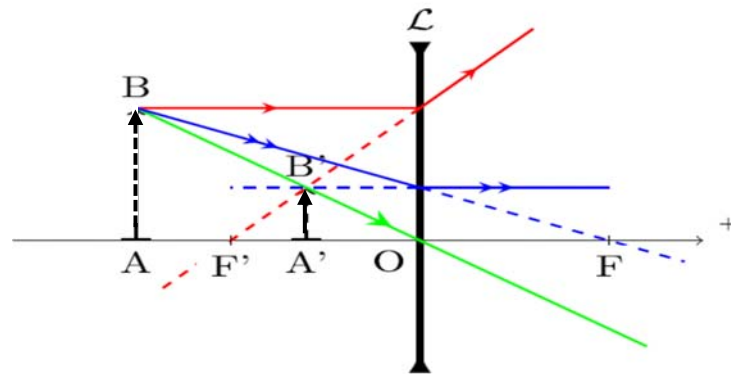
Objet réel et image virtuelle



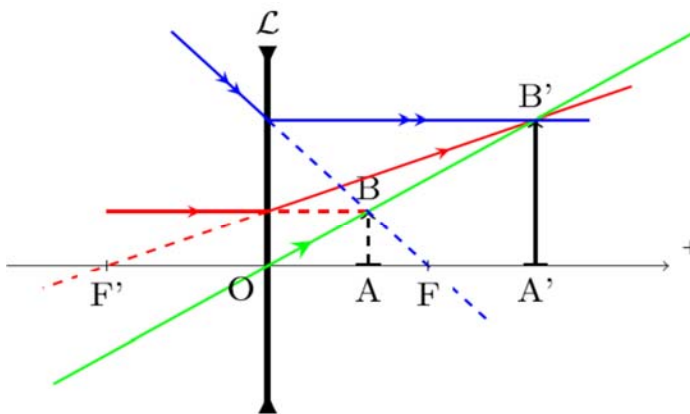
Objet virtuel et image réelle

Fig. 26 : Objet et image obtenus par une lentille convergente

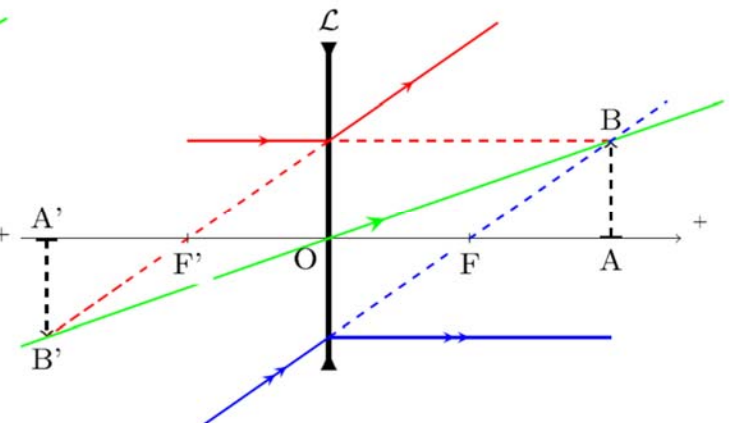
- *Lentille divergente*



Objet réel et image virtuelle



Objet virtuel et image réelle



Objet virtuel et image virtuelle

Fig. 27 : Objet et image obtenus par une lentille convergente divergente

Remarques

- Si $\overline{OA} < 0$, alors l'objet est réel, Si $\overline{OA} > 0$ alors l'objet est virtuel,
- Si $\overline{OA'} < 0$, alors l'image est virtuelle, Si $\overline{OA'} > 0$, alors l'image est réelle.

4.5.7 Image d'un objet à l'infini

Un point A situé à l'infini sur l'axe optique forme son image A' au point focal image F' de la lentille. Pour construire l'image B' d'un point B situé à l'infini hors de l'axe optique, nous utilisons le rayon issu de B passant par le centre optique de la lentille : ce rayon n'étant pas dévié, son intersection avec le plan focal image correspond au point image B' puisque l'on sait que tous les rayons convergent en un point du plan focal image.

