

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université A.MIRA-BEJAIA



Faculté de Technologie
Département de Génie Électrique
Laboratoire de Maîtrise des Énergies Renouvelables

Polycopié de cours UEF 3111
(3^{ème} Année Licence ELT)

Intitulé

RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

Dr. AOUZELLAG LAHAÇANI Narimen
Maître de Conférences classe B

Sommaire

Préface	V
Chapitre I : Généralités sur les réseaux électriques	
I.1. Introduction	01
I.2. Organisation du réseau électrique	01
I.2.1. Centrales électriques	02
I.2.1.A. Centrales thermiques	02
I.2.1.B. Centrales nucléaires	02
I.2.1.C. Centrales hydroélectriques	03
I.2.1.D. Centrales solaires ou photovoltaïques	03
I.2.1.E. Centrales éoliennes	03
I.2.2. Types de réseaux	04
I.2.3. Postes électriques	04
I.2.3.A. Transformateurs de puissance	04
I.2.3.B. Transformateurs de mesure (courant et tension)	05
I.2.3.C. Disjoncteurs	05
I.2.3.D. Sectionneurs	06
I.2.3.E. Jeux de barres	06
I.2.3.F. Isolateurs	06
I.2.3.G. Autres appareillage d'un poste	07
I.2.4. Supports	08
I.2.5. Câbles conducteurs	08
I.2.5.A. Lignes aériennes	08
I.2.5.B. Lignes souterraines	09
I.2.5.C. Câbles de garde	09
I.3. Centre de dispatching (centre de conduite réseau)	10
I.4. Synthèse	10
Chapitre II : Modes de transport, répartition et distribution de l'énergie électrique	
II.1. Introduction	11
II.2. Description des réseaux électriques	11
II.3. Topologie des réseaux électriques	12
II.3.1. Postes sources HT/MT	14
II.3.2. Réseaux MT	15
II.3.2.A. Réseau de type nord-américain	15
II.3.2.B. Réseau de type européen	16
II.3.2.C. Réseaux MT souterrains	17
II.3.3. Postes HTA/BT	19
II.3.3.A. Poste sur poteau	19

II.3.3.B. Poste bas simplifié sous capot	19
II.3.3.C. Poste de type urbain raccordé en souterrain	20
II.3.4. Réseaux BT	20
II.3.4.A. Alimentation des tableaux BT avec une seule source d'alimentation	20
II.3.4.B. Alimentation des tableaux BT par une double alimentation sans couplage	20
II.4. Synthèse	21

Chapitre III : Modélisation des lignes électriques

III.1. Introduction	22
III.2. Caractéristiques longitudinales	22
III.2.1. Résistance	22
III.2.2. Réactance longitudinale (Inductance)	25
III.2.2.A. Induction d'un conducteur cylindrique	25
III.2.2.B. Inductance d'une ligne monophasée	26
III.2.2.C. Inductance d'une ligne composée de plusieurs conducteurs	27
III.2.2.D. Notion de rayon moyen géométrique RMG	30
III.2.2.E. Inductance d'une ligne triphasée transposée	31
III.2.2.F. Inductance d'une ligne triphasée double circuit	32
III.3. Caractéristiques transversales	33
III.3.1. Réactance transversale (Capacité)	33
III.3.1.A. Capacité entre deux conducteurs	45
III.3.1.B. Application aux lignes électriques triphasées	48
III.3.2. Conductance dû à l'effet couronne	49
III.4. Circuits équivalents des lignes électriques	40
III.4.1. Equations générales de fonctionnement des lignes électriques	40
III.4.2. Circuits équivalents des lignes	42
III.4.2.A. Lignes de très grandes longueurs	42
III.4.2.B. Lignes de moyennes longueurs	43
III.4.2.C. Lignes de courtes longueurs	44
III.4.3. Calcul de la chute de tension dans les lignes	44
III.4.3.A. Ligne du 3 ^{ème} ordre HT	45
III.4.3.B. Ligne du 2 ^{ème} ordre MT	46
III.4.3.C. Ligne du 1 ^{er} ordre BT	47
III.4.4. Effet FERRANTI dans les lignes HT	48
III.5. Puissance transmises et compensation du facteur de puissance dans les lignes	49
III.5.1. Puissance transmise par une ligne	49
III.5.1.A. Puissances active et réactive	49
III.5.1.B. Application aux différents types de lignes	49
III.5.1.C. Définition de la puissance naturelle	51
III.5.2. Compensation du facteur de puissance et calcul de l'énergie réactive fournie par les condensateurs	51
III.6. Synthèse	54

Chapitre IV : Transformateurs et système d'unité relative

IV.1. Introduction	55
IV.2. Rappels	55
IV.2.1. Transformateur monophasé parfait	55
IV.2.2. Transformateur triphasé	56
IV.2.3. Modélisation du transformateur	57
IV.2.4. Modes de couplage des transformateurs	57
IV.2.5. Couplages usuels des transformateurs triphasés	58
IV.2.6. Choix du couplage	60
IV.2.7. Détermination des paramètres du transformateur	60
IV.3. Indice horaire de couplage	61
IV.3.1. Définition	61
IV.3.2. Intérêt de l'indice horaire	62
IV.3.3. Exemple de couplage	62
IV.4. Mise en parallèle des transformateurs triphasés	63
IV.4.1. But	63
IV.4.2. Conditions à satisfaire pour coupler des transformateurs	63
IV.4.2.A. Marche en parallèle de transformateurs du même groupe	64
IV.4.2.B. Marche en parallèle de transformateurs des groupes III et IV	64
IV.5. Principaux types de transformateurs	65
IV.5.1. Transformateur de mesure de courant	65
IV.5.2. Transformateurs de mesure de tension	66
IV.5.3. Transformateurs avec régleur en charge	66
IV.5.4. Autotransformateur	67
IV.5.5. Transformateur à trois enroulements	68
IV.5.6. Transformateur déphaseur	69
IV.6. Système d'unité relative (pu)	69
IV.6.1. Puissance, tension et courant de base	70
IV.6.2. Impédance et admittance de base	71
IV.6.3. Changement de base	72
IV.7. Synthèse	72

Chapitre V : Calcul des courants de court-circuits

	73
V.1. Introduction	
V.2. Importance de calcul des courants de court-circuit	73
V.3. Les causes des courants de de court-circuit	73
V.4. Conséquences des défauts de court-circuit	74
V.5. Etablissement de l'intensité de court-circuit	74
V.5.1. Défaut éloigné des alternateurs	75
V.5.2. Défaut à proximité des alternateurs	76
V.6. Valeur du courant 'I _{cc} ' selon les différents types de court-circuit	76
V.6.1. Court-circuit triphasé	78
V.6.2. Court-circuit biphasé isolé	79

V.6.3. Court-circuit monophasé	79
V.6.4. Court-circuit à la terre (monophasé ou biphasé)	80
V.7. Calcul des courants de court-circuit dans les réseaux radiaux à l'aide des composantes symétriques	81
V.7.1. Invariance de puissance dans la transformation de composants symétriques	83
V.7.2. Construction de réseaux séquentiels	84
V.7.2.A. Court-circuit monophasé	85
V.7.2.B. Court-circuit biphasé	86
V.7.2.C. Court-circuit biphasé terre	87
V.7.2.D. Court-circuit triphasé	88
V.7.3. Impédances équivalentes des éléments du réseau	88
V.7.3.A. Impédance équivalente d'un élément à travers un transformateur	89
V.7.3.B. Impédance du réseau amont (de distribution publique)	90
V.7.3.C. Impédance des alternateurs	90
V.7.3.D. Impédance des lignes haute tension	90
V.7.3.E. Impédance des câbles	91
V.7.3.F. Impédance des transformateurs	91
V.7.3.G. Impédance des machines tournantes	92
V.8. Synthèse	92

Préface

Les réseaux électriques sont des éléments clés pour assurer une alimentation fiable et de qualité en énergie électrique, qui est un vecteur indispensable aux activités humaines et un facteur essentiel de développement pour les pays. Ce document s'adresse principalement aux étudiants de troisième année préparant un diplôme licence Electrotechnique. Il répond également aux besoins des lecteurs qui veulent acquérir une bonne compréhension des principes du réseau électrique ainsi que ses aspects théorique et pratique, l'accent est mis sur les concepts et sur les dérivations mathématiques.

Le document se compose de cinq chapitres. Le chapitre 1 présente les généralités sur le système de puissance qui constituent le réseau électrique. C'est une introduction aux concepts de base relatifs à la structure du système électrique et à quelques autres aspects importants. Le chapitre 2 concerne les modes de transport, répartition et distribution de l'énergie électrique, où sont exposées les différentes topologies des réseaux. Le chapitre 3 traite les paramètres des lignes de transmission. Ces paramètres sont calculés pour le système équilibré par phase. Il est consacré aussi au calcul du transit de puissance et au développement des équations permettant le calcul des chutes de tensions en fonction des paramètres du réseau. Le chapitre 4 traite les transformateurs, leur modélisation et leur mode de couplages, un accent est mis sur le système d'unité relative. Le chapitre 5 couvre l'analyse des défauts équilibré et déséquilibré. On discute également de la technique des composantes symétriques qui résolvent le problème d'un circuit déséquilibré en une solution de nombre de circuits équilibrés.

Chapitre I

Généralités sur les Réseaux Electriques

I.1. Introduction

A notre époque, et sans électricité, la vie quotidienne serait difficilement envisageable, il est donc nécessaire de savoir la produire de manière efficace et continue. Pour répondre à la consommation croissante d'électricité, il a fallu inventer et construire des usines (centrales électriques) capables de produire de l'électricité en grande quantité. Une fois le courant produit, il doit être amené jusqu'au consommateur. Dans un pays, le Transport et la Distribution Publique assurent le transit de l'énergie électrique entre les points de production et les points de consommation. Le but premier d'un réseau d'énergie est de pouvoir alimenter la demande des consommateurs.

I.2. Organisation du réseau électrique

Les réseaux électriques ont pour fonction d'interconnecter les centres de production tels que les centrales hydrauliques, thermiques...etc. avec les centres de consommation (villes, usines...etc.). L'énergie électrique est transportée en haute tension et/ou très haute tension pour limiter les pertes à effet Joule (les pertes étant proportionnelles au carré de l'intensité du courant électrique), puis progressivement abaissée au niveau de la tension de l'utilisateur final.

Les réseaux électriques sont constitués par l'ensemble des appareils destinés à la production, au transport, à la distribution et à l'utilisation de l'électricité depuis les centrales de génération jusqu'aux maisons de campagne les plus éloignées (figure I.1).

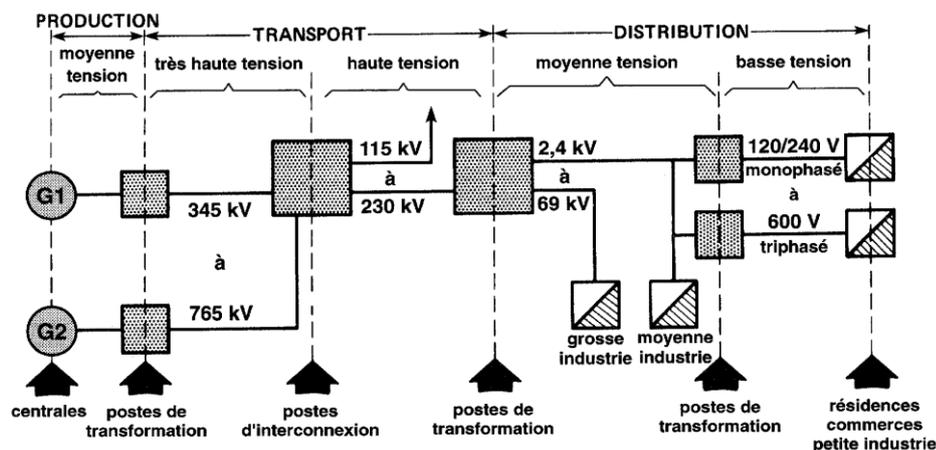


Fig.I.1 : Organisation d'un réseau électrique

Pour que l'énergie électrique soit utilisable, le réseau doit satisfaire les exigences suivantes :

- Assurer au client la puissance dont il a besoin ;
- Fournir une tension stable dont les variations n'excèdent pas $\pm 10\%$ de la tension nominale ;
- Fournir une fréquence stable dont les variations n'excèdent pas $\pm 0,1\%$ Hz ;
- Fournir l'énergie à un prix acceptable ;
- Maintenir les normes de sécurité rigoureuses ;
- Veillez à la protection de l'environnement ;

I.2.1. Centrales électriques

Il existe cinq principaux types de centrales électriques : Les centrales à combustibles fossiles (charbon, pétrole et gaz naturel) dites centrales thermiques classiques, les centrales nucléaires qui sont également des centrales que l'on peut qualifier de thermiques, les centrales hydroélectriques, les centrales solaires ou photovoltaïques, les centrales éoliennes.

I.2.1.A. Centrales thermiques

Les centrales thermiques produisent l'électricité à partir de la chaleur qui se dégage de la combustion du charbon, du mazout ou du gaz naturel.

On les trouve souvent près des rivières, lac et mer, car d'énormes quantités d'eau sont requises pour refroidir et condenser la vapeur sortant des turbines. La combustion dégage une grande quantité de chaleur utilisée pour chauffer de l'eau dans la chaudière (ou générateur de vapeur). On dispose alors de vapeur d'eau sous pression. Cette vapeur sous pression fait tourner à grande vitesse une turbine qui entraîne elle-même un alternateur qui produit une tension alternative sinusoïdale. A la sortie de la turbine la vapeur est refroidie pour se transformer en eau, puis renvoyée dans la chaudière (figure I.2).

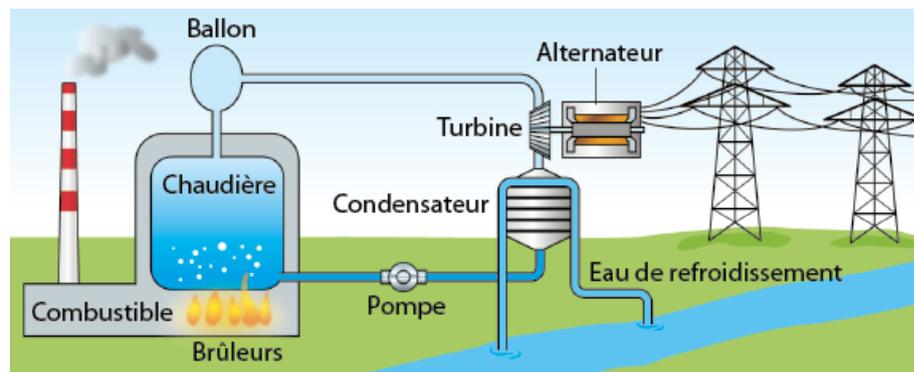


Fig.I.2 : Centrale thermique à flamme

I.2.1.B. Centrales nucléaires

Ces centrales utilisent également des cycles de conversion thermodynamique, néanmoins leur "chaudière" est un réacteur nucléaire (figure I.3). L'énergie nucléaire obtenue à la suite de réactions de fission de l'uranium et du plutonium est la source de chaleur utilisée. Les centrales nucléaires produisent des déchets radioactifs et présentent un risque d'accident.

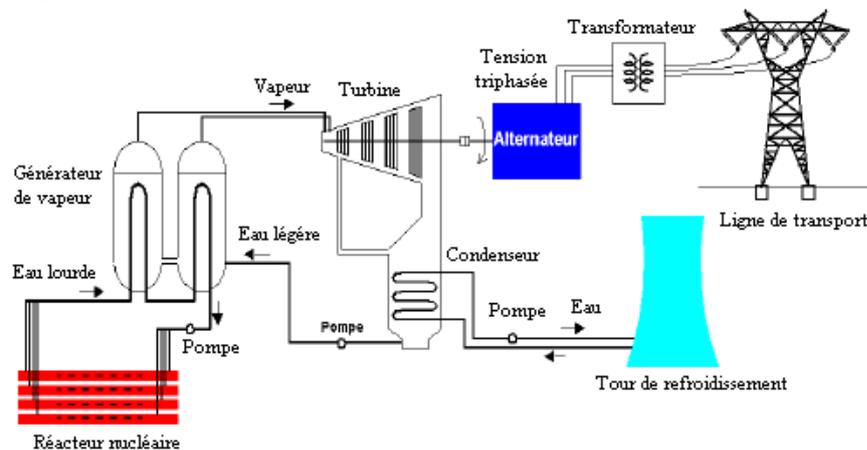


Fig.I.3 : Centrale nucléaire

I.2.1.C. Centrales hydroélectriques

Les centrales hydroélectriques convertissent l'énergie de l'eau en mouvement en énergie électrique. L'énergie provenant de la chute d'une masse d'eau est tout d'abord transformée dans une turbine hydraulique en énergie mécanique. Cette turbine entraîne un alternateur dans lequel l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique (figure I.4).

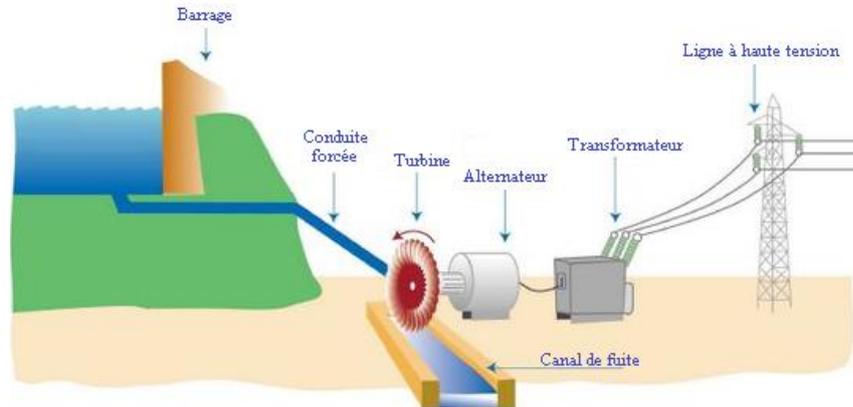


Fig.I.4 : Centrale hydroélectrique

I.2.1.D. Centrales solaires ou photovoltaïques

Un premier processus consiste à fabriquer de l'électricité avec l'énergie solaire en utilisant les rayonnements lumineux du soleil, qui sont directement transformés en un courant électrique par des cellules à base de silicium ou autre matériau ayant des propriétés de conversion lumière/électricité. Chaque cellule délivrant une faible tension, les cellules sont assemblées en panneaux (figure I.5). Un autre procédé utilise des miroirs pour concentrer le flux d'énergie vers un foyer où de l'eau est vaporisée pour entraîner un alternateur.

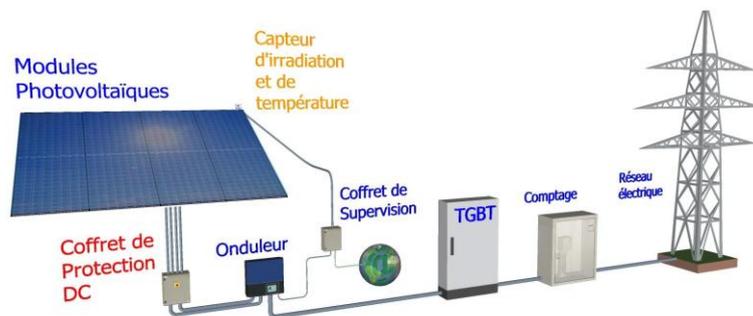


Fig.I.5 : Schéma de principe d'un générateur photovoltaïque

1.2.1.E. Centrales éoliennes

L'énergie du vent provient de celle du soleil qui chauffe inégalement les masses d'air, provoquant des différences de pression atmosphérique et donc des mouvements de circulation de l'air. L'énergie éolienne est une énergie renouvelable, disponible partout (en quantités différentes) et bien sûr sans rejet polluant dans l'atmosphère.

L'éolienne transforme la puissance de translation du vent en puissance de rotation. Un alternateur est mécaniquement couplé à l'axe des pales (rotor) pour produire les tensions triphasées. Un dispositif de régulation permet d'obtenir une vitesse de rotation constante compatible avec la fréquence du réseau (50Hz), (figure I.6).

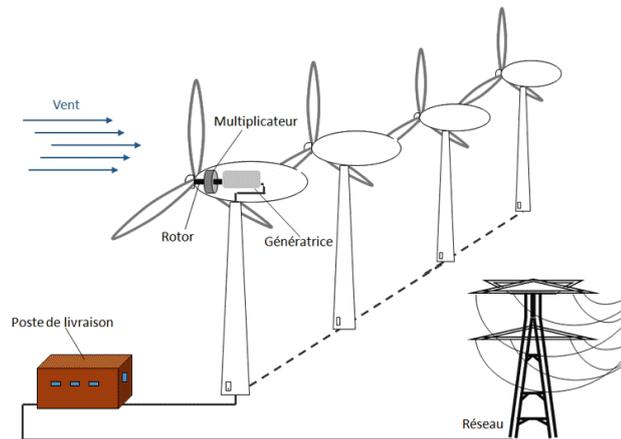


Fig.I.6 : Schéma de principe d'une production éolienne

I.2.2. Types de réseaux

Les compagnies de l'électricité divisent leurs réseaux en trois grandes catégories comme suit : réseau de transport, réseau de répartition, réseau de distribution MT et de livraison BT

N.B : Ces réseaux seront développés en détail dans le chapitre II.

