

Exercice1**Dénombrement**

I- Soit n un entier naturel. Pour tout $p \leq n$, on a : $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ et $C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$.

1. Calculer $\blacksquare A_5^0 \blacksquare A_5^1 \blacksquare A_5^2 \blacksquare A_5^3$.
2. Vérifier $\blacksquare C_n^p = C_n^{n-p} \blacksquare C_n^p + C_n^{p-1} = C_{n+1}^p$.
3. Calculer $\blacksquare C_6^2 \blacksquare C_6^4 \blacksquare C_5^4 + C_5^3$.
4. Rappeler la formule du binôme de Newton.
5. Calculer $\blacksquare (a+b)^3 \blacksquare (a-b)^5$, puis déduire $\blacksquare (x+2)^3 \blacksquare (x-1)^5$.
6. Montrer que pour tout entier n :

$$\sum_{k=0}^n C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

Exercice2**Raisonnement Par Récurrence**

Montrer par récurrence :

$$\blacksquare \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

$$\blacksquare \sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

$$\blacksquare \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.$$

Application Calculer les sommes suivantes :

$$\blacksquare 1 + 2 + \dots + 100 \blacksquare 1 + 4 + 9 + \dots + 100 \blacksquare 1 + 8 + 27 + \dots + 1000.$$

Exercice3**Equations Polynomiales**

Résoudre ces équations:

$$\blacksquare 3x - 12 = 0 \blacksquare 2x^2 - 3x + 1 = 0 \blacksquare 3x^2 - 2x = 0 \blacksquare 3x^2 + 4 = 0 \blacksquare x^2 - 9 = 0 \blacksquare 3x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$\blacksquare x^3 - 2x^2 + x = 0.$$

Exercice4**Inéquations Polynomiales**

Résoudre ces inéquations:

$$\blacksquare -2x^2 + x + 10 \geq 0 \blacksquare 3x^2 + x + 2 < 0 \blacksquare x^3 + 2x^2 + x < 0 \blacksquare x^5 + x + 3 \leq 0.$$

Fin de la série