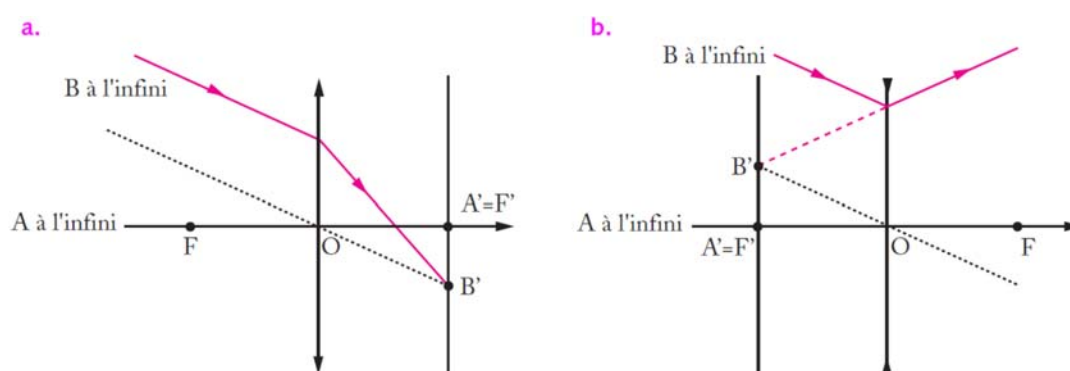


Fig. 28 : Image d'un objet à l'infini : (a) lentille convergente (b) lentille *divergente*

Exemples d'application

Exemple 1 : Une lentille convergente de 10δ donne d'un objet une image de 1 cm de hauteur à 12 cm à droite de la lentille. Déterminer la position, la grandeur, le sens et la nature de l'objet. Faire une construction géométrique.

Rép. : $SA = -0.6m$; $\gamma = -0.2$; $A'B' = -0.01$; $AB = 0.05m$: Image réelle, renversée et réduite.

Exemple 2 : Soit un objet placé à 10 cm à gauche d'une lentille mince convergente. Sachant que l'image est située à 20 cm à droite de la lentille.

- Quelle sera la localisation de l'image si l'objet est placé à 2.5 cm à droite de la lentille ?
- Décrire complètement l'image dans les deux cas et faire les constructions géométriques correspondantes.

Rép. : $V = 15$ Dioptrie ; $SA = 2.5cm$; $SA' = 0.015m$; $\gamma = 0.72$

5. Quelques instruments d'optiques

5.1 L'œil humain

L'œil est l'organe de la vision qui peut être considéré comme un système optique centré constitué d'un dioptre sphérique (la cornée) et d'une lentille mince (le cristallin). Le cristallin est assimilé à une lentille convergente à distance focale variable (figure 29).

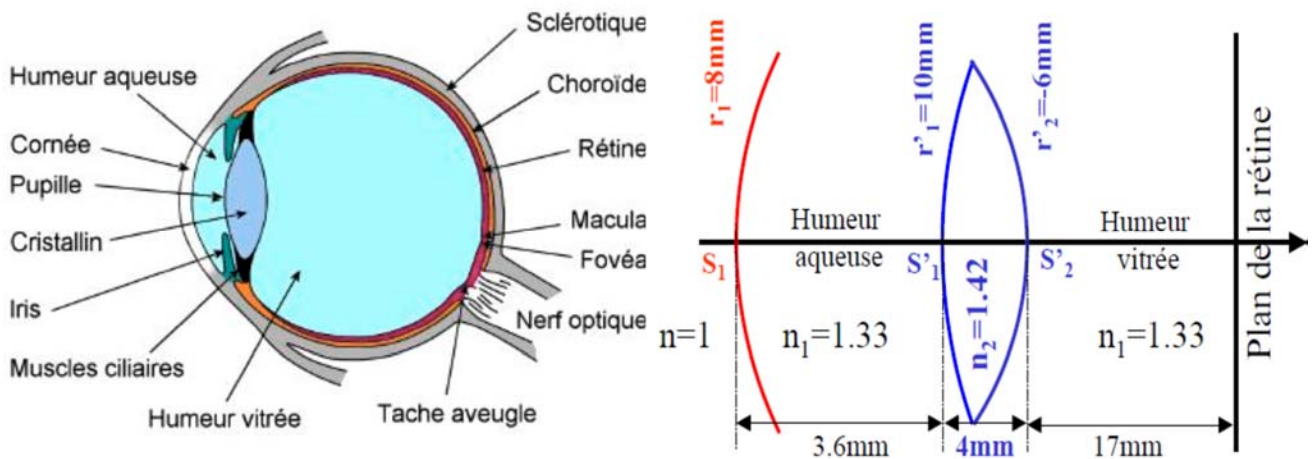


Fig. 29 : œil et œil réduit

5.1.1. Description de l'œil :

La cornée : c'est une membrane transparente d'indice 1.337, directement en contact avec l'extérieur. Elle assure environ 80% de la réfraction.