I.2.3. Postes électriques

Les postes électriques permettent d'adapter la tension en fonction des lignes et des réseaux, mais aussi à aiguiller l'électricité et à la "surveiller" à distance sur les différentes lignes qu'elle emprunte. On distingue, suivant les fonctions qu'ils assurent : les postes d'interconnexion, les postes de transformation et les postes mixtes.

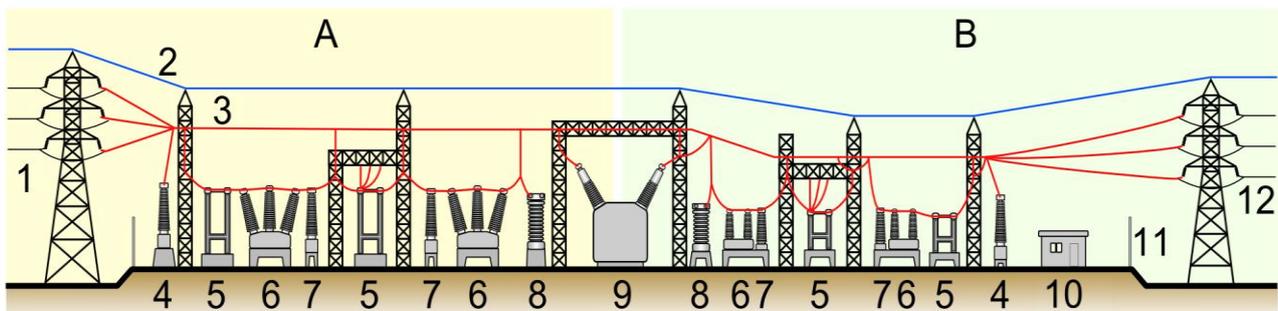


Fig.I.7 : Appareils électriques dans un poste (A : côté primaire, B : côté secondaire)

Les postes contiennent un certain nombre d'appareils électriques qui participent au bon fonctionnement du réseau : 1. Ligne électrique primaire ; 2. Câble de garde ; 3. Ligne électrique ; 4. Transformateur de tension ; 5. Sectionneur ; 6. Disjoncteur ; 7. Transformateur de courant ; 8. Parafoudre ; 9. Transformateur de puissance ; 10. Bâtiment secondaire ; 11. Clôture ; 12. Ligne électrique secondaire.

I.2.3.A. Transformateurs de puissance : Ils modifient la tension électrique à la hausse (par exemple de 20 kV à 400 kV en sortie de centrales) ou à la baisse (par exemple de 63 kV à 20 kV pour livrer l'énergie aux réseaux de distribution) (figure I.8).



Fig.I.8 : Transformateurs de puissance

I.2.3.B. Transformateurs de mesure (courant et tension) : Ils sont utilisés pour permettre la mesure de la tension ou du courant quand ceux-ci ont une valeur trop élevée pour être mesurée directement. Ils doivent transformer la tension ou le courant de manière proportionnelle et sans déphasage. Ils sont destinés à alimenter des appareils de mesure, des compteurs, des relais et autres appareils analogues (figure I.9).



(a) Transformateur de courant



(b) Transformateur de tension

Fig.I.9 : Transformateurs de mesure

I.2.3.C. Disjoncteurs : Ils protègent le réseau contre d'éventuelles surcharges dues à des courants de défaut (foudre, amorçage avec branche d'arbre) en mettant des portions de circuit sous ou hors tension (figure I.10).



Fig.I.10 : Disjoncteurs

I.2.3.D. Sectionneurs : Ils assurent la coupure visible d'un circuit électrique et aiguillent le courant dans le poste (figure I.11).



Fig. I.11 : Sectionneurs

I.2.3.E. Jeux de barres

Dans la distribution électrique un jeu de barres désigne un conducteur de cuivre ou d'aluminium qui conduit de l'électricité dans un tableau électrique, à l'intérieur de l'appareillage électrique ou dans un poste électrique. Les jeux de barres sont typiquement soit des barres plates, soit des tubes (figure I.12). Ils sont considérés comme des conducteurs de faible impédance auquel peuvent être reliés plusieurs circuits électriques en des points séparés.



Fig.I.12 : Jeux de barres

I.2.3.F. Isolateurs

Les isolateurs assurent l'isolement électrique entre les câbles conducteurs et les supports. Ils sont utilisés en chaîne, dont la longueur augmente avec le niveau de tension : il faut compter environ 6 isolateurs en 63 kV, 9 en 90 kV, 12 en 225 kV et 19 en très haute tension de 400 kV. La chaîne d'isolateurs joue également un rôle mécanique, elle doit être capable de résister aux efforts dus aux conducteurs, qui subissent les effets du vent, de la neige ou du givre (figure I.13).



Fig.I.13 : Isolateurs

I.2.3.G. Autres appareillage d'un poste

Outre la transformation, les postes assurent la jonction entre les différents réseaux électriques pour pouvoir "aiguiller" l'énergie du lieu de production vers le lieu de consommation. Par ailleurs, grâce à leur appareillage électrique très performant, les postes éliminent très rapidement (généralement en moins d'une seconde) les incidents (courts-circuits) qui peuvent survenir sur les lignes ou dans le poste lui-même.

- **Parafoudres**

Les parafoudres sont des appareils destinés à limiter les surtensions imposées aux transformateurs, instruments et machines électriques par la foudre et par les manœuvres de commutation. La partie supérieure du parafoudre est reliée à un des fils de la ligne à protéger et la partie inférieure est connectée au sol par une mise à la terre de faible résistance, généralement de moins d'un Ohm (figure I.14).



Fig.I.14 : Parafoudre

- **Eclateurs**

L'éclateur est un dispositif simple constitué de deux électrodes, la première reliée au conducteur à protéger, la deuxième reliée à la terre. A l'endroit où il est installé dans le réseau, l'éclateur représente un point faible pour l'écoulement des surtensions à la terre et protège ainsi le matériel (figure I.15).



Fig.I.15 : Eclateurs

I.2.4. Supports

Le rôle des supports (pylônes) est de maintenir les câbles à une distance minimale de sécurité du sol et des obstacles environnants, afin d'assurer la sécurité des personnes et des installations situées au voisinage des lignes. Le choix des pylônes se fait en fonction des lignes à réaliser, de leur environnement et des contraintes mécaniques liées au terrain et aux conditions climatiques de la zone. Leur silhouette est caractérisée par la disposition des câbles conducteurs. On a recours à des pylônes composés d'un treillis en acier. Plus la tension est élevée, plus l'envergure est grande et plus les poteaux sont élevés (figure I.16).

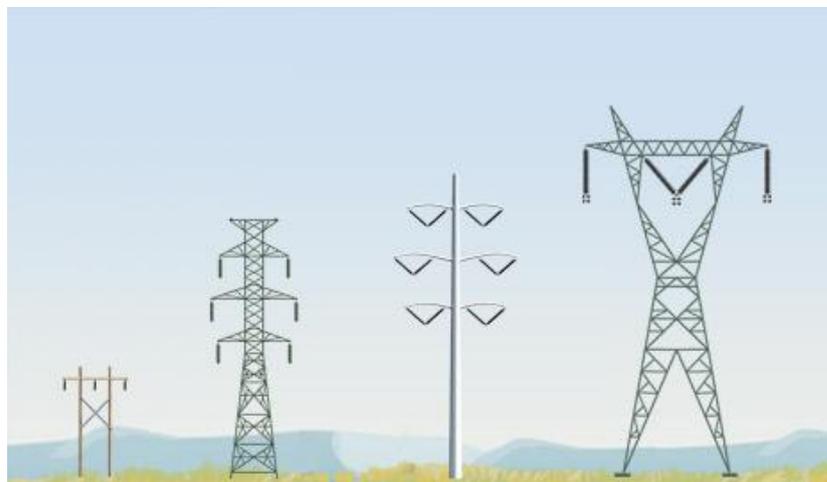


Fig.I.16 : Quelques structures de pylônes

I.2.5. Câbles conducteurs

I.2.5.A. Lignes aériennes

Pour transporter le courant, on utilise des câbles conducteurs qui sont portés par les pylônes. Le courant utilisé étant triphasé, il y a trois câbles (ou faisceaux de câbles) conducteurs par circuit. Les lignes sont soit simples (un circuit), soit doubles (deux circuits par file de pylônes). Chacune des phases peut utiliser 1, 2, 3 ou 4 câbles conducteurs, appelés faisceaux. Les câbles conducteurs sont « nus » c'est-à-dire que leur isolation électrique est assurée par l'air. La distance des conducteurs entre eux et avec le sol garantit la bonne tenue de l'isolement. Cette distance augmente avec le niveau de tension.

Les conducteurs en cuivre sont de moins en moins utilisés. On utilise en général des conducteurs en aluminium, ou en alliage aluminium-acier ; on trouve aussi des conducteurs composés d'une âme centrale en acier sur laquelle sont tressés des brins d'aluminium (figure I.17).



Fig. I.17 : Conducteur d'une ligne aérienne

I.2.5.B. Lignes souterraines

Un câble électrique à haute tension est un câble utilisé pour le transport d'électricité, que ce soit en courant alternatif ou en courant continu. Il est composé de différentes parties assemblées de manière concentrique, les principales sont : au centre un conducteur permet de transporter l'électricité, entouré d'une couche semi-conductrice interne, ensuite vient une isolation électrique pour empêcher le courant de s'écouler vers la terre, le tout est entouré d'une gaine métallique afin de confiner le champ électrique à l'intérieur du câble et d'une protection extérieure qui assure de bonne propriété mécaniques et le protéger des agressions extérieures (figure I.18).

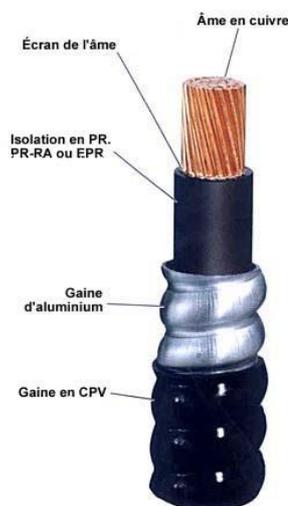


Fig.I.18 : Coupe d'un câble souterrain

I.2.5.C. Câbles de garde

Les câbles de garde ne conduisent pas le courant. Ils sont situés au-dessus des conducteurs de lignes aériennes à haute tension. Ils jouent un rôle de paratonnerre au-dessus de la ligne, en attirant les coups de foudre, et en évitant le foudroiement des conducteurs. Ils sont en général réalisés en acier (figure I.19).

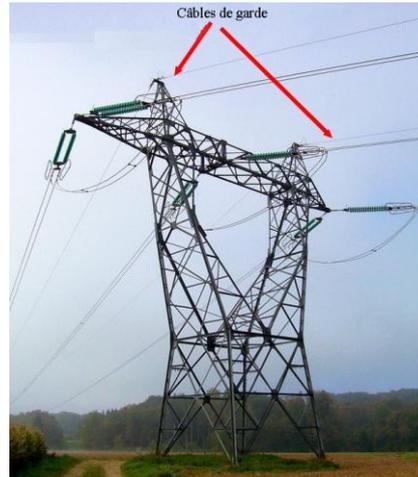


Fig.I.19 : Câble de garde

I.3. Centre de dispatching (centre de conduite réseau)

Le système de transport et de fourniture d'énergie électrique est exploité par un centre de conduite réseau également appelé dispatching. Le Dispatching est responsable de l'équilibre entre la demande et la fourniture d'énergie électrique, la maîtrise du plan de tension et du transit sur le réseau interconnecté. Les équipes du dispatching se relaient 24 heures sur 24 et 7 jours sur 7 pour veiller à cet équilibre en supervisant en temps réel l'état du réseau haute tension (figure I.20).

Il est aussi responsable des réseaux de répartition, et veille particulièrement à la continuité de l'alimentation des réseaux de distribution et des consommateurs raccordés en haute tension HTB.



Fig.I.20 : Centre de dispatching

I.4. Synthèse

Les éléments principaux d'un système de puissance électrique sont les générateurs, les transformateurs, les lignes de transmission, les charges ainsi que les protections et les équipements de commande. Ces éléments sont reliés ensemble afin de permettre la production de l'électricité en quantité suffisante afin de satisfaire la demande des clients et de fournir une bonne qualité de cette énergie aux prix concurrentiels.

Chapitre II

Modes de transport, répartition et distribution de l'énergie électrique

II.1. Introduction

Le problème majeur de l'exploitant est de maintenir, en permanence, l'équilibre entre l'offre disponible et la demande potentielle. Etant entendu que l'équilibre instantané entre production et consommation est une condition nécessaire pour le fonctionnement du réseau. Pour cet effet la topologie des réseaux sera différente selon leurs fonctions car les conditions d'exploitation vont exiger les caractéristiques du fonctionnement des réseaux. Dans ce contexte, le système électrique est alors composé de trois segments de base : la production, le réseau et les consommateurs. Au niveau du réseau on parle d'un réseau de transport et d'un réseau de distribution car ils diffèrent dans leur topologies, niveaux de tension, dimension, exploitation, etc. Ils diffèrent également dans leur objectifs et donc par les acteurs qui vont intervenir dans l'un ou l'autre.

II.2. Description des réseaux électriques

Les réseaux électriques sont constitués par l'ensemble des appareils destinés à la production, au transport, à la distribution et à l'utilisation de l'électricité depuis les centrales de génération jusqu'aux maisons de campagne les plus éloignées (figure II.1).

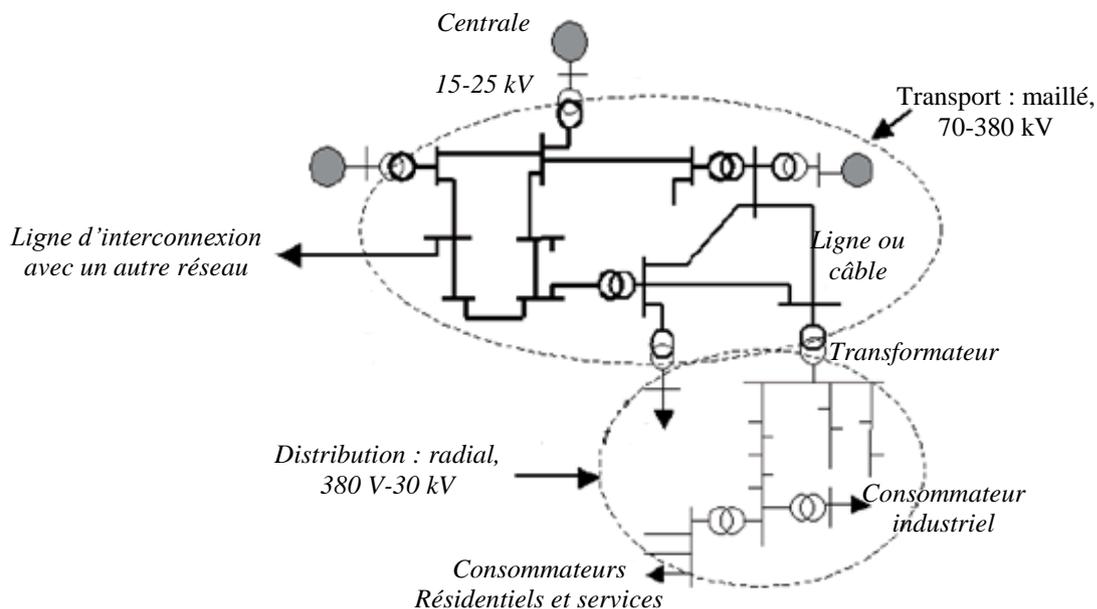


Fig.II.1: Structure des réseaux de transport et de distribution

L'énergie électrique produite est directement injectée sur le réseau de transport maillé à très haute tension pour être transportée sur de grandes distances avec un minimum de pertes. Elle "descend" ensuite sur les réseaux de répartition, puis ceux de distribution d'où elle est distribuée aux gros consommateurs et aux réseaux de distribution à basse tension.

Généralement, le réseau est composé dans le sens du transit de l'énergie comme montré sur la figure II.2 :

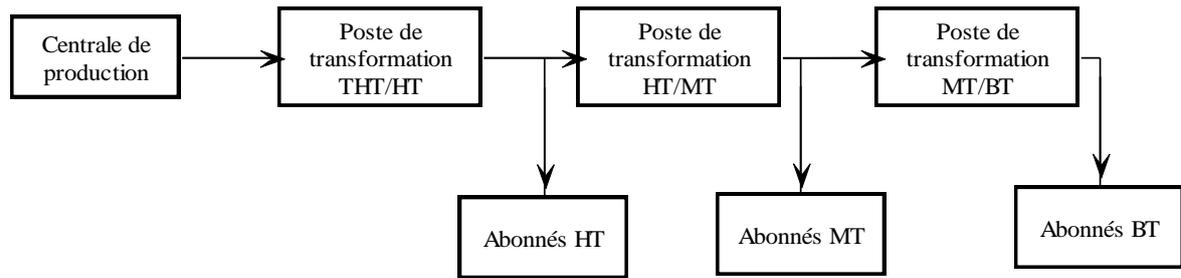


Fig.II.2 : Chemin de l'énergie électrique

Les réseaux électriques sont hiérarchisés. La plupart des pays mettent en œuvre (selon CEI) :

- ✓ Un réseau de transport THT 220 800 kV
- ✓ Un réseau de répartition HT 60 170 kV
- ✓ Un réseau de distribution MT 5 36 kV
- ✓ Un réseau de livraison de l'abonné BT 400/230 V

La nouvelle norme en vigueur en France UTE C18-510 définit les niveaux de tension alternative comme suit :

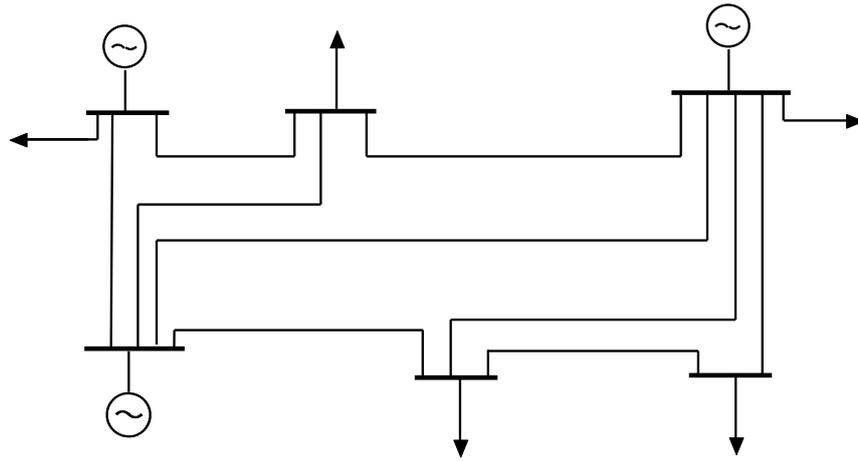
- ✓ HTB → pour une tension composée supérieure à 50 kV
- ✓ HTA → pour une tension composée comprise entre 1 kV et 50 kV
- ✓ BTB → pour une tension composée comprise entre 500 V et 1 kV
- ✓ BTA → pour une tension composée comprise entre 50 V et 500 V
- ✓ TBT → pour une tension composée inférieure ou égale à 50 V

II.3. Topologie des réseaux électriques

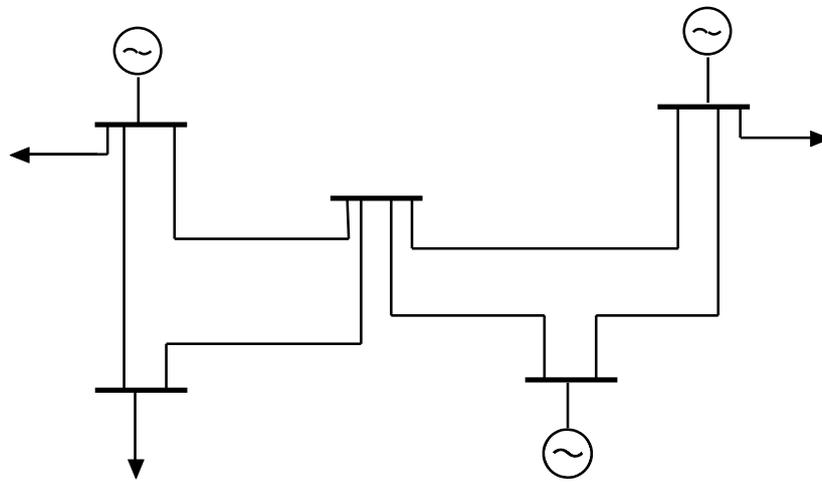
- ✓ Les réseaux de transport d'énergie et d'interconnexion sont liés entre eux sous forme des boucles, réalisant ainsi une structure semblable aux mailles d'un filet (figure II.3.a).
- ✓ Les réseaux de répartition, qu'ils alimentent, ont fréquemment une structure bouclée (figure II.3.b) et peuvent alors être exploités soit en boucle fermée (le réseau est dit bouclé) soit en boucle ouverte (le réseau est alors dit débouclé). Certaines alimentations se font aussi en antenne ou encore en piquage en prélevant une partie de l'énergie circulant sur une ligne reliant deux postes.
- ✓ Ces réseaux de répartition fournissent l'énergie aux réseaux de distribution à moyenne tension assurant l'alimentation d'un grand nombre d'utilisateurs, soit directement, soit après transformation en basse tension. Leur configuration et leur mode d'exploitation sont variables. On peut trouver, selon les pays, des réseaux maillés exploités débouclés, des réseaux aux structures en antenne (figure II.3.c) ou radiale (figure II.3.d).

