La 4ème question de l'exo 02

Pour $x, y \in \mathbb{R}$, Montrons par l'absurde que

$$\overbrace{(xy \neq 1 \text{ et } x \neq y)}^{P} \Longrightarrow \overbrace{x(y^2+y+1) \neq y(x^2+x+1)}^{Q}$$

la négation de l'implication $(P \Rightarrow Q)$, C'est:

P et non Q

donc l'hypothèse P : $xy \neq 1$ et $x \neq y$.

la Conclusion non Q : $x(y^2+y+1) = y(x^2+x+1)$

On a

$$x(y^2+y+1) = y(x^2+x+1) \Longrightarrow$$

$$xy^2 + xy + x = yx^2 + yx + y \Longrightarrow$$

$$xy^2 - yx^2 + x - y = 0 \Longrightarrow$$

$$xy(y-x) + (x-y) = 0 \Longrightarrow$$

$$-xy(x-y) + (x-y) = 0 \Longrightarrow$$

$$(x-y)(1-xy) = 0 \Rightarrow x-y=0 \text{ ou } 1-xy=0$$

$$\Longrightarrow x = y \text{ ou } xy = 1$$

Contradiction avec P

par Suite (P et non Q) est fausse

logiquement : $P \Rightarrow Q$ est Vraie.