L'application de la relation de conjugaison à la cornée assimilée à un dioptre sphérique convergent donne :

$$\frac{n_1}{S_1A'} - \frac{1}{S_1A} = \frac{n_1 - 1}{S_1C} = V_1 = 41,25 \delta$$

La distance focale objet est : $f = -\frac{1}{V_1} = 24,24 \text{ mm}$

La distance focale image est : $f' = \frac{n_1}{V_1} = 32,24 \text{ mm}$

Humeur aqueuse : c'est un liquide transparent d'indice $n = 1.337$. Il maintient la pression et la forme du globe oculaire.

Iris: c'est un diaphragme percé en son centre par la pupille permettant de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil en variant son ouverture (éviter l'aveuglement en plein soleil ou capter le peu de lumière la nuit).

Le cristallin : Il est composé de fines couches superposées d'indice de réfraction de 1.42. Il se comporte comme une lentille convergente de vergence variable (converge la lumière vers la rétine) permettant la mise au point pour une vision nette à toute distance.

En appliquant la relation de conjugaison deux fois au système ci-contre :

$$\text{Dioptre 1 : } V'_1 = \frac{n_2 - n_1}{S'_1 C'_1} = 9\delta$$

$$\text{Dioptre 2 : } V'_2 = \frac{n_1 - n_2}{S'_2 C'_2} = 15\delta$$

$$\text{L'association des deux vergences: } V_2 = V'_1 + V'_2 - \overline{S'_1 S'_2} \frac{V'_1 V'_2}{n_2} = 23.62\delta$$

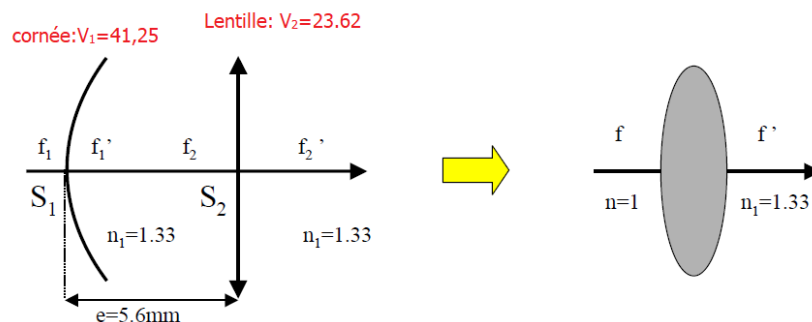
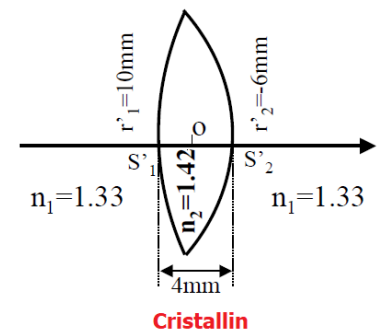
(formule non introduite auparavant)

Le cristallin est considéré comme une lentille mince ($S'_1 \equiv S'_2 \equiv O$) convergente.

La distance focale image : $f'_2 = \frac{n_1}{V_2} = 56.3\text{mm}$ et la distance focale objet $f_2 = -f'_2 = -56.3\text{mm}$

L'association de deux systèmes optiques (cornée + cristallin) de vergence V_1 et V_2 peut être assimilée à un nouveau système optique de vergence : $V = V_1 + V_2 - e \frac{V_1 V_2}{n_1} \approx 60.77\delta$

Les distances focales : $f' = \frac{n_1}{V} = 21.88\delta$ et $f = -\frac{1}{V} = 16.45\delta$



Humeur vitrée: est un liquide gélatineux d'indice 1.336.

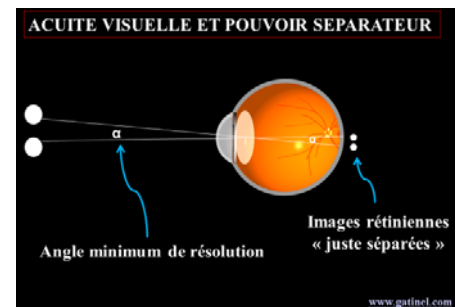
Rétine: C'est la partie sensible sur laquelle se forme l'image. Elle contient environ 7 millions de cônes (permettent la vision en couleur (vision diurne)) et de 120 millions de bâtonnets (permettent la vision dans des conditions de faible luminosité (vision nocturne)). La nuit le spectre de sensibilité est décalé vers les basses longueurs d'onde où seul les bâtonnets fonctionnent (on dit que la nuit tous les chats sont gris).