D'une façon générale, ce sont les caractéristiques des sources de production, les besoins des utilisateurs et l'expérience d'exploitation qui, ajoutés à des considérations économiques, conduisent à choisir la structure topologique des réseaux.

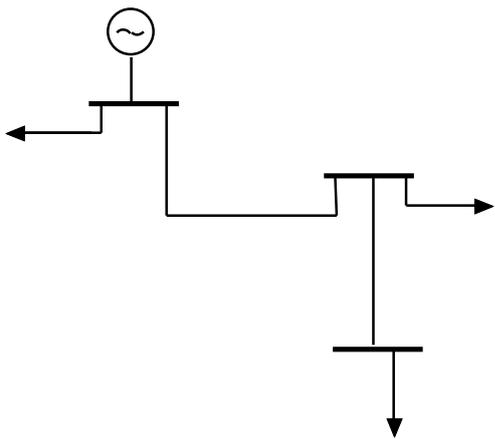
- ✓ Les postes sources HT/MT, alimentés par le réseau de transport ou de répartition ;
- ✓ Le réseau MT, constitué des départs issus des sources (en lignes aériennes ou câbles enterrés) ;
- ✓ Les postes MT/BT de distribution publique;
- ✓ Le réseau BT, sur lequel sont raccordés les branchements desservant la clientèle.



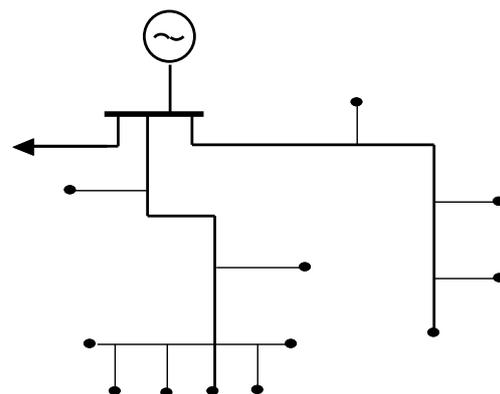
(a) Structure maillée



(b) Structure bouclée



(c) Structure en antenne



(d) Structure radiale

Fig.II.3 : Topologies des réseaux électriques

II.3.1. Postes sources HT/MT

Le réseau de distribution moyenne tension commence à partir du poste source HT/MT d'où partent plusieurs départs MT constitués d'un ensemble de conducteurs et d'appareils de coupure qui alimentent les charges moyenne tension ou les postes de distribution publique (MT/BT).

Ce type de poste (figure II.4) est constitué d'un transformateur (T_1) alimenté par une ligne HT (HT1). Avec l'augmentation des charges à desservir, on peut y adjoindre un deuxième (T_2), puis, en stade final, un troisième transformateur (T_3) généralement en double attache.

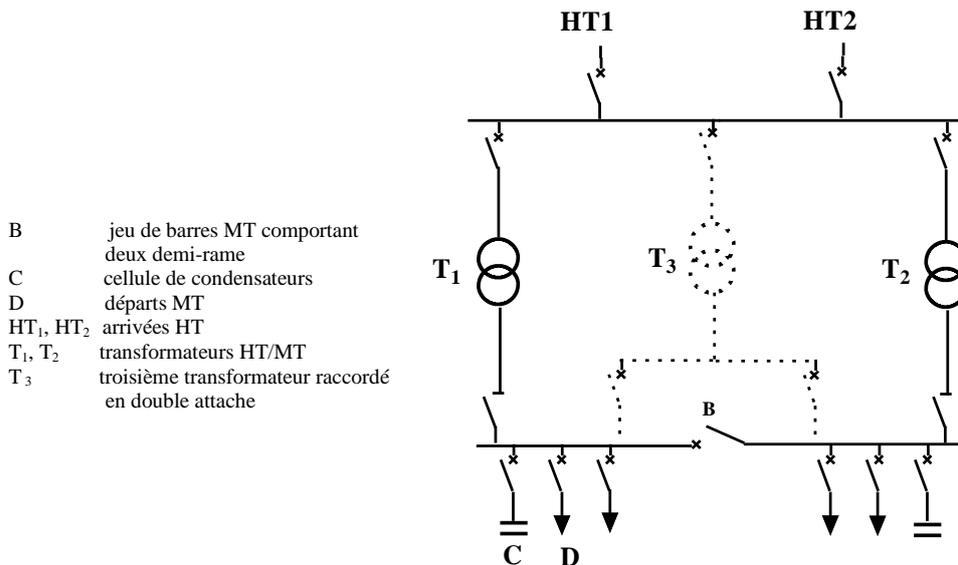


Figure II.4: Schéma d'un poste HT/MT

En même temps que le deuxième transformateur, on raccorde généralement une deuxième arrivée HT (HT2), dite garantie ligne, opérant en cas de défaut sur la première. Le ou les transformateurs débitent sur un tableau MT qui forme un jeu de barres composé de rames.

Chaque rame est un ensemble d'une dizaine de cellules environ, organisée en deux demi-rames reliées entre elles par un organe de couplage, en sectionnement de barre (figure II.5). La demi-rame élémentaire comprend :

- ✓ une arrivée de transformateur ;
- ✓ plusieurs départs MT ;
- ✓ une cellule de condensateurs (compensation de l'énergie réactive) ;
- ✓ éventuellement, un disjoncteur shunt.

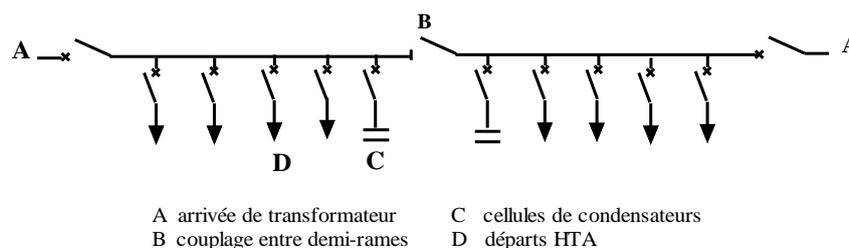


Fig.II.5: Schéma du principe d'une rame MT

II.3.2. Réseaux MT

Les réseaux MT (figure II.6) sont, soit réalisés avec des câbles souterrains quasiment toujours bouclables mais exploités en radial (réseaux urbains principalement), soit réalisés avec des lignes aériennes, elles aussi le plus souvent bouclables (réseaux ruraux). Il reste quelques structures aériennes en antenne sans secours possible. Les réseaux construits avec des lignes aériennes ont des contraintes liées à l'esthétique, à la fiabilité et à l'encombrement ce qui a poussé au développement des câbles souterrains. Par ailleurs, des techniques modernes de pose mécanisée des câbles souterrains ont rendu leur utilisation plus compétitive.

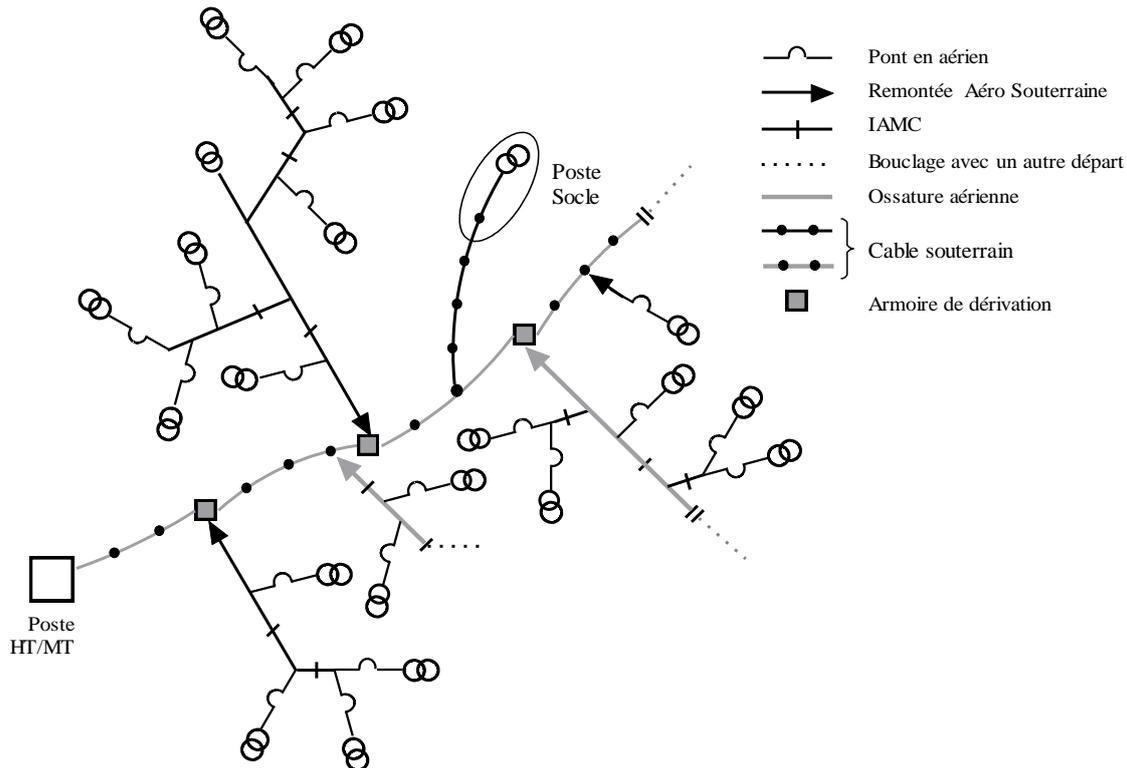


Fig.II.6 : Structure d'un départ MT

Ainsi deux doctrines sont nées:

- ✓ la doctrine nord-américaine, à neutre distribué (figure II.7) ;
- ✓ la doctrine française et, en général, européenne (figure II.8), à trois fils, le neutre n'étant pas distribué.

II.3.2.A. Réseau de type nord-américain

Cette architecture est composée de quatre conducteurs : trois conducteurs de phases et un conducteur de neutre. Le neutre est mis à la terre au niveau du poste source HT/MT puis régulièrement (tous les 200 à 300 mètres) ainsi qu'à chaque transformateur ou branchement de clients. A partir de cette ossature principale, des dérivations de type arborescentes se développent. Celles-ci peuvent être triphasées, biphasées ou monophasées. La figure II.7 illustre la distribution de type nord-américaine.

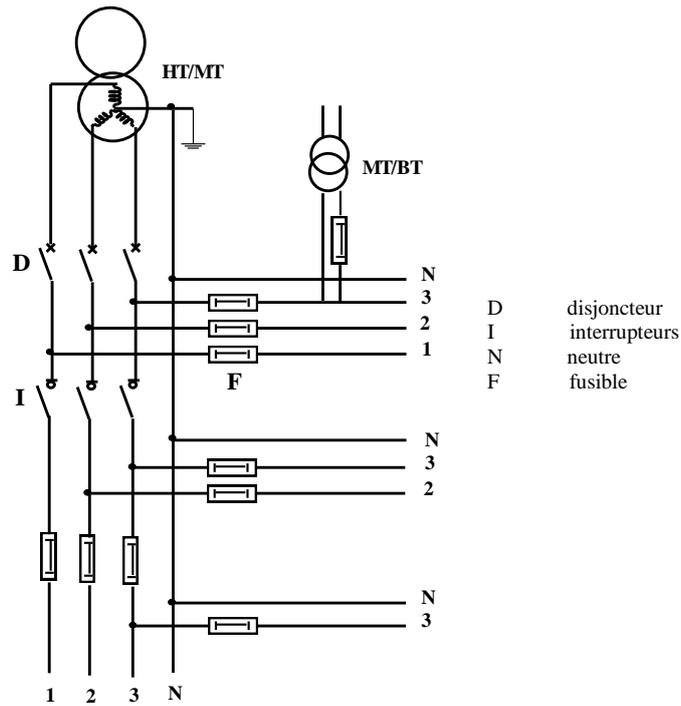


Fig.II.7 : Structure d'un départ aérien MT (à neutre distribué)

II.3.2.B. Réseau de type européen

Cette architecture est composée, au niveau de la moyenne tension, de trois conducteurs qui sont les trois conducteurs de phase. Le neutre est directement relié à la terre par une impédance au niveau du poste source HT/MT. Cette architecture présente une ossature principale de forte section de laquelle partent des dérivations plus économiques qui alimentent des grappes de postes sources MT/BT.

La figure II.8 illustre la distribution de type européenne.

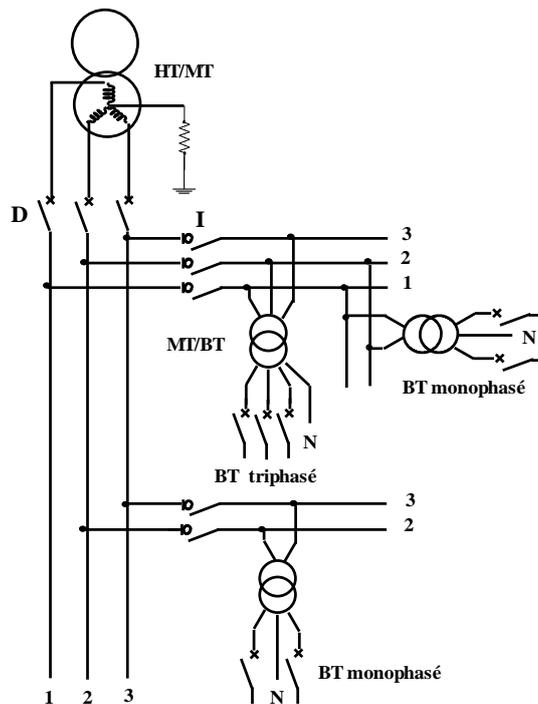


Fig.II.8 : Modes de distribution (sans neutre distribué, mixte deux ou trois phases)

II.3.2.C. Réseaux MT souterrains

Les différences de structures entre réseaux aériens et souterrains proviennent essentiellement, par nature, de la nécessité de faire face à des indisponibilités beaucoup plus longues en système souterrain, pour localiser une avarie éventuelle et en effectuer la réparation ou bien pour réaliser des travaux programmés.

Une caractéristique fondamentale d'un réseau MT souterrain est le nombre de voies d'alimentation utilisables pour desservir une même charge (poste MT/BT) :

- ✓ la structure à une voie d'alimentation, c'est-à-dire purement radiale en antenne, est simple et économique, mais n'offre pas de possibilité de reprise de service en cas d'incident ; c'est pourquoi, sauf cas particuliers rares, elle est proscrite en souterrain ;
- ✓ les structures à deux voies d'alimentation sont les plus fréquentes ; on y distingue deux grandes familles : les réseaux en double dérivation et les réseaux en coupure d'artère ;
- ✓ les structures à voies d'alimentation multiples sont plus rares, mais assurent une qualité de service encore meilleure.

- **Réseau en double dérivation**

Le réseau radial en antenne est doublé à partir du jeu de barre du poste source HTB/HTA. Ainsi chaque transformateur HTA/BT est connecté à un câble normal et à un câble de secours par le biais de dispositifs inverseurs comme le montre la figure II.9. C'est une structure difficilement exploitable manuellement mais facilement automatisable malgré les coûts.

- **Réseau en dérivation multiples**

Chaque poste source HTA/BTA ne dispose que de deux voies d'alimentation mais ces deux voies sont raccordées alternativement à entre trois et six câbles partant du poste source HTB/HTA. En cas de défaut, la charge peut être basculée soit sur un câble secours, soit sur les autres câbles (secours intégré) comme le montre la figure II.10.

- **Réseau en coupure d'artère**

Dans les réseaux de ce type, les postes source HTB/HTA sont raccordés deux à deux par des circuits dit artères (figure II.11). Chaque charge (postes HTA/BTA) est connectée directement à une artère qui contient un ou plusieurs organes de coupure ayant l'état normalement ouvert ou fermé afin de réaliser l'exploitation dans une structure radiale. Dans certains cas, la connexion entre les postes HTB/HTA peut être renforcée par un câble de secours. Il existe les variantes de la structure en coupure d'artère appelées le fuseau, l'épi et la boucle ou pétale de marguerite. Les figures II.11, présentent les trois structures en coupure d'artère.

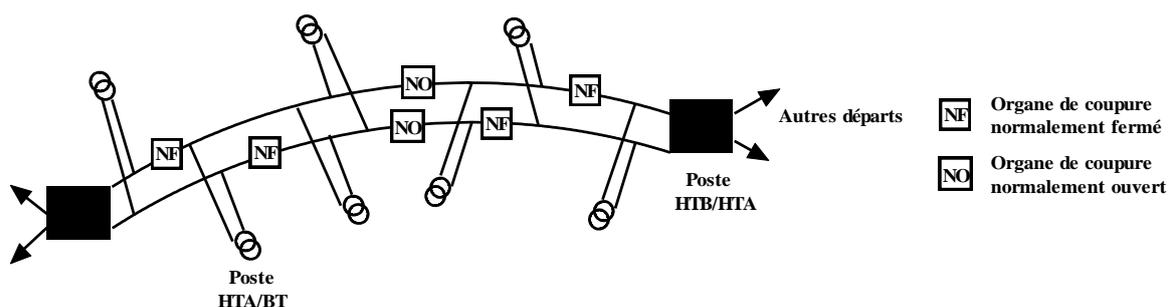


Fig.II.9: Réseaux en double dérivation

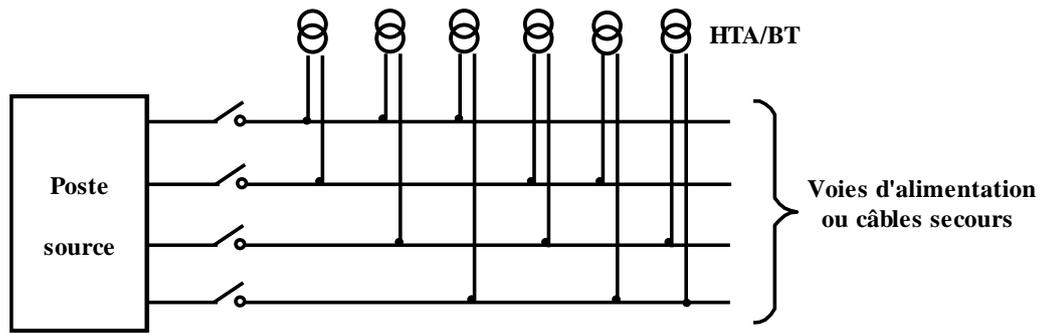


Fig.II.10: Alimentation par voies multiples

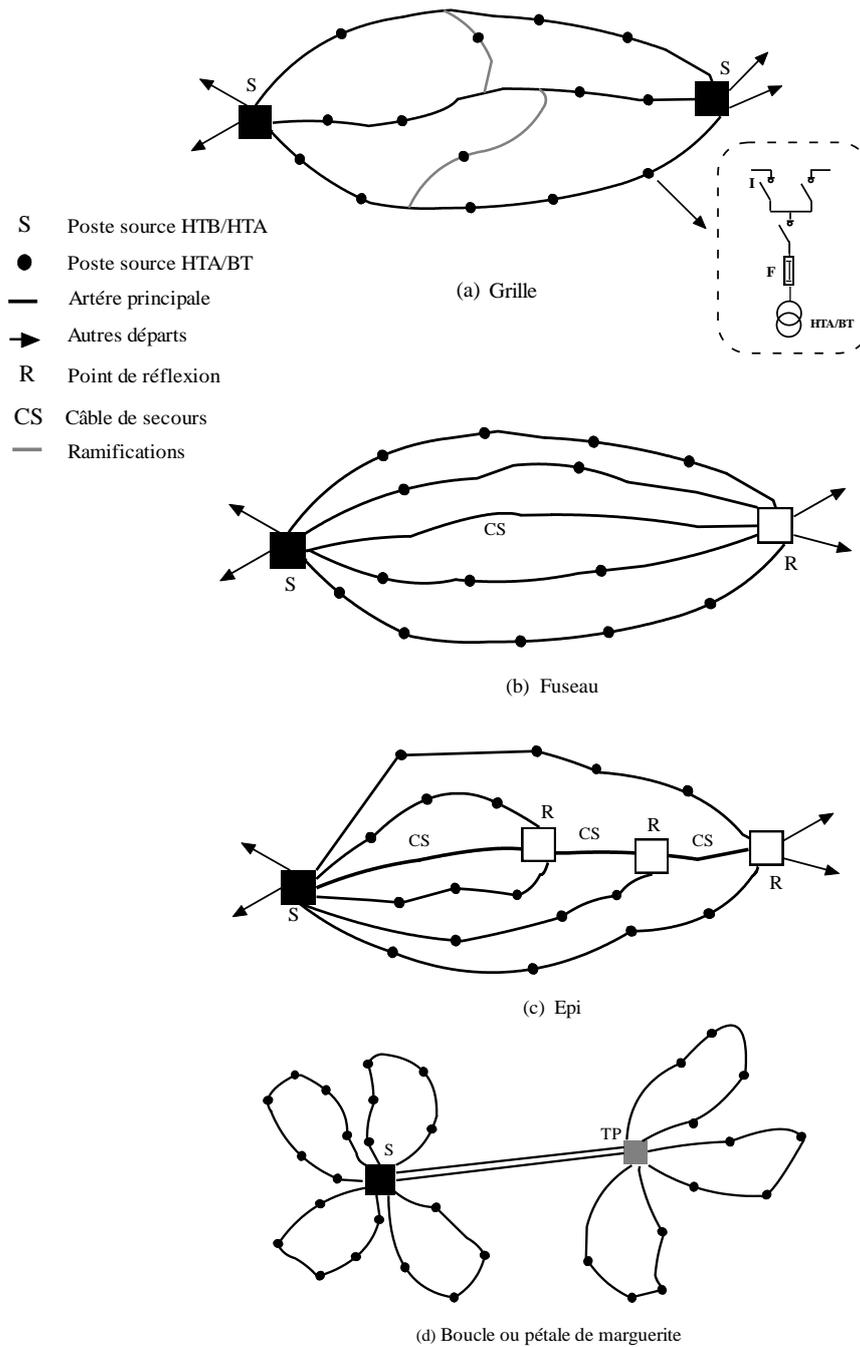


Fig.II.11: Réseaux en coupure d'artère

II.3.3. Postes HTA/BT

Ils sont l'interface entre les réseaux HTA et BT. Ils ont essentiellement un rôle de transformation HTA/BT auquel peuvent éventuellement être associées une fonction d'exploitation HTA et une fonction de répartition BT, suivant la charge à desservir.

