Université A/Mira de Béjaia — 13/04/2017.
Faculté : ST — Série№2 : Maths 4 .
Départements : GC et GM.

Exercice№1 :

Calculer (Avec le résultat final) les intégrales curvilignes suivantes :

1) $\displaystyle\int_{(C)} e^{x^2}dx + e^{y^2}dy$ où (C) désigne le carré de sommets $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(2,2)$ et $C(0,2)$, orienté dans le sens positif.

2) $\displaystyle\int_{(C)} (y - e^{-x^2})dx + (x + e^{y^2})dy$ où (C) désigne le triangle de sommets $O(0,0)$, $A(2,0)$ et $B(2,2)$, orienté dans le sens positif.

3) $\displaystyle\int_{(C)} (5y - \sin x^2)dx + (x - e^{\sin y})dy$ où (C) désigne le cercle de centre $(2,4)$ de rayon 3, orienté dans le sens négatif.

4) $\displaystyle\int_{(AB)} ze^{z-i}dz$ où (AB) désigne l'arc du cercle de centre $(0,0)$ de rayon 2, orienté dans le sens positif. On donne $A(2,0)$ et $B(0,2)$.

Exercice №2 :

Calculer les intégrales suivantes :

1) $\displaystyle\int_{(C)} \frac{z^2+z+1}{z-2}dz$ où (C) désigne le carré de sommets $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(2,2)$ et $C(0,2)$, orienté dans le sens positif.

2) $\displaystyle\int_{(C)} \frac{z+1}{z^3+z}dz$, (C) désigne le cercle de centre $(1,0)$ et de rayon 1, orienté dans le sens positif.

3) $\displaystyle\int_{(C)} \frac{e^z}{z(z-i)^2}dz$ où (C) désigne le cercle de centre $(0,0)$ et de rayon 2, orienté dans le sens négatif.

4) $\displaystyle\int_{(C)} \frac{z}{\sin z}dz$, (C) désigne le cercle de centre $(0,0)$ et de rayon $\dfrac{\pi}{2}$, orienté dans le sens positif.

5) $\displaystyle\int_{(C)} \frac{1}{e^z-1}dz$, (C) désigne le cercle de centre $(1,0)$ et de rayon $\dfrac{1}{2}$, orienté dans le sens positif.

Exercice №3 :

Soit f, g deux fonctions complexes à variable complexe définies par :

$$\begin{cases} f(z) = \dfrac{e^z}{z^2} \\[2ex] g(z) = \dfrac{\sin z}{z^2 - iz} \end{cases}$$

1) Chercher les points singuliers de f et g.

2) Donner les développements de Laurent, autour de chaque point singulier, pour f et g.

3) Déduire $\mathrm{Res}(f,0)$, $\mathrm{Res}(g,0)$ et $\mathrm{Res}(g,i)$.