Nerf optique: Il est constitué d'environ un million de fibres et a pour rôle de transmettre l'image rétinienne au cerveau.

5.1.2 Caractéristiques de l'œil

Acuité visuelle (Pouvoir de résolution)

L'acuité visuelle ou pouvoir de résolution est la capacité à séparer visuellement deux détails (objets distincts). L'œil peut distinguer deux détails s'ils se forment sur deux cellules différentes de la rétine. Dans des conditions normales d'éclairement et de contraste, l'œil peut distinguer deux détails séparés de 1mm à une distance de 3m.

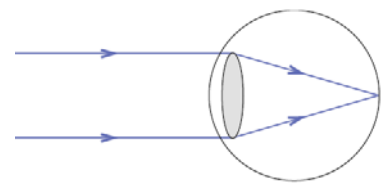


Accommodation

L'œil ne voit l'image nette que si celle-ci se forme sur la rétine.

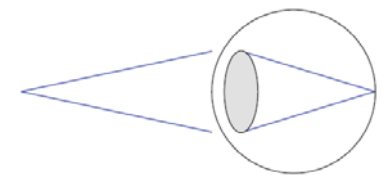
Punctum Remotum (PR) :

C'est la distance la plus éloignée qui permet la vision d'une image nette. L'œil est au repos et sa vergence est d'environ 60δ. Pour un œil normal : P.R. = infini

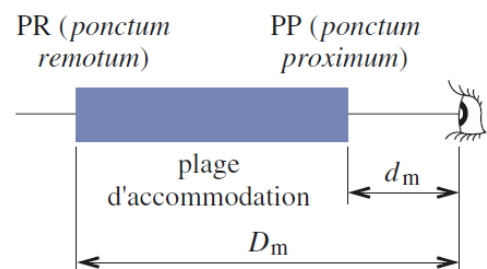


Punctum proximum (PP) :

C'est la distance la plus proche qui permet la vision d'une image nette. L'œil est au maximum de sa convergence (accomode). Pour un œil le P.P est quelques cm (dépend des individus et de l'âge) généralement pris à 25 cm ce qui correspond à une vergence de 64δ.



Pour maintenir une vision nette entre le PR (vergence minimale) et le PP (vergence maximale), l'œil adapte sa distance focale en arrondissant progressivement le cristallin. Ce phénomène s'appelle l'accommodation.



Domaine de « vision » nette d'un œil. Pour un œil normal, D_m est infini et $d_m = 25 \text{ cm}$.

5.1.3 Œil normal

Un œil normal est dit *emmétrope*. Pour cet œil le punctum remotum est situé à l'infini (sans accommodation) et le punctum proximum est à environ 25 cm devant l'œil (accommode maximale : distance minimale) (figure 30).

L'amplitude d'accommodation A d'un œil quelconque est la différence des vergences maximale et minimale de l'œil $A = V_{max} - V_{min}$

Pour un œil emmétrope $A = 4\delta$ (modification de la focale de $\Delta f = 1.4 \text{ mm}$)

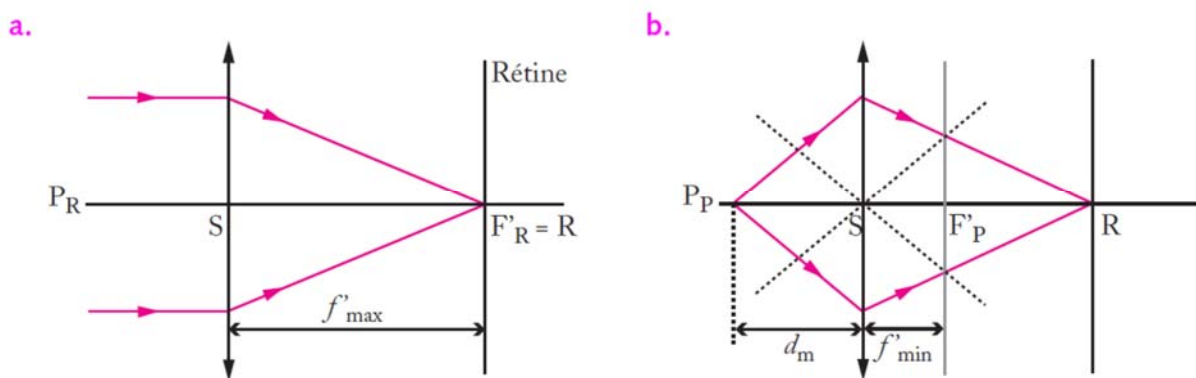


Fig. 30 : fonctionnement de l'œil emmétrope : **(a)** vision à l'infini, **(b)** vision rapprochée.