Une des caractéristiques essentielles des postes HTA/BT est leur puissance nominale. On rencontre à travers le monde des puissances comprises entre quelques kilos Voltampères et plusieurs méga Voltampères. On peut citer plusieurs types de postes HTA/BT de niveau de complexité croissante (figure II.12).

II.3.3.A. Poste sur poteau

C'est le plus simple, utilisé en réseau aérien. Son principe de conception est de considérer qu'il fait partie intégrante de la ligne. Sur le même poteau sont supportés l'arrivée MT, un transformateur apparent et une sortie BT avec un disjoncteur BT en milieu de poteau (figure II.12.a).

Ce type de poste, simple et peu coûteux, a permis dans le passé l'électrification rapide des écarts ruraux grâce à la grande souplesse de distribution des charges. Les puissances normalisées du transformateur sont : 63 ; 100 ; 160 kVA

D disjoncteur
IS, IT, I1, I2 interrupteurs
F fusible

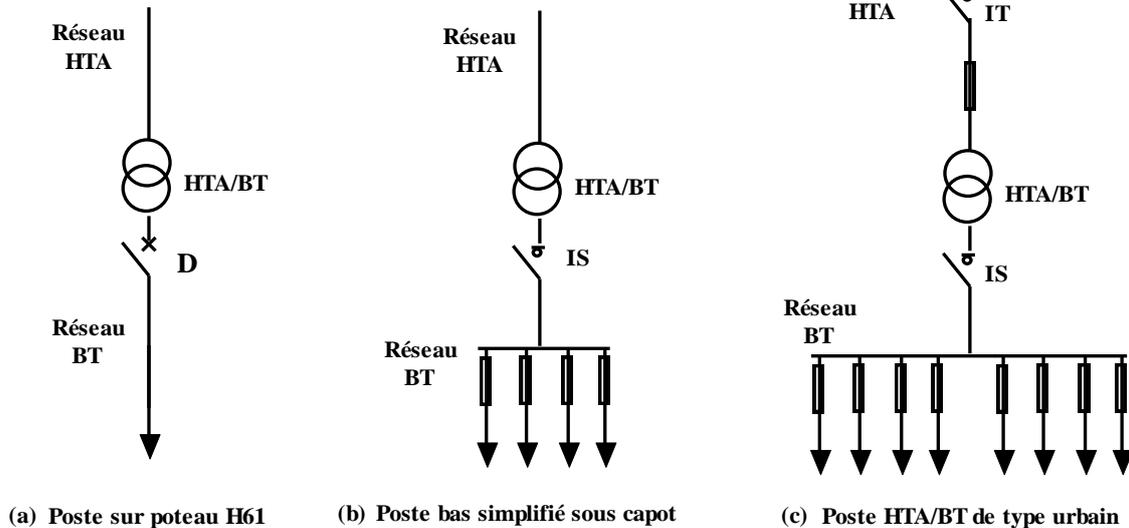


Fig.II.12: Structures de postes HTA/BT

II.3.3.B. Poste bas simplifié sous capot

Généralement préfabriqué, raccordé exclusivement sur des réseaux aériens MT, ce type de poste permet de délivrer des puissances (160; 250; 400kVA) supérieures à celles du H61, dans des conditions encore économiques.

La liaison avec le réseau MT s'effectue par descente aérosouterraine sans organe de coupure (figure II.12.b), le raccordement au transformateur étant réalisé par prise embrochable. L'énergie BT peut être répartie par un ensemble comportant un organe de coupure et jusqu'à quatre départs protégés par fusibles.

II.3.3.C. Poste de type urbain raccordé en souterrain

Du fait des structures de réseau MT en coupure d'artère ou en double dérivation, ils comportent un appareillage MT composé en général de deux arrivées MT (MT1, MT2) avec cellules interrupteur en technique protégée, et une cellule de protection du transformateur avec fusible et éventuellement un interrupteur (figure II.12.c). Le poste est prévu en général pour un seul transformateur, mais dans certains cas, il peut y en avoir plusieurs pour faire face à des charges ponctuelles importantes. Les puissances normalisées de transformateur sont : 250; 400; 630 et 1000 kVA

II.3.4. Réseaux BT

Il existe plusieurs modes d'alimentations des tableaux BT, avec une ou plusieurs sources d'alimentation. Dans ce qui suit nous citerons deux exemples.

II.3.4.A. Alimentation des tableaux BT avec une seule source d'alimentation

Les tableaux T1, T2, T3 bénéficient d'une seule source d'alimentation. Le réseau est dit de type radial arborescent. En cas de perte de la source d'alimentation d'un tableau, celui-ci est hors service jusqu'à l'opération de réparation (figure II.13).

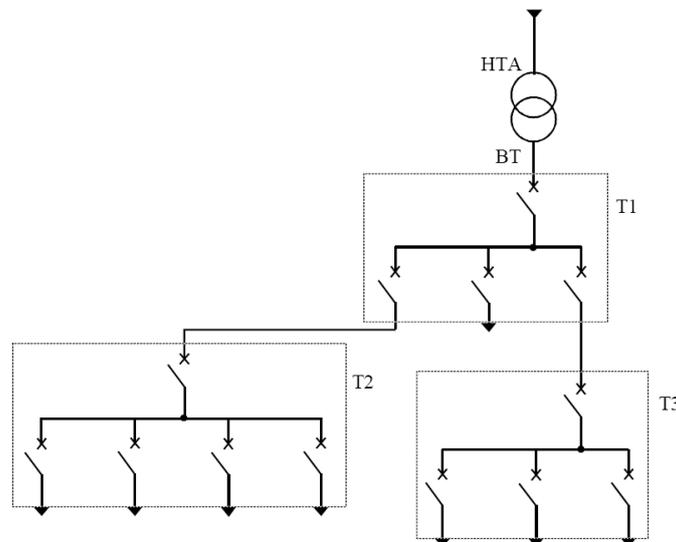


Fig.II.13: Alimentation des tableaux BT avec une seule source d'alimentation

II.3.4.B. Alimentation des tableaux BT par une double alimentation sans couplage

Le tableau T1, de la figure II.14, bénéficie d'une double alimentation sans couplage par 2 transformateurs HTA/BT:

- ✓ les deux sources alimentent T1 en parallèle ;
- ✓ en fonctionnement normal, les deux disjoncteurs sont fermés (D1 et D2).

Le tableau T2 bénéficie d'une double alimentation sans couplage par un transformateur HTA/BT et par un départ issu d'un autre tableau BT:

- ✓ une source alimente le tableau T2, la seconde assure le secours ;
- ✓ en fonctionnement normal, un seul disjoncteur est fermé (D3 ou D4).

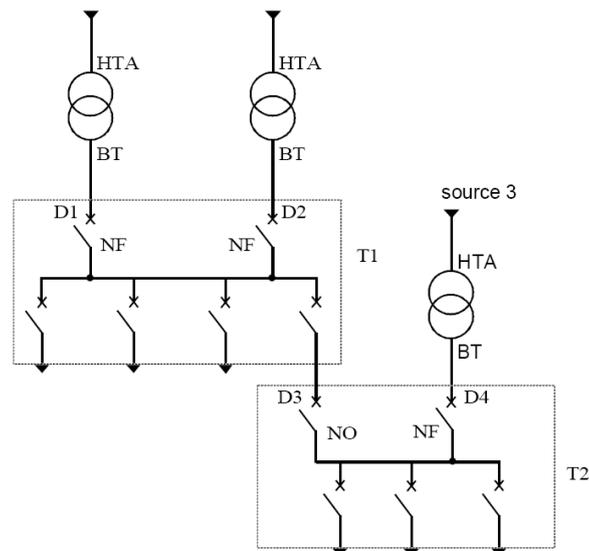


Fig.II.14 : Alimentation des tableaux BT par une double alimentation sans couplage

II.4. Synthèse

Les réseaux de grand transport fonctionnent à des tensions élevées de manière à transmettre la puissance sous des courants moins élevés avec, par conséquent, des sections de conducteurs et des pertes de transport plus faibles. Les grands consommateurs industriels sont reliés directement au réseau de transport tandis que les autres charges sont alimentées via des réseaux de distribution.

Le réseau de transport est maillé afin que la perte d'un de ses éléments n'interrompe pas la fourniture d'énergie aux consommateurs ou aux réseaux de distribution qui y sont connectés. Ce maillage se retrouve au niveau des interconnexions entre pays sont réalisées par des lignes à courant alternatif à très haute tension ou par des liaisons à courant continu. Ce maillage ne se justifie pas économiquement dans les réseaux de distribution, étant donné le nombre plus limité de consommateurs touchés par la perte d'une liaison. Ces réseaux fonctionnent donc selon une structure radiale maillée (ou faiblement maillée), pendant les manœuvres visant à modifier leur topologie.

Chapitre III

Modélisation des lignes électriques

III.1. Introduction

Les lignes aériennes constituent des circuits de transmission des réseaux triphasés reliant des générateurs aux charges. Chacune possède ses propres caractéristiques résistive, inductive et capacitive. Ces impédances sont réparties uniformément sur toute la longueur de la ligne si bien qu'on peut représenter la ligne par une série de section R, L, C identiques. Chaque section représente un tronçon de ligne d'une longueur donnée (1km, par exemple) et les éléments r , x_L et x_C représentent les impédances correspondantes pour cette longueur (figure III.1).

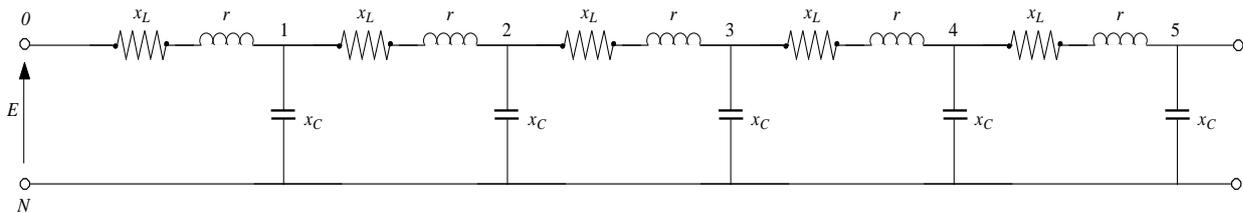


Fig.III.1: Représentation par tronçon d'une ligne électrique

On peut simplifier le circuit en additionnant les résistances individuelles pour former une résistance totale R . De la même façon, on obtient une réactance inductive totale X_L et une réactance capacitive totale X_C (figure III.2).

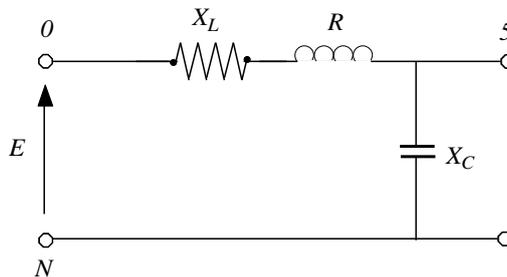


Fig.III.2 : Circuit équivalent d'une ligne électrique

III.2. Caractéristiques longitudinales

Cette partie vise à déterminer les valeurs de ces paramètres. Il fait la distinction entre les caractéristiques longitudinales (résistances des conducteurs et les inductances entre les conducteurs) et les caractéristiques transversales (capacité des conducteurs).

III.2.1. Résistance

La résistance est due à la résistivité des métaux du conducteur. Elle génère des pertes par effet Joule.

✓ En courant continu, si l'on note ρ la résistivité du métal utilisé, la résistance $R_C(\Omega)$ s'écrit :

$$R_c = \rho \frac{l}{s} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

l : Longueur de la ligne (m) ; s : Section du conducteur (m^2) ; ρ : Résistivité du métal ($\Omega \cdot \text{m}$).

La résistivité est en fonction de la température θ et s'écrit :

$$\rho(\theta) = \rho(\theta_0)[1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \tag{III.2}$$

Avec $\alpha=4.10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ pour le cuivre et l'aluminium, θ_0 étant la température de référence (20°C).

NOTE : La résistance du conducteur est affectée par trois facteurs: la fréquence, la spirale et la température.

- ✓ La résistance en courant continu d'un conducteur torsadé est supérieure à la valeur donnée par R_c , car la spirale des fils qui les rend plus long que le conducteur lui-même (figure III.3). L'augmentation de la résistance due à la spirale est d'environ 1% pour les trois conducteurs de fils et d'environ 2% pour les conducteurs toronnés concentriquement.



Fig.III.3 : Forme spirale d'un conducteur électrique

- ✓ Quand un courant alternatif circule à travers un conducteur, la distribution du courant n'est pas uniforme sur la surface de la section transversale du conducteur et le degré de non-uniformité augmente avec l'augmentation de la fréquence. La densité de courant est supérieure à la surface du conducteur d'où diminution de la section parcourue par le courant. Cela induit la résistance en courant alternatif à être légèrement supérieure à la résistance en courant continu comme montré dans le tableau III.1. Cet effet est connu sous le nom d'*effet de peau* ou *effet Kelvin*. On tient compte de l'effet de peau en remplaçant le conducteur plein par un conducteur creux fictif de même rayon ou en faisceaux. La résistance en courant alternatif R_A est déterminée en fonction de R_C à l'aide du rapport de *Kelvin* donnée par :

$$q = \pi \cdot d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot f \cdot 10^{-5}}{\rho}} \tag{III.3}$$

Avec :

d : Diamètre du conducteur (mm) ;

f : Fréquence du réseau (Hz) ;

ρ : Résistivité du métal ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{km}$)

Tab.III.1 : Résistance en courant alternatif en fonction du facteur de Kelvin

q	R_A/R_C	q	R_A/R_C
0	1	3	1,318
0,5	1	3,5	1,492
1	1,0056	4	1,6678
1,5	1,0258	4,5	1,8628
2	1,0790	5	2,043
2,5	1,147	5,5	2,219

- ✓ La résistance du conducteur augmente avec l'augmentation de la température. Etant donné que la valeur de ρ est donnée à une température spécifique et la ligne fonctionne à une température plus élevée, la résistance réelle est supérieure à la valeur trouvée dans R_c . Pour de petites variations de température, la résistance augmente linéairement lorsque la température augmente comme il est montré sur la figure III.4 et donnée par l'expression III.4:

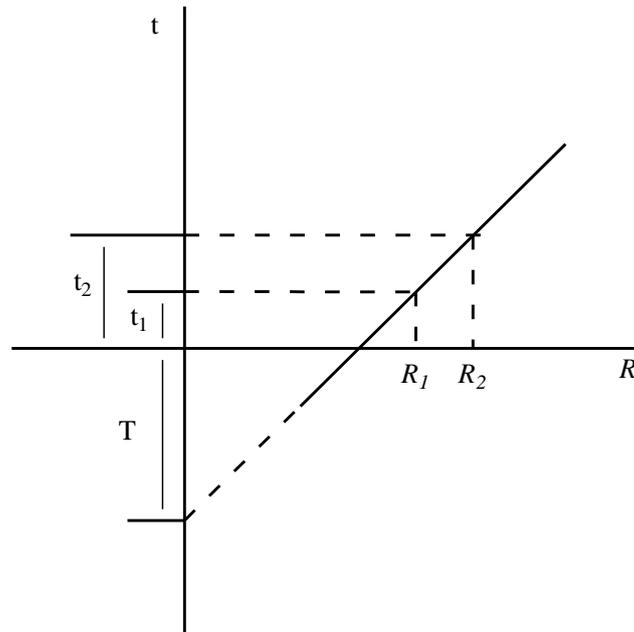


Fig.III.4 : Effet de la température sur la résistance d'un conducteur électrique

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T+t_2}{T+t_1} \tag{III.4}$$

Où R_2 et R_1 sont les résistances du conducteur aux températures ($^{\circ}\text{C}$) t_1 et t_2 respectivement. T est la constante du matériau et est égale à :

$$T = \begin{cases} 234,5 & \text{pour le cuivre recuit de 100\% de conductivité} \\ 241 & \text{pour le cuivre étiré de 97,3\% de conductivité} \\ 228 & \text{pour l'aluminium de 61\% de conductivité} \end{cases}$$

- ✓ Dans le cas des conducteurs en faisceaux :

$$R_{eq} = \frac{1}{n} \cdot R \tag{III.5}$$

Avec,

R_{eq} : Résistance équivalente du faisceau ;

n : Nombre de conducteurs ;

R : Résistance d'un conducteur du faisceau.

Résistivité dépend du métal du conducteur. La norme internationale de mesure de la résistivité ρ (ou conductivité σ , où $\sigma = 1 / \rho$). Résistivité des métaux conducteurs est listée dans le tableau III.2.

Tab.III.2 : Pourcentage de conductivité, résistivité et constante de température des métaux conducteur

Matériau	% de Conductivité	$\rho_{20^\circ\text{C}}$ Résistivité à 20°C ($\Omega\cdot\text{m}$). 10^{-8}	T Constante de température (C°)
Cuivre recuit	100%	1.72	234.5
Cuivre étiré	97.3%	1.77	241.5
Aluminium étiré	61%	2.83	228.1
Laiton	20-27%	6.4-8.4	480
Fer	17.2%	10	180
Argent	108%	1.59	243
Sodium	40%	4.3	207
Acier	2-14%	12-88	180-980

III.2.2. Réactance longitudinale (Inductance)

Le passage d'un courant électrique d'intensité ' i ', dans un conducteur cylindrique de longueur supposée infinie, crée un champ d'induction magnétique circulaire dont la composante tangentielle à une distance x du conducteur est donnée par le théorème d'Ampère :

$$B_x = \frac{\mu \cdot i}{2\pi \cdot x} \quad (\text{T}) \text{ ou } \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}\right) \quad (\text{III.6})$$

Avec $\mu = \mu_0 \mu_r$ et tel que :

μ_r : Perméabilité relative du conducteur (égale à 1 pour le cuivre et l'aluminium) ;

μ_0 : Permittivité de l'air égale à $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

III.2.2.A. Induction d'un conducteur cylindrique

Soit un conducteur infiniment long de section circulaire et uniforme (figure III.5), on considère la portion l du conducteur.

- ✓ A une distance $x=D$, le flux d'induction magnétique à l'extérieur du conducteur est :

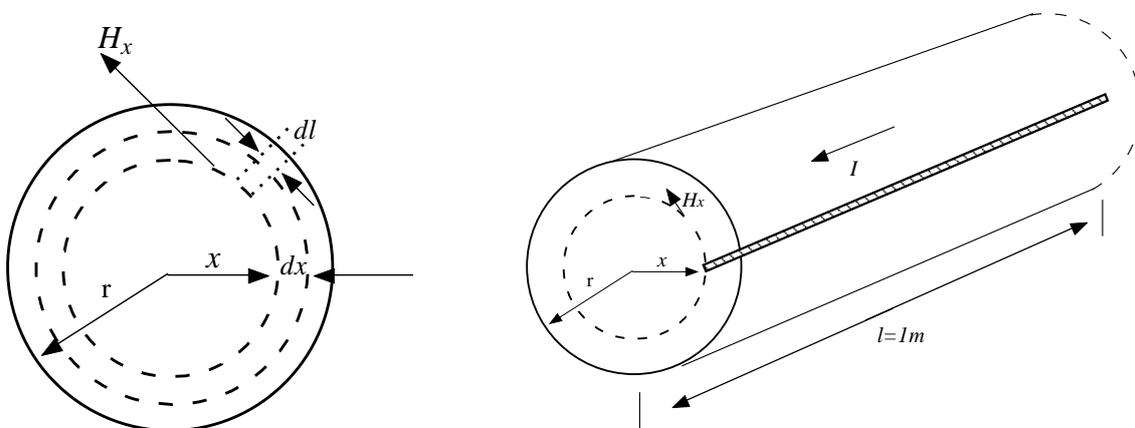


Fig.III.5: Induction magnétique à l'extérieur d'un conducteur circulaire long

$$\begin{aligned}\varphi_{ext} &= \int_r^D B_x \cdot ds = \int_r^D B_x \cdot l \cdot dx = \frac{\mu \cdot i \cdot l}{2\pi} \int_r^D \frac{dx}{x} \\ \varphi_{ext} &= \frac{\mu \cdot i \cdot l}{2\pi} \ln \frac{D}{r}\end{aligned}\quad (\text{III.7})$$

L'inductance par unité de longueur à l'extérieur du conducteur est définie par $L_{ext} = \frac{\varphi_{ext}}{i}$ alors,

$$L_{ext} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{r} \quad (\text{H/m}) \quad (\text{III.8})$$

Avec :

r : Rayon du conducteur (m) ;

φ_{ext} : Flux d'induction magnétique à l'extérieur du conducteur à une distance D (Wb/m) ;

L_{ext} : Inductance linéique à l'extérieur du conducteur à une distance D (H/m).

✓ Le flux à l'intérieur du conducteur est égale à :

$$\varphi_{int} = \frac{\mu \cdot i \cdot l}{8\pi} \quad (\text{III.9})$$

L'inductance par unité de longueur à l'intérieur du conducteur est définie par :

$$L_{int} = \frac{\mu}{8\pi} \quad (\text{H/m}) \quad (\text{III.10})$$

L'inductance totale du conducteur est :

$$L_{tot} = L_{ext} + L_{int} \quad (\text{III.11})$$

Alors :

$$L_{tot} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{r} + \frac{\mu}{8\pi} = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r} + \frac{1}{4} \right) = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{r} + \ln e^{0,25} \right) = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{r} \cdot \frac{1}{e^{-0,25}} \right)$$

$$L_{tot} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{r'} \right) \quad (\text{III.12})$$

Avec, $r' = r \cdot e^{-0,25}$

III.2.2. B. Inductance d'une ligne monophasée

Le flux au niveau de la phase 1 (figure III.6) créé par i_1 et i_2 est :

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12} \quad (\text{III.13})$$

$$\varphi_1 = \frac{\mu}{2\pi} \left[i_1 \ln \frac{D_{1p}}{r'} + i_2 \ln \frac{D_{2p}}{D_{12}} \right] \quad (\text{III.14})$$

$$\text{avec } D_{1p} = D_{2p} = D \quad \text{et } i_1 = -i_2$$

$$\varphi_1 = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot i_1 \ln \frac{D_{1p}}{r'} \cdot \frac{D_{12}}{D_{2p}} = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot i_1 \ln \frac{D_{12}}{r'} \quad \text{avec } D_{12} = D$$

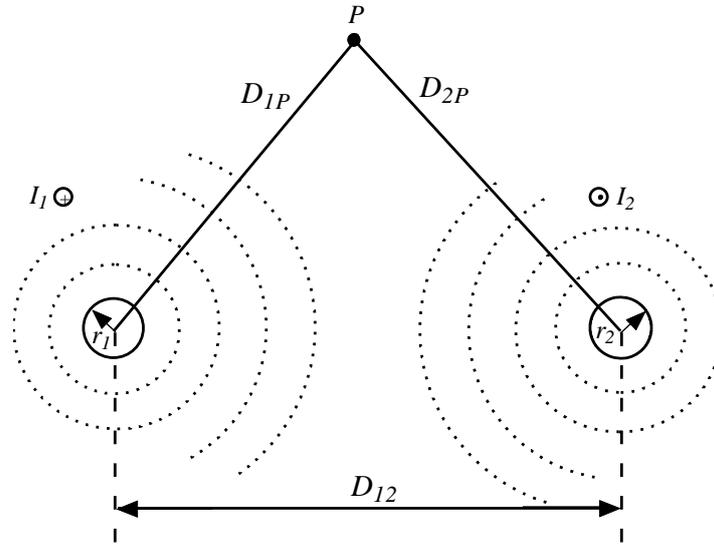


Fig.III.6 : Flux d'induction magnétique à l'extérieur d'une ligne monophasée

Sachant que $L_1 = \frac{\varphi_1}{i_1}$, nous obtenons alors :

$$L_1 = \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{D}{r'} \quad H/m \quad (III.15)$$

Où :

r' : Rayon géométrique de la phase 1 ;

φ_1 : Flux au niveau de la phase 1 ;

L_1 : Inductance par phase.

III.2.2. C. Inductance d'une ligne composée de plusieurs conducteurs

Soit une ligne monophasée formée de 'm' conducteurs sur une de ses lignes et de 'n' conducteurs sur l'autre (figure III.7).

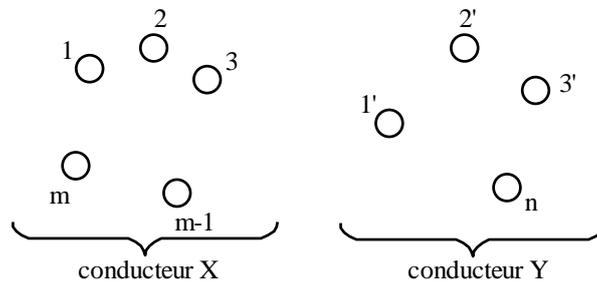


Fig.III.7 : Ligne monophasée constituée de plusieurs cordes

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12} + \dots + \varphi_{1m} + \varphi_{11'} + \varphi_{12'} + \dots + \varphi_{1n} \quad (III.16)$$

Avec : φ_{12} flux du conducteur 2 par rapport à 1.

En considérant les distances $D_{1p} = D_{2p} = \dots = D_{ip} = 1$, On cherche l'expression générale :

$$\varphi_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{i}{m} \ln \frac{1}{r_1'} + \frac{i}{m} \ln \frac{1}{D_{12}} + \dots + \frac{i}{m} \ln \frac{1}{D_{1m}} - \frac{i}{n} \ln \frac{1}{D_{11'}} - \frac{i}{n} \ln \frac{1}{D_{12'}} - \dots - \frac{i}{n} \ln \frac{1}{D_{1n}} \right]$$

$$\varphi_1 = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi} \left[\ln \frac{(D_{11'} \cdot D_{12'} \dots D_{1n})^{\frac{1}{n}}}{(r_1' \cdot D_{12} \dots D_{1m})^{\frac{1}{m}}} \right] \quad (\text{III.17})$$

$$L_1 = \frac{\varphi_1}{\left(\frac{i}{m}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot m}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{11'} \cdot D_{12'} \dots D_{1n}}}{\sqrt[m]{r_1' \cdot D_{12} \dots D_{1m}}} \quad (\text{III.18})$$

On procède de la même manière pour le deuxième conducteur

$$L_2 = \frac{\varphi_2}{\left(\frac{i}{m}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot m}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{21'} \cdot D_{22'} \dots D_{2n}}}{\sqrt[m]{r_2' \cdot D_{21} \dots D_{2m}}}$$

En calculant la valeur moyenne pour chaque conducteur de la ligne, on trouve :

$$L_{moyen} = \frac{\sum_1^m L_i}{m} = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_m}{m} \quad (\text{III.19})$$

Chaque conducteur possède cette valeur

$$L_{moy} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{[(D_{11'} \dots D_{1n}) \cdot (D_{21'} \cdot D_{22'} \dots D_{2n}) \dots (D_{m1'} \dots D_{mn})]^{\frac{1}{n}}}{[(r_1' \dots D_{1m}) \cdot (D_{21} \cdot r_2' \dots D_{2m}) \dots (D_{m1} \dots r_m')]^{\frac{1}{m}}}$$

Tous les conducteurs sont en parallèles, alors

$$L_x = \frac{L_{moy}}{m} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{[(D_{11'} \dots D_{1n}) \cdot (D_{21'} \cdot D_{22'} \dots D_{2n}) \dots (D_{m1'} \dots D_{mn})]^{\frac{1}{mn}}}{[(r_1' \dots D_{1m}) \cdot (D_{21} \cdot r_2' \dots D_{2m}) \dots (D_{m1} \dots r_m')]^{\frac{1}{m^2}}}$$

Enfin,

$$L_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt[mn]{[(D_{11'} \dots D_{1n}) \cdot (D_{21'} \cdot D_{22'} \dots D_{2n}) \dots (D_{m1'} \dots D_{mn})]}}{\sqrt[m^2]{[(r_1' \dots D_{1m}) \cdot (D_{21} \cdot r_2' \dots D_{2m}) \dots (D_{m1} \dots r_m')]}} \quad (\text{III.20})$$

$$L_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{DMG}{RMG} \quad H/m \quad (\text{III.21})$$

Avec :

DMG : Distance Moyenne Géométrique ;

RMG : Rayon Moyen Géométrique.

L'inductance de la ligne est alors donnée par :

$$L = L_x + L_y \tag{III.22}$$

Cas particulier : Ligne en faisceaux

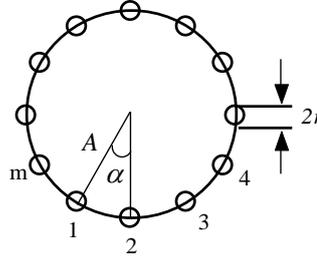


Fig.III.8 : Ligne en faisceaux

Soit $\alpha = \frac{2\pi}{m}$, à partir de la figure III.8, nous pouvons écrire :

$$\frac{D_{12}}{2} = A \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \tag{III.23}$$

Avec, $D_{12} = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{m} / 2 \right) = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{\pi}{m} \right)$

De la même manière,

$$D_{13} = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{2\alpha}{2} \right) = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{m} \right)$$

$$D_{14} = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{3\alpha}{2} \right) = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{3\pi}{m} \right)$$

$$D_{1m} = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{(m-1)\alpha}{2} \right) = 2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{(m-1)\pi}{m} \right)$$

On remplace dans l'expression générale de L_x

$$L_x = \frac{L_{moy}}{m} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{[(D_{11'} \dots D_{1n}) \cdot (D_{21'} \cdot D_{22'} \dots D_{2n}) \dots (D_{m1'} \dots D_{mn})]^{1/mn}}{\left[\left\{ r_1' \cdot \left(2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{\pi}{m} \right) \right) \cdot \left(2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{m} \right) \right) \dots \left(2 \cdot A \cdot \sin \left(\frac{(m-1)\pi}{m} \right) \right) \right\}^m \right]^{1/m^2}}$$

$$L_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{[(D_{11'} \dots D_{1n}) \cdot (D_{21'} \cdot D_{22'} \dots D_{2n}) \dots (D_{m1'} \dots D_{mn})]^{1/mn}}{\left[\underbrace{r_1' \cdot A^{m-1} \cdot \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{m} \right) \right) \cdot 2 \sin \left(\frac{2\pi}{m} \right) \dots 2 \sin \left(\frac{(m-1)\pi}{m} \right)}_m \right]^{1/m}}$$

une suite

Comme les conducteurs sont tellement proches l'un de l'autre donc on peut considérer D_{2l} m fois.

$$L_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{\overbrace{[(D_{11}' \dots D_{1n}) \cdot (D_{21}' \dots D_{2n}) \dots (D_{m1}' \dots D_{mn})]^{1/mn}}^{DMG}}{\underbrace{(m \cdot r' \cdot A^{m-1})^{1/m}}_{RMG}} \quad (\text{III.24})$$

$$RMG = (m \cdot r' \cdot A^{m-1})^{1/m} \quad (\text{III.25})$$

Avec :

m : Nombre de conducteurs du faisceau ;

r : Rayon du conducteur ;

A : Rayon du cercle circonscrivant les conducteurs du faisceau.

III.2.2. D. Notion de rayon moyen géométrique RMG

✓ RMG des conducteurs toronnés

Pour les conducteurs constitués de brins toronnés (figure III.9), les valeurs du RMG peuvent être calculées à partir de la section utile S du conducteur et du nombre de brins.

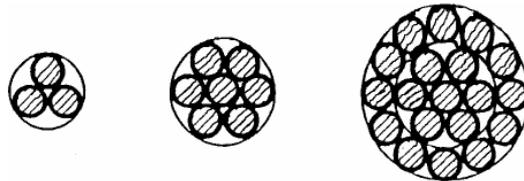


Fig.III.9: Conducteurs en brins des lignes de transmission

Avec :

g_{11} : RMG de chacune des cordes ;

G_{11} : RMG résultant du faisceau.

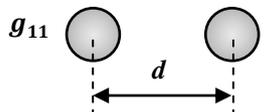
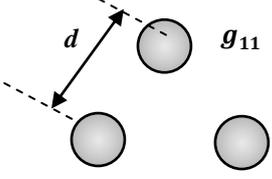
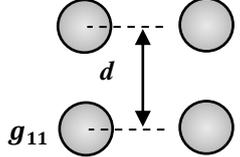
Tab III.3 : RMG des conducteurs toronnés

Type	$g_{11} = \text{RMG}$
Conducteur de section circulaire pleine	$0,4394 S^{1/2}$
Corde circulaire à 7 brins	$0,4642 S^{1/2}$
Corde à 3 brins sans âme centrale	$0,4750 S^{1/2}$
Corde circulaire à 19 brins	$0,4902 S^{1/2}$
Corde circulaire à 37 brins	$0,4982 S^{1/2}$
Corde circulaire à 61 brins	$0,5020 S^{1/2}$
Corde circulaire à 91 brins	$0,5038 S^{1/2}$
Corde circulaire à 127 brins	$0,5046 S^{1/2}$

✓ **RMG des conducteurs en faisceaux**

Un conducteur de phase peut être constitué d'un faisceau de 2 ou plusieurs cordes de mêmes diamètres, disposées symétriquement les unes par rapport aux autres.

Tab III.4 : RMG des conducteurs en faisceaux

Cas	Disposition	Formule
1		$G_{11} = (g_{11} d)^{1/2}$
2		$G_{11} = g_{11}^{1/3} d^{2/3}$
3		$G_{11} = 2^{1/8} g_{11}^{1/4} d^{3/4}$

III.2.2.E. Inductance d'une ligne triphasée transposée

L'ensemble d'une ligne triphasée et du sol ne constitue pas un système symétrique (dépend de la disposition des conducteurs). Pour rattraper les effets de la dissymétrie, on effectue une transposition conformément à ce qu'indique la figure III.10 :

$$L_a = \frac{\varphi_a}{i_a} \tag{III.26}$$

$$\varphi_a = \frac{\varphi_{a_I} + \varphi_{a_{II}} + \varphi_{a_{III}}}{3} \tag{III.27}$$

$$\varphi_{a_I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \ln\left(\frac{1}{r'_a}\right) + i_b \ln\left(\frac{1}{D_{ab}}\right) + i_c \ln\left(\frac{1}{D_{ac}}\right) \right]$$

$$\varphi_{a_{II}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \ln\left(\frac{1}{r'_a}\right) + i_b \ln\left(\frac{1}{D_{bc}}\right) + i_c \ln\left(\frac{1}{D_{ab}}\right) \right]$$

$$\varphi_{a_{III}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \ln\left(\frac{1}{r'_a}\right) + i_b \ln\left(\frac{1}{D_{ac}}\right) + i_c \ln\left(\frac{1}{D_{bc}}\right) \right]$$

$$\varphi_a = \frac{1}{3} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \left[3 \cdot i_a \ln\left(\frac{1}{r'_a}\right) + i_b \ln\left(\frac{1}{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}\right) + i_c \ln\left(\frac{1}{D_{ac} D_{ab} D_{bc}}\right) \right]$$

Le système triphasé étant équilibré alors $i_a = -(i_b + i_c)$

$$\varphi_a = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \left[\ln\left(\frac{1}{r'_a}\right) - \frac{1}{3} \ln\left(\frac{1}{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}\right) \right] = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{r'_a}$$

$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{r'_a} \quad (III.28)$$

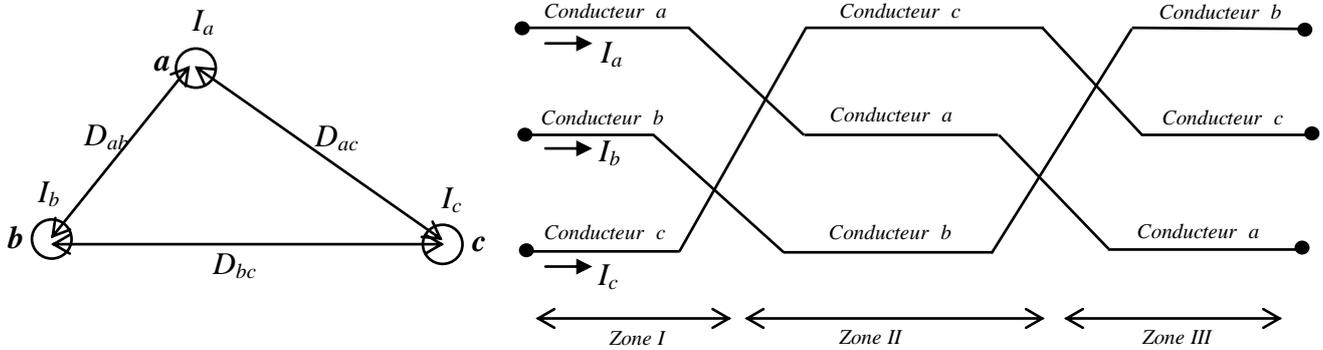


Fig.III.10 : Transposition des conducteurs d’une ligne triphasée

III.2.2. F. Inductance d’une ligne triphasée double circuit

Soit la configuration de la ligne représentée sur la figure III.11 :

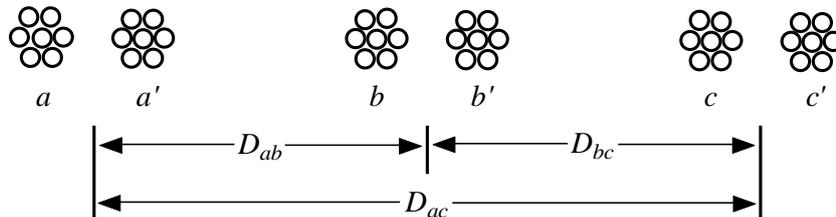


Fig.III.11 : Lignes triphasée à deux ternes

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} (\varphi_a + \varphi_{a'}) \quad (III.29)$$

$$\varphi_a = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{i_a}{2} \ln \frac{1}{r_a} + \frac{i_b}{2} \ln \frac{1}{D_{ab}} + \frac{i_c}{2} \ln \frac{1}{D_{ac}} + \frac{i_a}{2} \ln \frac{1}{D_{aa'}} + \frac{i_b}{2} \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \frac{i_c}{2} \ln \frac{1}{D_{ac'}} \right]$$

$$\varphi_a = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{i_a}{2} \ln \left(\frac{1}{r_a \cdot D_{aa'}} \right) + \frac{i_b}{2} \ln \left(\frac{1}{D_{ab} \cdot D_{ab'}} \right) + \frac{i_c}{2} \ln \left(\frac{1}{D_{ac} \cdot D_{ac'}} \right) \right]$$

$$\varphi_{a'} = \frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{i_a}{2} \ln \left(\frac{1}{r_{a'} \cdot D_{a'a}} \right) + \frac{i_b}{2} \ln \left(\frac{1}{D_{a'b'} \cdot D_{a'b}} \right) + \frac{i_c}{2} \ln \left(\frac{1}{D_{a'c'} \cdot D_{a'c}} \right) \right]$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{2\pi} \left[i_a \ln \left(\frac{1}{r_a \cdot D_{aa'}} \right) + \frac{i_b}{2} \ln \left(\frac{1}{D_{ab} \cdot D_{ab'} \cdot D_{a'b'} \cdot D_{a'b}} \right) + \frac{i_c}{2} \ln \left(\frac{1}{D_{ac} \cdot D_{ac'} \cdot D_{a'c'} \cdot D_{a'c}} \right) \right]$$

$$\varphi_1 = \frac{\mu}{2\pi} \left[i_a \ln \left(\frac{1}{\underbrace{(r_a \cdot D_{aa'})^{\frac{1}{2}}}_{\substack{RMG \text{ équivalent} \\ \text{de la phase 1}}}} \right) + i_b \ln \left(\frac{1}{\underbrace{(D_{ab} \cdot D_{ab'} \cdot D_{a'b'} \cdot D_{a'b})^{\frac{1}{4}}}_{DMG \text{ equivalent } 1_2}} \right) + i_c \ln \left(\frac{1}{\underbrace{(D_{ac} \cdot D_{ac'} \cdot D_{a'c'} \cdot D_{a'c})^{\frac{1}{4}}}_{DMG \text{ equivalent } 1_3}} \right) \right]$$

Pour continuer il faut transposer les lignes.

L'inductance par unité de longueur est alors donnée comme suit :

$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{DMG_{eq}}{RMG_{eq}} \quad H/m \quad (III.30)$$

Avec,

$$DMG = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}} \quad (III.31)$$

Où,

$$\begin{cases} D_{ab} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}} \\ D_{ac} = \sqrt[4]{D_{ac} D_{ac'} D_{a'c} D_{a'c'}} \\ D_{bc} = \sqrt[4]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}} \end{cases} \quad (III.32)$$

Cas particulier : ligne triphasée double circuit en faisceaux

$$RMG_{eq} = (RMG_{faisceau} \cdot D_{aa'})^{\frac{1}{2}} \quad (III.33)$$

Et

$$RMG_{faisceau} = (m \cdot g_{11} \cdot A^{m-1})^{\frac{1}{m}} \quad (III.34)$$

III.3. Caractéristiques transversales

Dans l'établissement des caractéristiques longitudinales, nous nous sommes occupés des phénomènes liés aux courants dans les conducteurs et aux champs magnétiques que ces courants créent, ce qui a permis de définir les caractéristiques linéiques R' , L' . Lorsqu'il n'y a pas de courant dans le sol (cas du réseau équilibré), nous pouvons complètement ignorer sa présence, ce que nous n'avons pas le droit de faire pour l'étude des caractéristiques transversales.

Les caractéristiques transversales rendent compte des effets des charges superficielles des conducteurs de phase et du sol. Ces charges superficielles provoquent un champ électrique perpendiculaire à la surface des conducteurs qui engendre des courants capacitifs lorsqu'ils varient. Ce phénomène est représentés par les capacités linéiques, C' . Pour son calcul, le fait qu'un conducteur soit creux ou plein ne joue plus aucun rôle puisque la charge se concentre à la périphérie.