5.1.4 Les défauts de l'œil :

a) La myopie

Un œil myope est trop convergent et ne peut donc pas voir nettement un objet à l'infini car son image se forme avant la rétine (figure 31-a). Le P_R n'est plus situé à l'infini. Par contre sa vision de près est meilleure. La distance minimale de vision distincte d_m est sensiblement la même que celle d'un œil normal, ou légèrement plus faible.

A titre d'exemple, $V_{PR} = 61\delta$ ($\overline{OA} = -1\text{cm}$) et $V_{PP} = 65\delta$ ($\overline{OA} = -20\text{cm}$).

Pour corriger la myopie, on associe à l'œil une lentille divergente (figure 31-b).

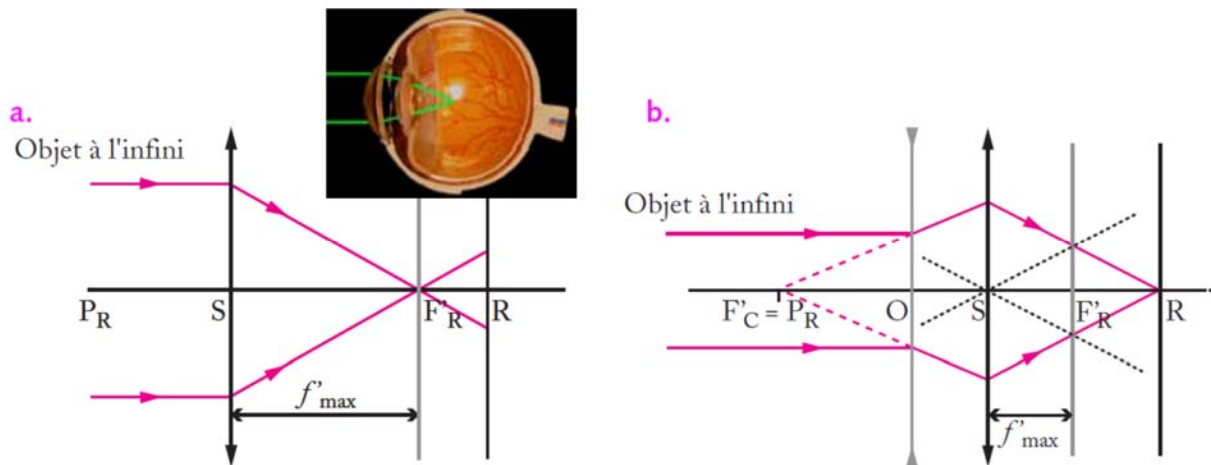


Fig. 31 : l'œil myope (a), correction d'un œil myope (b).

b) L'hypermétropie :

Un œil hypermétrope est trop divergent. Lorsqu'il est au repos, il forme d'un objet à l'infini une image en arrière de la rétine (figure 32-a). Cet œil est capable de voir à l'infini en accommodant. Le PP est plus éloigné de l'œil la vision de près est moins aisée.

A titre d'exemple, $V_{PR}=59\delta$ ($\overline{OA}=1m$) et $V_{PP}=63\delta$ ($\overline{OA}=-33cm$).

Pour corriger ce défaut, on associe à l'œil une lentille convergente (figure 32-b).