III.3.1. Réactance transversale (Capacité)

Etant donné que toutes les parties de la surcharge sont à égale distance du conducteur, qui a une charge uniformément répartie, la surface cylindrique est une surface équipotentielle et la densité de flux électrique à la surface est égale au flux sortant du conducteur par mètre de longueur divisée par l'aire de la surface à une longueur axiale de 1 m. La densité de flux électrique est :

$$D = \frac{q}{2.\pi.x} \quad \text{C/m}^2 \quad (\text{III.35})$$

Où :

q : Charge sur le conducteur en coulombs par mètre de longueur ;

x : Distance en mètre du conducteur jusqu'au point où la densité de flux électrique est calculée.

L'intensité du champ électrique, ou le négatif du gradient de potentiel est égale à la densité de flux électrique divisée par la permittivité du milieu. Par conséquent, l'intensité du champ électrique est :

$$E_x = \frac{q}{2.\pi.\epsilon_0.x} \quad \text{V/m} \quad (\text{III.36})$$

La différence de potentiel est indépendante de la trajectoire suivie. La façon la plus simple pour calculer la chute de tension entre les deux points est de calculer la tension entre les surfaces équipotentielles traversant D_1 et D_2 en intégrant l'intensité de champ sur un trajet radial entre les surfaces équipotentielles (figure III.12).

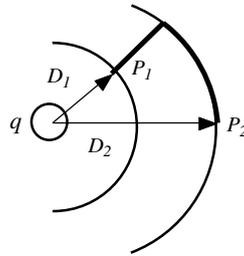


Fig.III.12 : Champ électrique d'un long conducteur circulaire

Ainsi, la chute de tension instantanée entre P_1 et P_2 est la suivante:

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E_x . dx \quad (\text{V}) \quad (\text{III.37})$$

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2.\pi.\epsilon_0.x} dx = \frac{q}{2.\pi.\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1}$$

La capacité entre les deux conducteurs d'une ligne à deux fils a été définie comme étant la charge sur les conducteurs par unité de différence de potentiel entre eux. Sous la forme d'une équation, la capacité par unité de longueur de la ligne est la suivante:

$$C_{12} = \frac{q}{v_{12}} \quad \left(\frac{\text{F}}{\text{m}}\right) \quad (\text{III.38})$$

Alors,

$$C_{12} = \frac{2.\pi.\epsilon_0}{\ln \frac{D_2}{D_1}} \quad (\text{III.39})$$

En supposant que les charges sont uniformément réparties sur la surface de tous les conducteurs, la capacité d'une ligne dans un groupe de conducteur, montré sur la figure III.13, est obtenue ainsi :

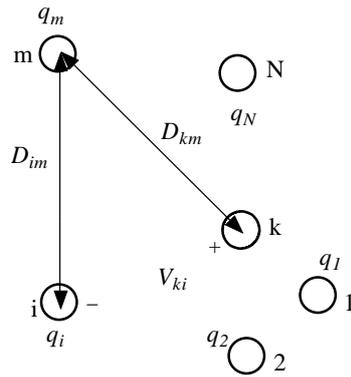


Fig.III.13 : Réseau à N conducteurs

Soit :

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = 0 \tag{III.40}$$

En supposant qu'un conducteur m a une charge q_m (C/m), la différence de potentiel $V_{ki}(q_m)$ entre le conducteur k et i due à la charge q_m seule est :

$$V_{ki}(q_m) = \frac{q_m}{2\pi \cdot \epsilon_0} \ln \frac{D_{im}}{D_{km}} \tag{III.41}$$

Quand $k = m$ ou $i = m$, $D_{mm} = r_m$. En utilisant la superposition, la différence de potentiel entre les conducteurs k et i due à toutes les charges est :

$$V_{ki}(q_m) = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \sum_{m=1}^N q_m \cdot \ln \frac{D_{im}}{D_{km}} \tag{III.42}$$

III.3.1. A. Capacité entre deux conducteurs

En appliquant l'équation III.42, et d'après la figure III.14, on peut écrire :

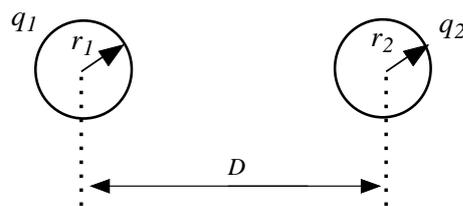


Fig.III.14 : Ligne à deux conducteurs

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \sum_{m=1}^2 q_m \cdot \ln \frac{D_{2m}}{D_{1m}} \tag{III.43}$$

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \left[q_1 \cdot \ln \left(\frac{D_{21}}{D_{11}} \right) + q_2 \cdot \ln \left(\frac{D_{22}}{D_{12}} \right) \right] \tag{III.44}$$

Et comme : $q_2 = -q_1$, $D_{21} = D_{12} = D$, $D_{11} = r_1$ et $D_{22} = r_2$

$$V_{12} = \underbrace{\frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r_1}}_{\text{due à } q_1} - \underbrace{\frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{D}}_{\text{due à } q_2} \quad (\text{III.45})$$

$$V_{12} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{D}{r_1} - \ln \frac{r_2}{D} \right) \quad (\text{III.46})$$

$$V_{12} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D^2}{r_1 r_2} \quad (\text{III.47})$$

$$C_{12} = \frac{q_1}{V_{12}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{D^2}{r_1 r_2} \right)} \quad (\text{III.48})$$

Si, $r_1 = r_2 = r$, la capacité C_{12} peut être exprimée ainsi :

$$C_{12} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \quad \text{F/m} \quad (\text{III.49})$$

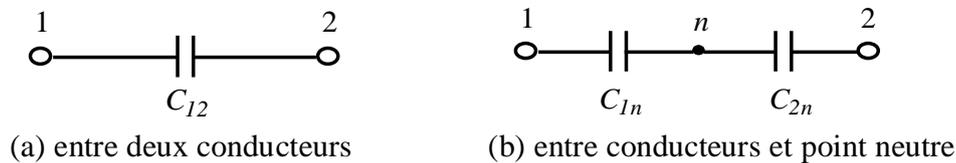


Fig.III.15 : Représentation de la capacité

Avec, $C_{1n} = C_{2n} = 2 \cdot C_{12} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \quad (\text{III.50})$

✓ **Effet du sol**

En réalité, le sol affecte la capacité des lignes de transmission, car sa présence altère les lignes du champ électrique (figure III.16). Si on suppose que la terre est un conducteur parfait de longueur infinie, de forme horizontale plane, les valeurs des capacités calculées précédemment seront différentes, puisqu'on doit introduire le terme qui est en fonction du sol.

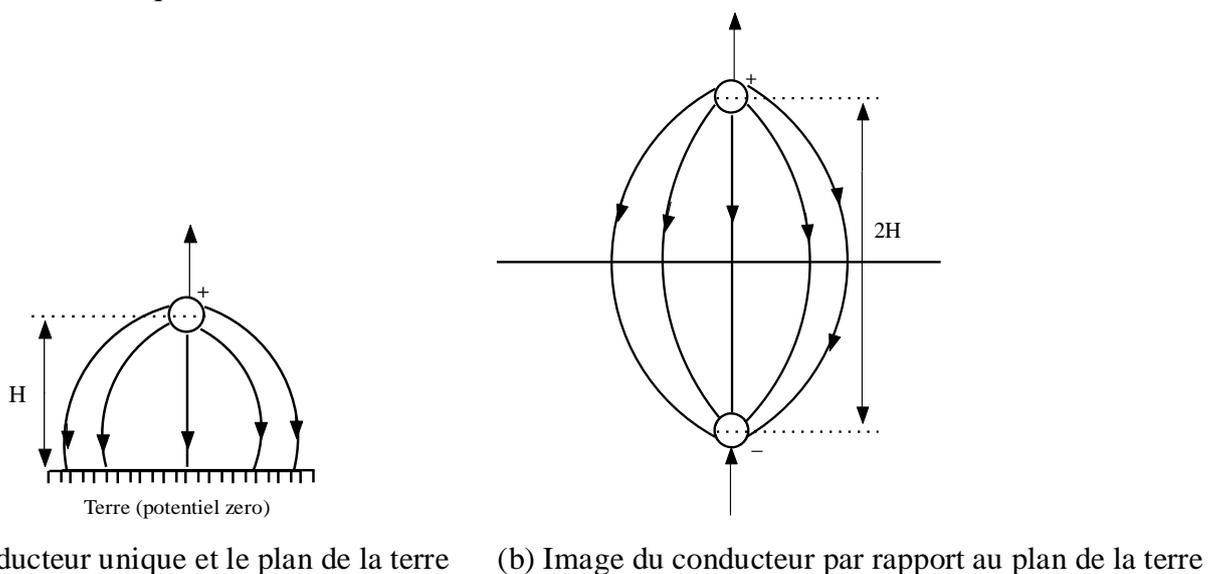


Fig.III.16 : Effet du sol

On applique la méthode des images à une ligne à 2 conducteurs (figure III.17), qui consiste à remplacer la terre, par un conducteur identique à celui qui est tendu parallèle à la surface du sol, de charge contraire disposé symétrique au conducteur réel par rapport à la surface du sol.

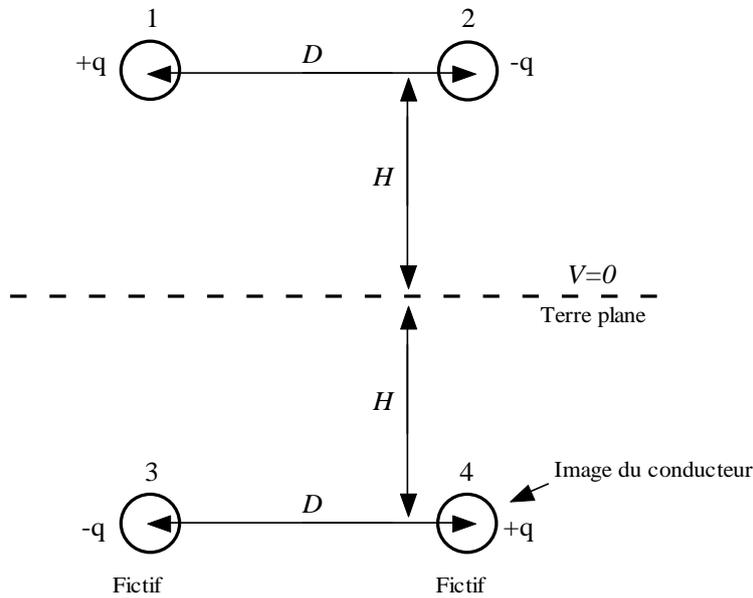


Fig.III.17 : Ligne de transmission monophasée avec images

En appliquant l'équation générale trouvée précédemment, on peut écrire :

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \sum_{m=1}^4 q_m \cdot \ln \frac{D_{2m}}{D_{1m}} \tag{III.51}$$

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \left[q_1 \cdot \ln \left(\frac{D_{21}}{D_{11}} \right) + q_2 \cdot \ln \left(\frac{D_{22}}{D_{12}} \right) + q_3 \cdot \ln \left(\frac{D_{23}}{D_{13}} \right) + q_4 \cdot \ln \left(\frac{D_{24}}{D_{14}} \right) \right] \tag{III.52}$$

Avec,

$$\begin{aligned} D_{11} &= D_{22} = r, & D_{12} &= D_{21} = D. \\ D_{23} &= D_{14} = \sqrt{4H^2 + D^2}, & D_{13} &= D_{24} = 2H \\ q_1 &= q, & q_2 &= -q, & q_3 &= -q \text{ et } q_4 = q \end{aligned}$$

On obtient après remplacement :

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \left[q \cdot \ln \left(\frac{D}{r} \right) - q \cdot \ln \left(\frac{r}{D} \right) - q \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{4H^2 + D^2}}{2H} \right) + q \cdot \ln \left(\frac{2H}{\sqrt{4H^2 + D^2}} \right) \right] \tag{III.53}$$

Après simplifications, on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} C_{12} &= \frac{q}{V_{12}} \\ C_{12} &= \frac{\pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{\sqrt{D^2 + 4H^2}}{2H} \right)} \end{aligned} \tag{III.54}$$

$$C_{1n} = C_{2n} = 2 \cdot C_{12} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{D}{r} - \ln \frac{\sqrt{D^2 + 4H^2}}{2H} \right)} \quad (\text{III.55})$$

III.3.1. B. Application aux lignes électriques triphasées

Le même raisonnement a été appliqué pour les conducteurs d'une ligne triphasée (abc) avec transposition des phases.

Sans effet du sol

$$C_{an} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{r} \right)} \quad (\text{III.56})$$

Avec effet du sol

$$C_{an} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{r} - \ln \frac{\sqrt[3]{H_{ab} \cdot H_{ac} \cdot H_{bc'}}}{\sqrt[3]{H_{aa} \cdot H_{bb} \cdot H_{cc'}}} \right)} \quad (\text{III.57})$$

- *Capacité d'une ligne triphasée en faisceaux (avec m sous conducteurs)*

Sans effet du sol

$$C_{an} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{m \sqrt[m]{m \cdot r \cdot A^{m-1}}} \right)} \quad (\text{III.58})$$

Avec effet du sol

$$C_{an} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{\sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}}{m \sqrt[m]{m \cdot r \cdot A^{m-1}}} - \ln \frac{\sqrt[3]{H_{ab} \cdot H_{ac} \cdot H_{bc'}}}{\sqrt[3]{H_{aa} \cdot H_{bb} \cdot H_{cc'}}} \right)} \quad (\text{III.59})$$

- *Capacité d'une ligne triphasée double circuit parallèle*

Sans effet du sol

$$C_{an} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{DMG}{RMG} \right)} \quad (\text{III.60})$$

$$DMG = \sqrt[3]{DMG_{ab} \cdot DMG_{ac} \cdot DMG_{bc}} \quad (\text{III.61})$$

$$DMG_{ab} = \sqrt[4]{D_{ab} \cdot D_{ab'} \cdot D_{a'b} \cdot D_{a'b'}} \quad (\text{III.62})$$

$$DMG_{ac} = \sqrt[4]{D_{ac} \cdot D_{ac'} \cdot D_{a'c} \cdot D_{a'c'}} \quad (\text{III.63})$$

$$DMG_{bc} = \sqrt[4]{D_{bc} \cdot D_{bc'} \cdot D_{b'c} \cdot D_{b'c'}} \quad (\text{III.64})$$

$$RMG = \sqrt[2]{r \cdot D_{aa'}} \quad (\text{III.65})$$

Avec effet du sol

$$C_{an} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\left(\ln \frac{DMG}{RMG} - \ln \frac{H_{eq}}{H_{moy}} \right)} \quad (\text{III.66})$$

$$H_{eq} = \sqrt[3]{H_{eqab} \cdot H_{eqac} \cdot H_{eqbc}} \quad (\text{III.67})$$

$$Heq_{ab} = \sqrt[4]{H_{a_1b'_1} \cdot H_{a_1b'_2} \cdot H_{a_2b'_1} \cdot H_{a_2b'_2}} \quad (\text{III.68})$$

$$Heq_{ac} = \sqrt[4]{H_{a_1c'_1} \cdot H_{a_1c'_2} \cdot H_{a_2c'_1} \cdot H_{a_2c'_2}} \quad (\text{III.69})$$

$$Heq_{bc} = \sqrt[4]{H_{b_1c'_1} \cdot H_{b_1c'_2} \cdot H_{b_2c'_1} \cdot H_{b_2c'_2}} \quad (\text{III.70})$$

$$H_{moy} = \sqrt[3]{H_{moy_a} \cdot H_{moy_b} \cdot H_{moy_c}} \quad (\text{III.71})$$

$$H_{moy_a} = \sqrt[4]{H_{a_1a'_1} \cdot H_{a_1a'_2} \cdot H_{a_2a'_1} \cdot H_{a_2a'_2}} \quad (\text{III.72})$$

$$H_{moy_b} = \sqrt[4]{H_{b_1b'_1} \cdot H_{b_1b'_2} \cdot H_{b_2b'_1} \cdot H_{b_2b'_2}} \quad (\text{III.73})$$

$$H_{moy_c} = \sqrt[4]{H_{c_1c'_1} \cdot H_{c_1c'_2} \cdot H_{c_2c'_1} \cdot H_{c_2c'_2}} \quad (\text{III.74})$$

III.3.2. Conductance dû à l'effet couronne

Lorsqu'un conducteur est porté à un potentiel très élevé, un champ électrique au voisinage des conducteurs peut dépasser la limite d'ionisation de l'air ambiant et produire alors autour de ce conducteur et surtout autour de ses attaches un phénomène électrique lumineux (figure III.18) en forme de couronne appelé « effet couronne ».

Cette effet couronne est surtout dû à une dérivation de courant entre conducteur et vers le sol. Il en résulte alors une conductance linéique cyclique dont la valeur ramenée à un schéma équivalent sera notée G' [S/km]. La valeur de cette conductance étant toujours faible (surtout pour $U < 400\text{kV}$), on est donc souvent amené à la négliger. La tension disruptive au-dessous de laquelle apparait l'effet couronne est déterminée par la formule de Peek suivante :

$$U_C = \frac{g \cdot m \cdot \delta}{11,5} \cdot d \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot D}{d}\right) \quad (\text{III.75})$$

Avec :

g : Gradient disruptif de l'air en [kV/cm] (pratiquement $g=21,1$) ;

m : Facteur d'irrégularité de la surface des conducteurs ;

δ : Facteur de correction proportionnel à la densité de l'air ;

d : Diamètre des conducteurs en (mm) ;

D : Distance entre conducteurs (mm).



Fig.III.18 : Effet couronne

III.4. Circuits équivalents des lignes électriques

Dans une ligne électrique, quel que soit la portion prise, on enregistre une différence de tension ΔV et de courant Δi (entre l'entrée et la sortie de cette portion). $\Delta V = V_{M'} - V_M$ est dû aux paramètres longitudinaux de la ligne (R', L') et $\Delta i = i' - i$ est dû aux paramètres transversaux (C', G'). Il en résulte qu'une ligne d'énergie électrique est un circuit à constante uniformément réparties et que par conséquent ses équations de fonctionnement doivent être établies, en considérant des éléments de longueurs infiniment petites à l'aide d'équations différentielles par rapport à la variable x .

III.4.1. Equations générales de fonctionnement des lignes électriques

Soit une ligne de longueur l de paramètres linéiques R', L', G' et C' , montré sur la figure III.19.

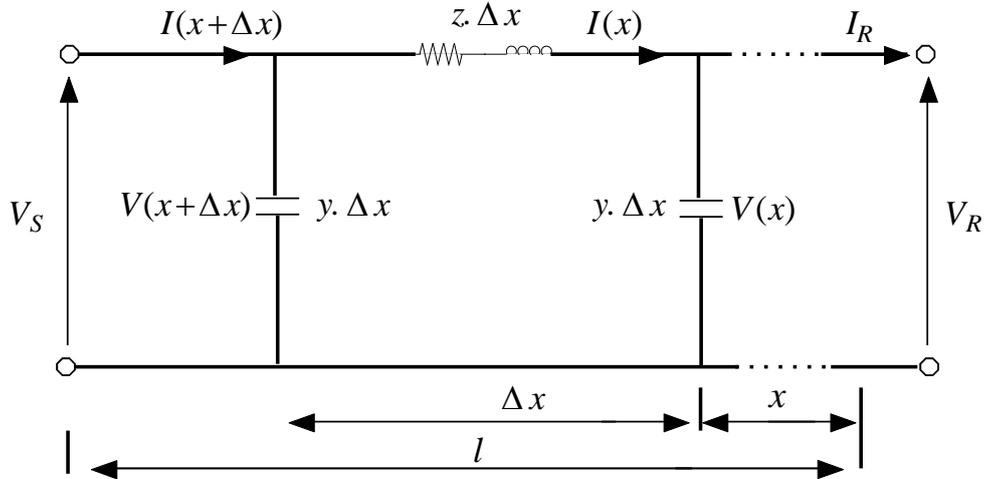


Fig.III.19 : Schéma unifilaire en π d'une ligne électrique

En notant Z' l'impédance longitudinale par unité de longueur, et Y' l'admittance transversale par unité de longueur,

$$\begin{cases} Z' = R' + jL'\omega \\ Y' = G' + jC'\omega \end{cases} \quad (III.76)$$

Les équations aux dérivées partielles sont obtenues comme suit :

✓ Pour les tensions

$$V(x + \Delta x) = Z' \cdot \Delta x \cdot I(x) + V(x) \quad (III.77)$$

$$\frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{\Delta x} = Z' \cdot I(x) \quad (III.78)$$

Comme $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{dV(x)}{dx} = Z' I(x) \quad (III.79)$$

✓ Pour les courants

$$I(x + \Delta x) = I(x) + Y' \cdot \Delta x \cdot V(x + \Delta x) \quad (III.80)$$

$$\frac{I(x+\Delta x) - I(x)}{\Delta x} = Y' \cdot V(x + \Delta x) \quad (III.81)$$

Comme $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{dI(x)}{dx} = Y' \cdot V(x) \quad (\text{III.82})$$

Par séparation des variables, nous obtenons deux équations différentielles du second ordre indépendantes:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = Z' \cdot \frac{dI(x)}{dx} = Z' \cdot Y' \cdot V(x) \quad (\text{III.83})$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - Z' \cdot Y' \cdot V(x) = 0 \quad (\text{III.84})$$

Notons **la constante de propagation** $\bar{\gamma}$ définie par les expressions suivantes :

$$\bar{\gamma} = \sqrt{Z' \cdot Y'} = \alpha + j\beta \quad (\text{III.85})$$

Où :

α : Constante d'atténuation (Neper/m) ;

β : Constante de phase (rad/m).

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} - \gamma^2 \cdot V(x) = 0 \quad (\text{III.86})$$

La solution de cette équation est donnée par :

$$V(x) = C_1 \cdot e^{\gamma x} + C_2 \cdot e^{-\gamma x} \quad (\text{III.87})$$

En remplaçant dans l'expression du courant, on trouve :

$$I(x) = \frac{1}{Z'} \frac{dV(x)}{dx} \quad (\text{III.88})$$

$$I(x) = \frac{\gamma}{Z'} (C_1 \cdot e^{\gamma x} + C_2 \cdot e^{-\gamma x}) \quad (\text{III.89})$$

Alors,

$$I(x) = \sqrt{\frac{Y'}{Z'}} (C_1 \cdot e^{\gamma x} + C_2 \cdot e^{-\gamma x}) \quad (\text{III.90})$$

Notons par \bar{Z}_C **l'impédance caractéristique** telle que :

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{R' + jL'\omega}{G' + jC'\omega}} \quad (\text{III.91})$$

Les solutions sont :

$$\begin{cases} \bar{V}(x) = \cosh(\bar{\gamma}x) \cdot \bar{V}_R + \bar{Z}_C \cdot \sinh(\bar{\gamma}x) \cdot \bar{I}_R \\ \bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_C} \cdot \sinh(\bar{\gamma}x) \cdot \bar{V}_R + \cosh(\bar{\gamma}x) \cdot \bar{I}_R \end{cases} \quad (\text{III.92})$$

✓ Si $x=l$ longueur de la ligne $\bar{V}(l) = \bar{V}_S$ et $\bar{I}(l) = \bar{I}_S$

$$\begin{cases} \bar{V}_S = \cosh(\bar{\gamma}l) \cdot \bar{V}_R + \bar{Z}_C \cdot \sinh(\bar{\gamma}l) \cdot \bar{I}_R \\ \bar{I}_S = \frac{1}{\bar{Z}_C} \cdot \sinh(\bar{\gamma}l) \cdot \bar{V}_R + \cosh(\bar{\gamma}l) \cdot \bar{I}_R \end{cases} \quad (\text{III.93})$$

Nous obtenons une matrice où tous les termes sont positifs, appelée **matrice de transfert du quadripôle**.

Sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\bar{\gamma}l) & \bar{Z}_C \cdot \sinh(\bar{\gamma}l) \\ \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\bar{\gamma}l) & \cosh(\bar{\gamma}l) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} \quad (III.94)$$

Avec :

$$A = D = \cosh(\bar{\gamma}l) ; B = \bar{Z}_C \cdot \sinh(\bar{\gamma}l) ; C = \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\bar{\gamma}l)$$

III.4.2. Circuits équivalents des lignes

III.4.2. A. Lignes de très grandes longueurs ($l > 240 \text{ km}$), $\gamma l > 0.5$

Le système matriciel précédent correspond au schéma en Π de la figure III.20 :

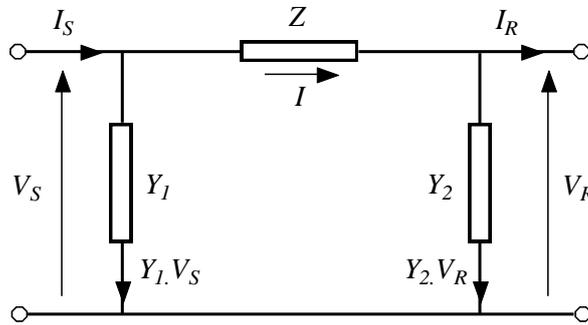


Fig.III.20 : Schéma unifilaire d'une ligne longue

A partir de ce schéma, nous pouvons écrire les équations suivantes :

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I} = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot (\bar{V}_R \cdot \bar{Y}_2 + \bar{I}_R) = (1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}_2) \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R \quad (III.95)$$

$$\bar{I}_S = \bar{Y}_1 \bar{V}_S + \bar{Y}_2 \cdot \bar{V}_R + \bar{I}_R \quad (III.96)$$

En remplaçant (1) dans (2), nous obtenons :

$$\bar{I}_S = \bar{Y}_1 (1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}_2) \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{Y}_1 \cdot \bar{I}_R + \bar{Y}_2 \cdot \bar{V}_R + \bar{I}_R$$

Ou,

$$\bar{I}_S = (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_2) \cdot \bar{V}_R + (\bar{Z} \cdot \bar{Y}_1 + 1) \bar{I}_R \quad (III.97)$$

Avec,

$$\begin{cases} 1 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}_2 = \bar{Z} \cdot \bar{Y}_1 + 1 = \cosh(\bar{\gamma}l) \\ \bar{Z} = \bar{Z}_C \cdot \sinh(\bar{\gamma}l) \\ \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_2 = \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\bar{\gamma}l) \end{cases} \quad (III.98)$$

Finalement,

$$\begin{cases} \bar{Z}_\pi = \bar{Z}_C \cdot \sinh(\bar{\gamma}l) \\ \bar{Y}_\pi = \bar{Y}_2 = \bar{Y}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_C} \tanh\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right) \end{cases} \quad (III.99)$$

✓ *Cas de lignes sans pertes actives* : $R' \approx 0$, $G' \approx 0$ (très faibles)

✓ L'impédance de la ligne $Z' = jL'\omega$

✓ L'admittance de la ligne $Y' = jC'\omega$

✓ La constante de propagation $\bar{\gamma} = \sqrt{Z' \cdot Y'} = \sqrt{jL'\omega \cdot jC'\omega} = j\omega\sqrt{L'C'} = j\beta$ imaginaire pure

✓ L'impédance caractéristique $\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{jL'\omega}{jC'\omega}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = R_C$ réel pure

Les équations suivantes donnent les expressions des sinus et cosinus hyperbolique sous forme complexe :

$$\begin{cases} \cosh(\alpha x + j\beta x) = \cosh(\alpha x) \cdot \cos(\beta x) + j \sinh(\alpha x) \cdot \sin(\beta x) \\ \sinh(\alpha x + j\beta x) = \sinh(\alpha x) \cdot \cos(\beta x) + j \cosh(\alpha x) \cdot \sin(\beta x) \end{cases} \quad (\text{III.100})$$

Sachant que $\alpha = 0$, le système d'équations précédent devient :

$$\begin{cases} \cosh(j\beta x) = 1 \cdot \cos(\beta x) + j 0 \cdot \sin(\beta x) \\ \sinh(j\beta x) = 0 \cdot \cos(\beta x) + j 1 \cdot \sin(\beta x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cosh(j\beta x) = \cos(\beta x) \\ \sinh(j\beta x) = j \sin(\beta x) \end{cases}$$

D'après ces deux dernières expressions \bar{V}_S et \bar{I}_S vont devenir comme suit :

$$\begin{cases} \bar{V}_S = \cos(\beta l) \cdot V_R + j R_C \cdot \sin(\beta l) \cdot I_R \\ \bar{I}_S = j \frac{1}{R_C} \cdot \sin(\beta l) \cdot V_R + \cos(\beta l) \cdot I_R \end{cases} \quad (\text{III.101})$$

La notion de longueur d'onde λ est donnée par :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{L'C}} \quad (\text{III.102})$$

✓ *Cas d'une ligne sans pertes et à vide*

Ligne à vide $\bar{I}_R = 0$, les équations deviennent :

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R \cdot \cos(\beta l) \Rightarrow \bar{V}_R = \frac{\bar{V}_S}{\cos(\beta l)} \quad (\text{III.103})$$

III.4.2. B. Lignes de moyennes longueurs (80 km < l < 240 km) 0.1 < γl < 0.5

Dans le cas où la distance l n'est pas élevée: $\sinh(\bar{\gamma}l) \approx \bar{\gamma}l$ et $\tanh\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right) \approx \frac{\bar{\gamma}l}{2}$

✓ L'impédance du quadripôle sera égale à :

$$\begin{aligned} \bar{Z}_\pi &= \bar{Z}_C \cdot \bar{\gamma}l = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} \cdot \sqrt{Z' \cdot Y'} \cdot l = Z' \cdot l \\ \bar{Z}_\pi &= Z' \cdot l \end{aligned} \quad (\text{III.104})$$

✓ L'admittance du quadripôle sera égale à :

$$\bar{Y}_\pi = \frac{1}{\bar{Z}_C} \tanh\left(\frac{\bar{\gamma}l}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\bar{Z}'}{\bar{Y}'}}} \cdot \frac{\bar{\gamma}l}{2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\bar{Z}'}{\bar{Y}'}}} \cdot \frac{\sqrt{\bar{Z}'\bar{Y}'}.l}{2} = \frac{Y'.l}{2}$$

$$\bar{Y}_\pi = \frac{Y'.l}{2} \tag{III.105}$$

Le schéma équivalent devient celui montré sur la figure III.21 :

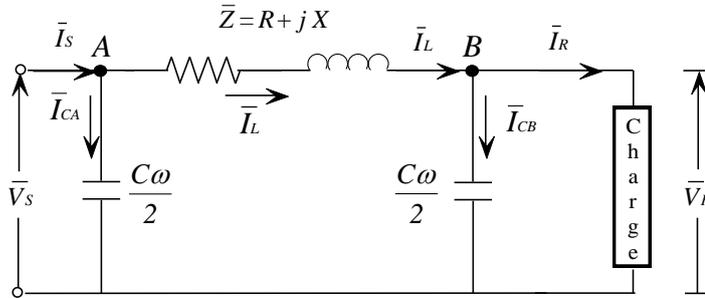


Fig.III.21 : Schéma unifilaire d'une ligne moyenne

III.4.2. C. Lignes de courtes longueurs ($l < 80 \text{ km}$) $\gamma l < 0.1$

Dans ce cas, l'admittance shunt peut être omise puisque la capacité à un effet négligeable sur la ligne.

$$\begin{cases} \bar{Z}_\pi = \bar{Z}' \cdot l \\ \bar{Y}_\pi = 0 \end{cases} \tag{III.106}$$

Le schéma équivalent de la ligne est alors :

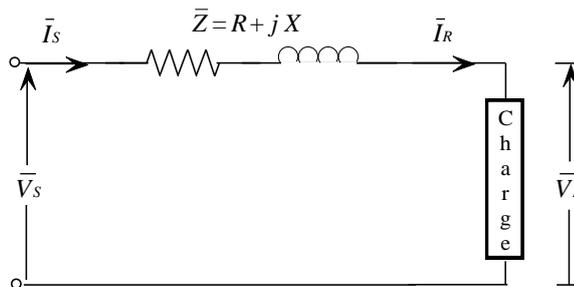


Fig.III.22 : Schéma unifilaire d'une ligne courte

III.4.3. Calcul de la chute de tension dans les lignes (HT, MT, BT de longueur < 300km)

Quelques simplifications peuvent être introduites dans le schéma équivalent de la ligne dans les cas suivants :

- ✓ $G' \approx 0$ pour une tension $U_S < 225 \text{ kV}$ (HT)
- ✓ $C' \approx 0$ pour une tension $U_S < 60 \text{ kV}$ (MT)
- ✓ $L \approx 0$ pour une tension $U_S < 1 \text{ kV}$ (BT)

III.4.3. A. Ligne du 3^{ème} ordre HT ($G \approx 0$)

En se basant sur le circuit équivalent représenté sur la figure III.21, on trace le diagramme vectoriel des tensions et courants (figure III.23).

✓ **Diagramme vectoriel**

Développons l'équation générale comme suit :

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_L = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot (\bar{I}_R + \bar{I}_{CB}) = \bar{V}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_{CB} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \bar{I}_{CB} = j \frac{C\omega}{2} \cdot \bar{V}_R \\ \bar{I}_{CA} = j \frac{C\omega}{2} \cdot \bar{V}_S \\ \bar{Z} = R + jL\omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{V}_S = \bar{V}_R + R \cdot \bar{I}_R + jL\omega \cdot \bar{I}_R + R \cdot \bar{I}_{CB} + jL\omega \cdot \bar{I}_{CB} \\ X_L = L\omega \\ \bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{I}_{CA} + \bar{I}_{CB} \end{cases}$$

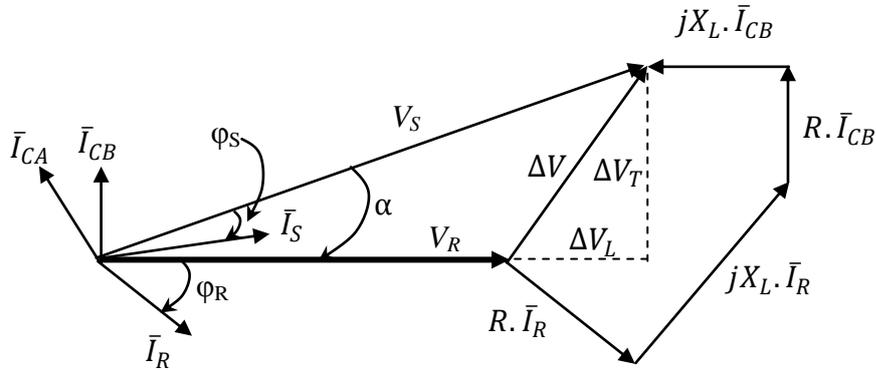


Fig.III.23 : Représentation vectorielle des tensions et courants de la ligne HT

✓ **Chute de tension**

En faisant la projection sur l'axe des réels, l'expression de la chute de tension longitudinale est donnée comme suit :

$$\Delta V_L = R \cdot \bar{I}_R \cos \varphi_R + X_L \cdot \bar{I}_R \sin \varphi_R - X_L \cdot \bar{I}_{CB} \quad \text{(III.107)}$$

En remplaçant \bar{I}_{CB} par son expression $\frac{C\omega}{2} \cdot \bar{V}_R$ et en multipliant de part et d'autre l'égalité par $\sqrt{3}$, on obtient :

$$\Delta U_L = \sqrt{3} \cdot R \cdot \bar{I}_R \cos \varphi_R + \sqrt{3} \cdot X_L \cdot \bar{I}_R \sin \varphi_R - \sqrt{3} \cdot X_L \cdot \frac{C\omega}{2} \cdot \bar{V}_R \quad \text{(III.108)}$$

Ou bien,

$$\Delta U_L = \sqrt{3} \cdot R \cdot \bar{I}_R \cos \varphi_R \frac{U_R}{U_R} + \sqrt{3} \cdot X_L \cdot \bar{I}_R \sin \varphi_R \frac{U_R}{U_R} - \sqrt{3} \cdot X_L \cdot \frac{C\omega}{2} \cdot \frac{U_R}{U_R} \bar{V}_R \quad \text{(III.109)}$$

Sachant que $Q_{CB} = C\omega \cdot U^2$

Finalement,

$$\Delta U_L = \frac{R \cdot P_R + X_L \cdot \left(Q_R - \frac{Q_{CB}}{2} \right)}{U_R} \quad \text{(III.110)}$$

De la même manière, en faisant la projection sur l'axe des imaginaires, l'expression de la chute de tension transversale est donnée comme suit :

$$\Delta V_T = X_L \cdot \bar{I}_R \cos \varphi_R - R \cdot \bar{I}_R \sin \varphi_R + R \cdot \bar{I}_{CB} \quad (\text{III.111})$$

En suivant les mêmes étapes que précédemment, on obtient :

$$\Delta U_T = \frac{X_L \cdot P_R - R \cdot (Q_R - \frac{Q_{CB}}{2})}{U_R} \quad (\text{III.112})$$

La tension à la source est alors donnée par :

$$U_S = \sqrt{(U_R + \Delta U_L)^2 + \Delta U_T^2} \quad (\text{III.113})$$

On peut aussi écrire

$$\Delta U = \Delta U_L + j \Delta U_T \quad (\text{III.114})$$

La régulation de la tension est donnée comme suit :

$$\text{Regulation \%} = \frac{|U_S| - |U_R|}{|U_R|} \cdot 100 \quad (\text{III.115})$$

✓ *Angle électrique*

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\Delta U_T}{U_R + \Delta U_L} \right) \quad (\text{III.116})$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{I}_{CA} + \bar{I}_{CB} = I_R \cos \varphi_R - I_{CA} \sin \alpha + j(I_{CA} \cos \alpha + I_{CB} - I_R \sin \varphi_R)$$

Enfin,

$$\varphi_S = \alpha - \arctg \frac{I_{S\text{réactif}}}{I_{S\text{actif}}} \quad (\text{III.117})$$

III.4.3. B. Ligne du 2^{ème} ordre MT ($G \approx 0, C \approx 0$)

En se basant sur le circuit équivalent représenté sur la figure III.22, on trace le diagramme vectoriel des tensions et courants (figure III.24).

✓ *Diagramme vectoriel*

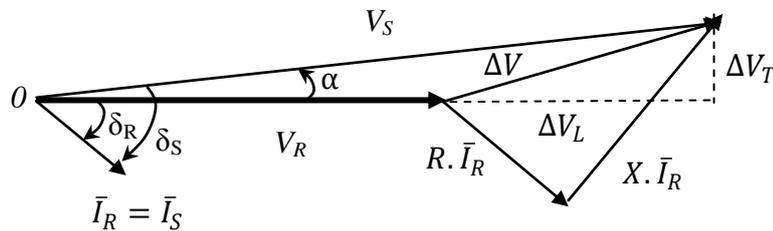


Fig.III.24 : Représentation vectorielle des tensions et courants de la ligne MT

$$\begin{cases} \vec{V}_S = \vec{V}_R + R \cdot \bar{I}_R + jX_L \cdot \bar{I}_R \\ \bar{I}_S = \bar{I}_R \end{cases}$$

✓ *Chute de tension*

En suivant le même raisonnement que dans le cas d'une ligne de 3^{ème} ordre, nous obtenons :

✓ La chute de tension longitudinale

$$\Delta U_L = \sqrt{3} \cdot R \cdot I_R \cdot \cos \varphi_R + \sqrt{3} \cdot X_L \cdot I_R \cdot \sin \varphi_R$$

$$\Delta U_L = \frac{R \cdot P_R + X_L \cdot Q_R}{U_R} \tag{III.118}$$

✓ La chute de tension transversale

$$\Delta U_T = \sqrt{3} \cdot X_L \cdot I_R \cdot \sin \varphi_R - \sqrt{3} \cdot R \cdot I_R \cdot \cos \varphi_R$$

$$\Delta U_T = \frac{X_L \cdot P_R - R \cdot Q_R}{U_R} \tag{III.119}$$

✓ La tension à la source est alors donnée par :

$$U_S = \sqrt{(U_R + \Delta U_L)^2 + \Delta U_T^2}$$

✓ *Angle électrique*

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\Delta U_T}{U_R + \Delta U_L} \right) \tag{III.120}$$

et

$$\varphi_S = \varphi_R + \alpha \tag{III.121}$$

III.4.3. C. Ligne du 1^{ère} ordre BT ($G \approx C' \approx L' \approx 0$)

✓ *Schéma équivalent*

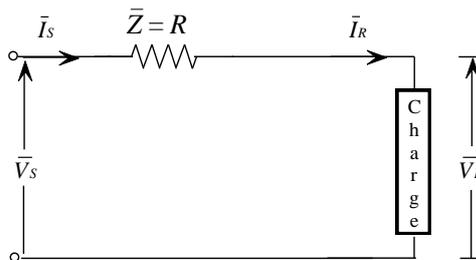


Fig.III.25: Paramètres linéiques de la ligne BT

✓ *Diagramme vectoriel*

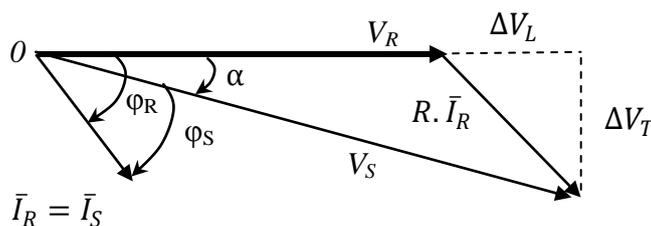


Fig.III.26 : Représentation vectorielle des tensions et courants de la ligne BT

$$\begin{cases} \bar{V}_S = \bar{V}_R + R \cdot \bar{I}_R \\ \bar{I}_S = \bar{I}_R \end{cases}$$

✓ *Chute de tension*

En procédant de la même manière que précédemment, on obtient :

✓ Les chutes de tension longitudinale et transversale sont :

$$\Delta U_L = \frac{R \cdot P_R}{U_R} \quad (\text{III.122})$$

$$\Delta U_T = \frac{R \cdot Q_R}{U_R} \quad (\text{III.123})$$

✓ La tension à la source est alors donnée par :

$$U_S = \sqrt{(U_R + \Delta U_L)^2 + \Delta U_T^2} \quad \text{ou} \quad V_S = \sqrt{(V_R + \Delta V_L)^2 + \Delta V_T^2}$$

✓ *Angle électrique*

$$\alpha = \text{arctg} \left(\frac{\Delta U_T}{U_R + \Delta U_L} \right)$$

et

$$\varphi_S = \varphi_R - \alpha \quad (\text{III.124})$$

III.4.4. Effet FERRANTI dans les lignes HT

L'*effet Ferranti* désigne l'apparition d'une surtension lorsqu'une longue ligne électrique est alimentée à une extrémité et sans charge à l'autre extrémité $I_R=0$. En négligeant les pertes, cette surtension est donnée par :

$$\frac{U_R}{U_S} = \frac{1}{\cos(\sqrt{LC}\omega)} \quad (\text{III.125})$$

Pour des longueurs courtes de ligne (quelques centaines de km à 50 Hz), on peut aussi approximer par :

$$\frac{U_R}{U_S} = \frac{1}{1 - \frac{LC\omega^2}{2}} \Rightarrow U_R > U_S$$

Peut-être aussi donné par : $V_R = \frac{1}{1 + \bar{Z}\bar{Y}}$ avec $|\bar{Z}\bar{Y}| < 1$ pour les lignes HT

Tab III.4: Effet Ferranti sur une ligne à 380 kV à 50 Hz (avec $L = 1,01$ mH/km et $C = 11,48$ nF/km)

Longueur	Surtension
100 km	0,6 %
200 km	2,3 %
300 km	5,4 %
400 km	9,9 %

III.5. Puissance transmises et compensation du facteur de puissance dans les lignes

III.5.1. Puissance transmise par une ligne

III.5.1. A. Puissances active et réactive

A partir du schéma équivalent de la figure III.21, les expressions des puissances active et réactive transportées à travers la ligne seront développées dans cette partie.