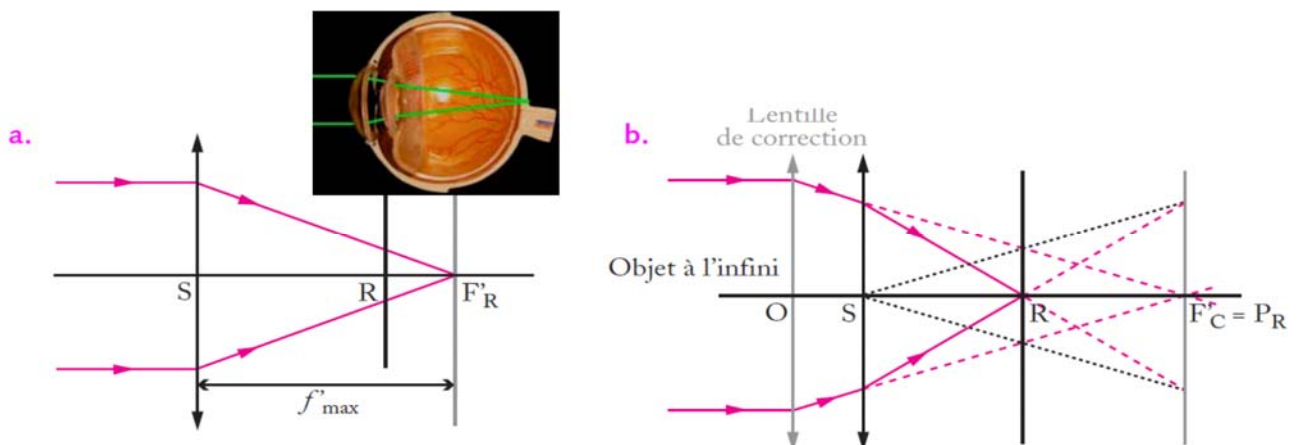


Fig. 32 : l'œil hypermétrope (a), correction d'un œil hypermétrope (b).

c) La presbytie

La presbytie est la perte progressive de l'accommodation. Avec l'âge, le cristallin devient « dur » (ne se déforme pas suffisamment). Ainsi, la vision de près est altérée mais la vision éloignée est intacte.

La correction de la presbytie se fait en utilisant des lentilles convergentes (selon la distance objet-œil).

d) L'astigmatisme

L'œil astigmatique n'est pas tout à fait sphérique (absence de symétrie de révolution). La qualité de la vision de près ou de loin diminue.

5.2 La loupe

Une loupe est un système optique constitué d'une lentille convergente de faible distance focale permettant d'obtenir d'un objet réel une image virtuelle agrandie.

Comme le PP de l'œil est fixé, pour mieux voir un objet avec accommodation, il faut que l'objet soit situé entre le centre optique d'une lentille convergente et son foyer objet (figure 33). Par ailleurs, sans accommodation, l'image doit être à l'infini, donc l'objet soit sur le foyer objet.

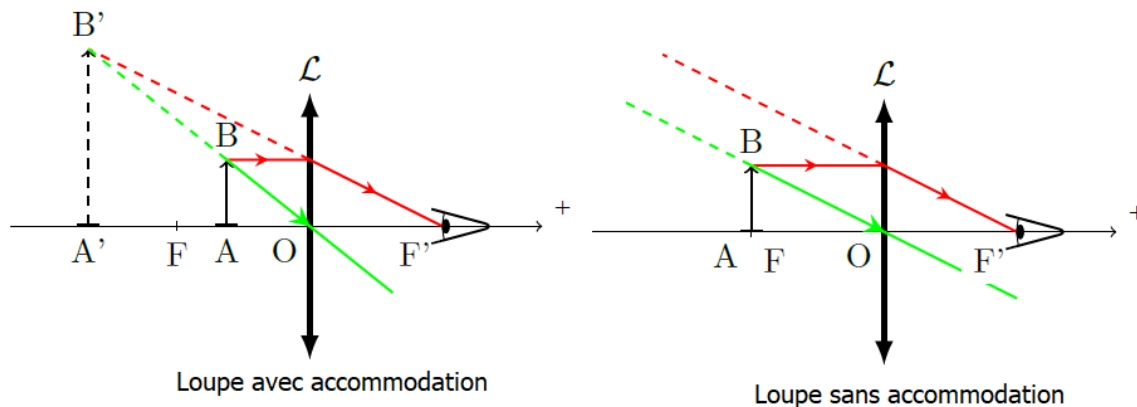


Fig. 33 : Loupe avec accommodation et sans accommodation

Grossissement de la loupe

Le grossissement G d'une loupe est le rapport entre le diamètre de l'image $A'B'$ de l'objet vu à travers la loupe à la distance δ , dite distance de visée, et son diamètre apparent vu à l'œil nu (sans loupe) lorsqu'il est placé à la distance minimale de vision nette $d_m = 25\text{cm}$:

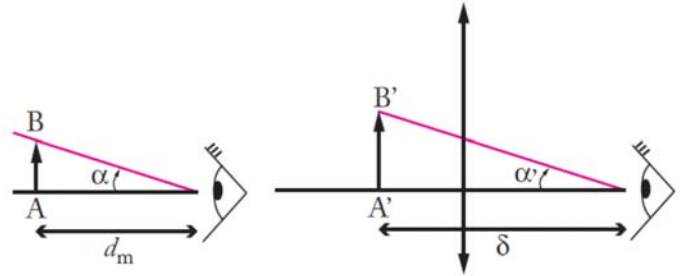
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Dans l'approximation des faibles angles :

$$\alpha = \frac{\overline{AB}}{d_m} \quad \text{et} \quad \alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\delta}$$

$$\text{Donc } G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \frac{d_m}{\delta} = \gamma \frac{d_m}{\delta} = P d_m$$

Avec $P = \frac{\gamma}{\delta}$ est la puissance d'une loupe.



5.3 Le microscope

5.3.1 Rôle et constitution :

Le microscope a le même rôle que la loupe, c'est-à-dire qu'il sert à examiner les petits objets, donc à augmenter le diamètre apparent sous lequel l'œil voit ces objets. Cependant, le microscope est beaucoup plus amélioré que la loupe, qui est insuffisante, dans l'examen des très petits objets. Il est constitué d'une association de deux lentilles convergentes non accolées qui forment ses deux parties :

- Un objectif, près de l'objet, de très faible distance focale, donnant une image réelle très agrandie et renversée A_1B_1 de l'objet AB .
- Un oculaire, près de l'œil, de distance focale plus importante que l'objectif, qui donne de l'image intermédiaire A_1B_1 une image définitive $A'B'$, en général virtuelle, reçue par l'œil.

5.3.2 Construction de l'image

En réalité, dans la plupart des microscopes, l'objectif et l'oculaire comprennent plusieurs lentilles, ce qui conduit à des images meilleurs. Cependant, le principe de fonctionnement reste le même que si on assimile objectif et oculaire à des lentilles minces, figure (34).

Comme montré sur la figure (34), le microscope est composé de deux lentilles : (L_1) de centre optique O_1 et de foyers F_1 , F'_1 et (L_2) de centre O_2 et de foyers F_2 , F'_2 . La distance entre le foyer image de la première lentille et le foyer objet de la deuxième lentille est noté Δ , appelé intervalle optique. L'image intermédiaire est notée A_1B_1 qui est réelle et inversée. L'image finale $A'B'$ est virtuelle et inversée.

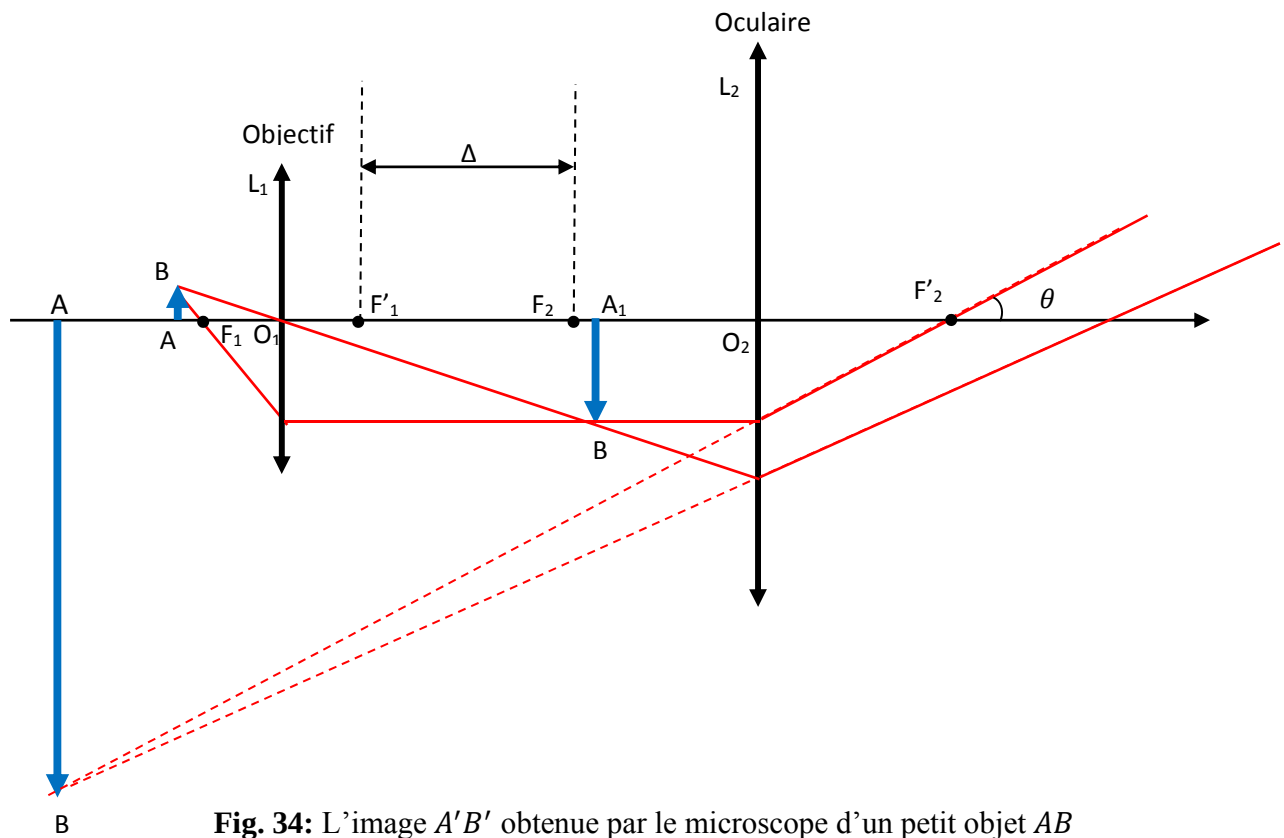


Fig. 34: L'image $A'B'$ obtenue par le microscope d'un petit objet AB

Le réglage consiste à placer l'objet suffisamment proche du plan focal objet afin que l'image se forme dans le plan focal objet de l'oculaire. Ce dernier en donne alors une image à l'infini évitant à l'œil un effort d'accommodation. La construction des rayons montre que l'image virtuelle est retournée par rapport à l'objet étudié.

Limitations :

A cause du phénomène de diffraction, on ne peut pas voir des détails de l'ordre de $\lambda \simeq 0.5 \mu m$ dans le domaine visible. Pour observer des détails plus petits il faut utiliser des ondes de longueur d'onde plus courtes. C'est le principe du microscope électronique qui utilise des faisceaux électroniques dont la longueur d'onde associée est donnée par la relation de De Broglie $\lambda = h/mv$ (dualité onde-corpuscule) et permet d'obtenir des résolutions allant jusqu'à mille fois celle d'un microscope optique.

5.3.4 Grossissement du microscope

La propriété essentielle d'un microscope est son grossissement. Calculons son grossissement dit grossissement commercial en considérant un punctum proximum standard de 25 *cm*.

L'angle maximum sous lequel un œil normal standard peut voir l'objet AB vaut, dans l'approximation des petits angles,

$$\theta = \frac{AB}{d_m}$$

Alors que l'image virtuelle finale située à l'infini, est vue sous l'angle :

$$\theta' = \frac{A'B'}{f_2}$$

De sorte que le grossissement commercial vaut :

$$G_c = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A'B' d_m}{AB f_2'} = |\gamma_t| \times G_{oc} \quad (1)$$

Où l'on reconnaît le grandissement transversal de l'objectif $|\gamma_t| = \frac{A'B'}{AB}$ si que le grossissement de l'oculaire G_{oc} .

Le grandissement de l'objectif est lié à l'intervalle optique puisque

$$|\gamma_t| = \frac{F_1' A'}{f_1'} = \frac{\Delta}{f_1'} \quad \Rightarrow \quad G_c = \frac{\Delta d_m}{f_1' f_2'}$$

Remarque :

La valeur de $|\gamma_t|$ est gravée sur l'objectif, celle de G_{oc} sur l'oculaire, d'où l'utilité de la relation (1). Par exemple, un microscope muni d'un objectif $\times 16$ et d'un oculaire $\times 10$ possède un grossissement commercial $G_c = 10 \times 16 = 160$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1]: K. D. Moller et C. Belorgeot, Cours d'optique, Springer, 2007.
- [2]: E. Hecht, Optique, 4^{ème} Ed., Pearson Education, 2002.
- [3]: A. Maurel, Optique géométrique, Collection BELIN Sup Sciences, 2002.
- [4]: T. Bécherrawy, Optique géométrique, De Boeck, 2006
- [5]: S.G. Lipson, H. Lipson and D. S. Tannhauser, Optical Physics, 3rd Ed., Cambridge University Press, 1995.
- [6]: S. Glavan, Optique, Office des Publications Universitaires (OPU) – Algérie, 1981