La puissance à la réception est donnée par : $\bar{S}_R = 3 \cdot \bar{V}_R \cdot \bar{I}_R^*$ ou $\bar{S}_R^* = 3 \cdot \bar{V}_R^* \cdot \bar{I}_R$

Sachant que : $\bar{V}_R = V_R \angle 0^\circ$, $\bar{Z} = Z \angle \varphi_Z$ et $\bar{V}_S = V_S \angle \alpha$

$$\bar{Z} = R + jX \quad \text{et} \quad \bar{Y} = \frac{G}{Z} + j\frac{B}{Z} = j\frac{B}{Z}$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_L - \bar{I}_Y = \frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R}{\bar{Z}} - \bar{Y} \cdot \bar{V}_R$$

$$\bar{S}_R^* = 3 \cdot \bar{V}_R \cdot \left(\frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R}{\bar{Z}} \right) - 3 \cdot \bar{Y} \cdot \bar{V}_R^2 = \frac{3 \cdot \bar{V}_R \cdot \bar{V}_S}{\bar{Z}} - \frac{3 \cdot \bar{V}_R^2}{\bar{Z}} - 3 \cdot \bar{Y} \cdot \bar{V}_R^2$$

$$\bar{S}_R^* = \frac{3 \cdot V_R \cdot V_S e^{j\alpha}}{Z e^{j\varphi_Z}} - \frac{3 \cdot V_R^2}{Z e^{j\varphi_Z}} - 3 \cdot jY \cdot V_R^2 = \frac{3 \cdot V_R \cdot V_S e^{j(\alpha - \varphi_Z)}}{Z} - \frac{3 \cdot V_R^2 e^{-j\varphi_Z}}{Z} - 3 \cdot jY \cdot V_R^2 = P + jQ$$

Finalement, les puissances active et réactive transmises de la source vers la charge sont :

$$\begin{cases} P_R = \frac{3 \cdot V_R \cdot V_S}{Z} \cos(\alpha - \varphi_Z) - \frac{3 \cdot V_R^2}{Z} \cos \varphi_Z \\ Q_R = \frac{3 \cdot V_R \cdot V_S}{Z} \sin(\alpha - \varphi_Z) + \frac{3 \cdot V_R^2}{Z} \sin \varphi_Z - 3 \cdot Y \cdot V_R^2 \end{cases} \quad (\text{III.126})$$

Avec,

$$\bar{S}_R = P_R - jQ_R \quad (\text{III.127})$$

La puissance obtenue à l'extrémité réceptrice de la ligne de transmission est généralement plus faible que la puissance à l'extrémité source en raison de pertes dans la résistance de la ligne.

Le rapport entre la puissance à l'extrémité réceptrice et la puissance à l'extrémité source est appelé **rendement** de la ligne, donné par :

$$\eta\% = \frac{P_R}{P_S} \cdot 100 \quad (\text{III.128})$$

III.5.1. B. Application aux différents types de lignes

✓ **Ligne purement résistive** $\varphi_Z = 0 \Rightarrow \bar{Z} = R$

$$P = \frac{3 \cdot V_R \cdot V_S}{R} \cos \alpha - \frac{3 \cdot V_R^2}{R} \quad (\text{III.129})$$

La puissance est maximale est obtenue pour $\frac{dP}{dV_R} = 0$

$$\frac{dP}{dV_R} = \frac{3.V_S}{Z} \cos \alpha - \frac{6.V_R}{Z} = 0$$

$$V_R = \frac{V_S}{2} \cos \alpha \quad (\text{III.130})$$

En remplaçant V_R dans l'expression de P , on obtient :

$$P_{max} = \frac{3.V_S^2}{4.R} \cos^2(\alpha) \quad (\text{III.131})$$

Si la charge est résistive $Z_{charge} = R \Rightarrow \alpha = 0$ alors :

$$P_{max} = \frac{3.V_S^2}{4.R} \quad (\text{III.132})$$

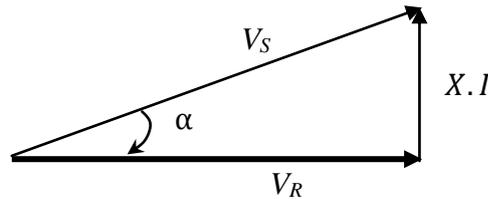
✓ **Ligne purement inductive** $\varphi_Z = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{Z} = jX$

$$P = \frac{3.V_R.V_S}{X} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{III.133})$$

$$P = \frac{3.V_R.V_S}{X} \sin \alpha \quad (\text{III.134})$$

A partir du diagramme vectoriel ci-contre, on peut écrire :

$$V_S \sin \alpha = X.I = \sqrt{V_S^2 - V_R^2}$$



En remplaçant dans l'expression de P

$$P = \frac{3V_R}{X} \sqrt{V_S^2 - V_R^2} \quad (\text{III.135})$$

Pour une puissance maximale :

$$\frac{dP}{dV_R} = \frac{3}{X} \sqrt{V_S^2 - V_R^2} - \frac{3.V_R}{2.X} (2.V_R)(V_S^2 - V_R^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3.V_S^2 - 6V_R^2}{X.\sqrt{V_S^2 - V_R^2}} = 0$$

On obtient : $V_R = \frac{V_S}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

La puissance maximale est donnée par : $P_{max} = \frac{3.V_S.V_S}{X\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$P_{max} = \frac{3.V_S^2}{2.X} \quad (\text{III.136})$$

✓ **Ligne quelconque (cas général)**

A partir de l'expression générale $P_R = \frac{3.V_R.V_S}{Z} \cos(\alpha - \varphi_Z) - \frac{3.V_R^2}{Z} \cos \varphi_Z$

$$\frac{dP}{dV_R} = \frac{3.V_S}{Z} \cos(\alpha - \varphi_Z) - \frac{6.V_R}{Z} \cos \varphi_Z = 0 \Rightarrow V_R = \frac{V_S \cos(\alpha - \varphi_Z)}{2 \cos \varphi_Z}$$

Pour une puissance maximale $\alpha - \varphi_Z = 0 \Rightarrow \alpha = \varphi_Z$ alors :

$$P_{max} = \frac{3.V_S^2}{2.Z \cos \varphi_Z} - \frac{3.V_S^2}{4.Z \cos^2 \varphi_Z} \cos \varphi_Z$$

Enfin,

$$P_{max} = \frac{3.V_S^2}{4.Z \cos \varphi_Z} \tag{III.137}$$

III.5.1. C. Définition de la puissance naturelle

Soit une ligne ou un câble de transport d'énergie représenté(e) par son schéma équivalent en Π et connectée à une charge Z_0 :

Si nous négligeons les pertes actives ($R \approx 0$), la puissance naturelle P_{nat} est celle qui transite dans cette liaison lorsque celle-ci est fermée sur une résistance égale à l'impédance caractéristique $Z_C = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ ($Z_0 = Z_C$), où L' est l'inductance linéique de la liaison et C' sa capacité linéique (pour le schéma équivalent, il faut bien sûr considérer les valeurs pour la longueur totale de la ligne). Par conséquent, elle est indépendante de la longueur de la liaison et vaut :

$$P_{nat} = \frac{U^2}{Z_C} \tag{III.138}$$

A ce régime de transit particulier, les consommations inductives $L \cdot \omega \cdot I^2$ sont équilibrées par les productions capacitives $C \cdot \omega \cdot V^2$ et la tension aux extrémités de la ligne reste identique.

III.5.2. Compensation du facteur de puissance et calcul de l'énergie réactive fournie par les condensateurs

L'expression suivante montre l'influence de la puissance réactive sur la chute de tension ΔU :

$$\Delta U = U_S - U_R \approx \Delta U_L = \frac{R \cdot P_R + X \cdot Q_R}{U_R}$$

L'objectif de la compensation d'énergie réactive est de réduire le courant appelé sur le réseau. L'énergie réactive est fournie par des condensateurs, au plus près des charges inductives. A chacune des énergies active et réactive, correspond un courant.

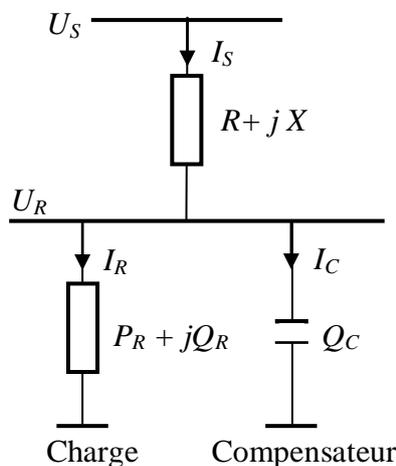


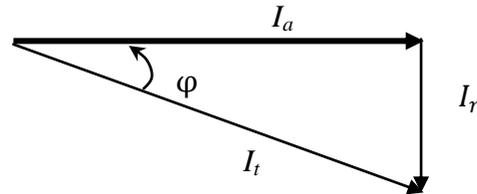
Fig.III.27 : Compensation locale au niveau de la charge

Le courant actif (I_a) est en phase avec la tension du réseau. Le courant réactif (I_r) est déphasé de 90° par rapport au courant actif, soit en retard (récepteur inductif), soit en avance (récepteur capacitif). Le courant apparent (I_t) est le courant résultant qui parcourt la ligne depuis la source jusqu'au récepteur. Si les courants sont parfaitement sinusoïdaux, on peut utiliser la représentation de Fresnel. Ces courants se composent alors vectoriellement comme représenté sur le diagramme suivant :

$$I_t = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} \quad (\text{III.139})$$

Avec :

$$\begin{cases} I_a = I_t \cdot \cos \varphi \\ I_r = I_t \cdot \sin \varphi \end{cases}$$



La représentation graphique des puissances est montrée sur la figure III.28 :

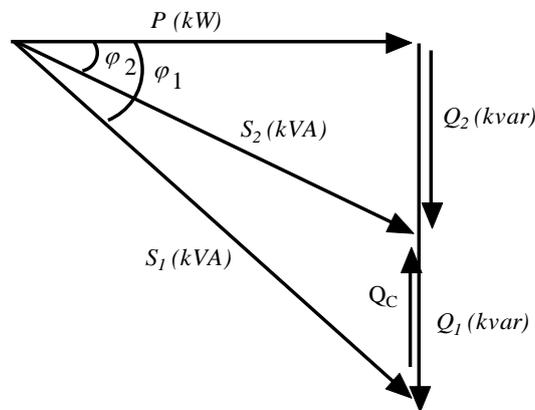


Fig.III.28 : Représentation vectorielle des puissances active et réactive avant et après compensation

✓ Avant compensation

$$S_1 = \sqrt{P^2 + Q_1^2} \quad \Rightarrow \quad \tan \varphi_1 = \frac{Q_1}{P}$$

✓ Après compensation

$$S_2 = \sqrt{P^2 + Q_2^2} \quad \Rightarrow \quad \tan \varphi_2 = \frac{Q_2}{P}$$

La puissance réactive de compensation pour une puissance active constante est :

$$Q_c = Q_2 - Q_1 = P \cdot \tan \varphi_2 - P \cdot \tan \varphi_1$$

L'expression générale est :

$$Q_c = P(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1) \quad (\text{III.140})$$

L'installation des condensateurs en parallèle à la charge pour la compensation a comme avantage :

- ✓ Amélioration du facteur de puissance ;
- ✓ Diminution de la facture d'électricité ;

- ✓ Diminution des pertes en ligne (Ri^2) ;
- ✓ Diminution de la chute de tension (Ri) ;
- ✓ Etc.

La chute de tension après compensation s'écrit :

$$\Delta U' = \frac{R.P_R + X_L.(Q_R - Q_C)}{U'_R} \quad (\text{III.141})$$

La régulation se fait telle que $U_S = U_R = U_N$ la tension nominale

La chute de tension de compensation est donnée par : $|\Delta U_C| = |\Delta U'_L - \Delta U_L|$

$$|\Delta U_C| = \frac{X.L.Q_C}{U_N} \quad (\text{III.142})$$

✓ Couplage des condensateurs en triangle

La puissance réactive fournie par un condensateur :

$$Q_C = C\omega U^2 \quad (\text{III.143})$$

Puissance réactive absorbée par les trois condensateurs :

$$Q_{Ctot} = 3Q_C = 3C\omega U^2 \quad (\text{III.144})$$

On en déduit la capacité du condensateur de la manière suivante :

$$C = \frac{P(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1)}{3\omega U^2} \quad (\text{III.145})$$

✓ Couplage des condensateurs en étoile

En utilisant le même raisonnement que précédemment,

$$Q_{Ctot} = 3C\omega V^2 \quad (\text{III.146})$$

On montre que la capacité du condensateur est donnée par la relation :

$$C = \frac{P(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1)}{\omega U^2} \quad (\text{III.147})$$

Le couplage en étoile est donc moins intéressant puisque la capacité des condensateurs nécessaires est trois fois plus grande que pour le couplage en triangle (figure III.29). Plus la capacité est grande, plus le condensateur est volumineux et onéreux.

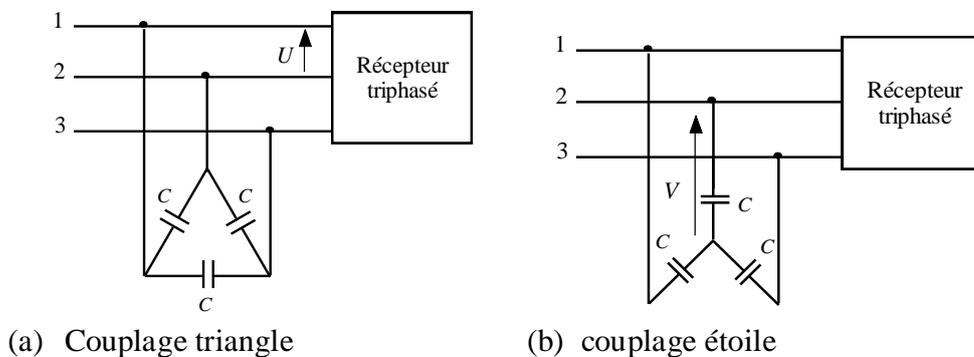


Fig.III.29 : Modes de couplage des batteries de compensation

✓ **Calcul du nombre de branches m et nombre de condensateurs par branches n**

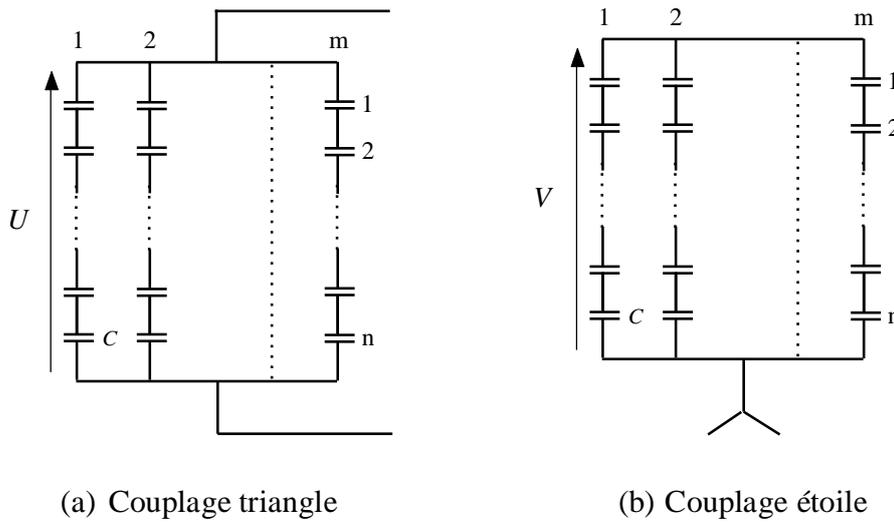


Fig.III.30 : Représentation des branches m et condensateurs par branches n

✓ **Pour le couplage triangle**

$$Q_{Ctot} = \frac{9.m.C.\omega}{n} V^2 = \frac{3.m.C.\omega}{n} U^2 \quad (\text{III.148})$$

✓ **Pour le couplage étoile**

$$Q_{Ctot} = \frac{3.m.C.\omega}{n} V^2 \quad (\text{III.149})$$

NB : Les batteries de condensateurs peuvent être fixes (lorsque leur puissance réactive est inférieure à 15% de la puissance du transformateur amont et sur les réseaux de distribution pour des puissances pouvant atteindre 100MVar) et fractionnées ou en gradins (utilisées pour certaines grosses industries et les distributeurs d'énergie dans les postes sources)

III.6. Synthèse

Les considérations importantes dans la conception et le fonctionnement d'une ligne de transmission sont la détermination de la chute de tension, les pertes de puissance et le rendement de la transmission. Ces valeurs sont fortement influencées par les constantes de ligne R , L et C . Dans ce chapitre, nous avons développé des formules permettant de calculer la chute de tension dans une ligne électrique aérienne, la régulation de tension et la puissance transmissible. Ces formules sont importantes pour deux raisons principales. Premièrement, elles permettent de comprendre les effets des paramètres de la ligne sur les tensions au jeu de barres et le flux de puissances. Deuxièmement, elles aident à développer une compréhension globale de ce qui se passe sur le réseau électrique.

Chapitre IV

Transformateurs et système d'unité relative

IV.1. Introduction

Historiquement, les transformateurs ont été conçus et largement utilisés pour transférer de l'énergie, et pour la mesure, la protection, l'isolation électrique et le couplage de signaux. La plupart des transformateurs ont été conçus pour des opérations à basse fréquence. Le transformateur joue un rôle fondamental pour le transport et la distribution de l'énergie électrique. C'est l'un des éléments que l'on retrouve aux différents niveaux de tension du réseau électrique. L'élévation de la tension à la sortie des centrales et la diminution au niveau de l'utilisation est assurée par les transformateurs triphasés. Le transformateur permet donc de transférer de l'énergie (sous forme alternative) d'une source à une charge, tout en modifiant la valeur de la tension. La tension peut être soit augmentée ou abaissée selon l'utilisation voulue.

IV.2. Rappels

IV.2.1. Transformateur monophasé parfait

Un transformateur (figure IV.1) comporte :

- ✓ Un circuit magnétique constitué de tôles de matériaux ferromagnétiques et éventuellement d'un entrefer.
- ✓ Deux (ou plus) bobinages, l'un est appelé primaire, les autres secondaires.

Le circuit magnétique d'un transformateur parfait présente une perméabilité magnétique infinie : sa réluctance est nulle, il n'y a pas de fuites de flux, pas de pertes ferromagnétiques (hystérésis et courants de Foucault). La résistance des enroulements est nulle (pas de pertes par effet Joule).

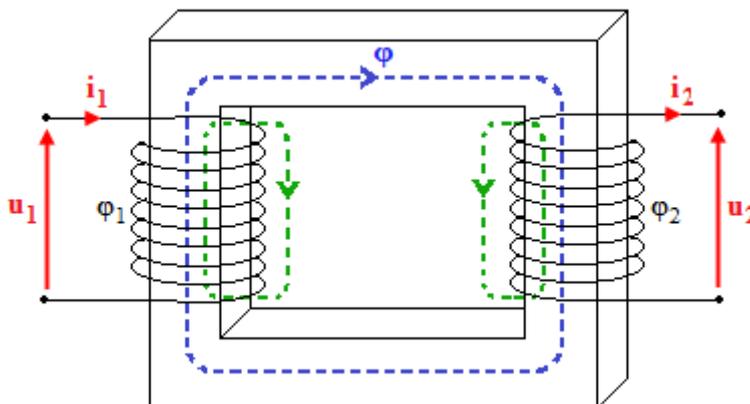


Fig.IV.1 : Schéma du principe de fonctionnement d'un transformateur

Le flux à travers une section du circuit magnétique est noté $\varphi(t)$.

- ✓ Le flux total $\varphi_1(t)$ pour l'enroulement primaire. $\varphi_1(t) = N_1 \varphi(t)$
- ✓ Le flux total $\varphi_2(t)$ pour l'enroulement secondaire. $\varphi_2(t) = N_2 \varphi(t)$
- ✓ La tension $u_1(t)$ en fonction de $\varphi_1(t)$ (loi de Faraday) : $u_1(t) = -\frac{d\varphi_1(t)}{dt}$

- ✓ La tension $u_2(t)$ en fonction de $\varphi_2(t)$: $u_2(t) = -\frac{d\varphi_2(t)}{dt}$
- ✓ La relation entre $u_1(t)$, $u_2(t)$, N_1 et N_2 . $\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = -\frac{N_2}{N_1}$
- ✓ Pour les valeurs efficaces : $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$
- ✓ Le transformateur est parfait : $N_1 i_1(t) + N_2 i_2(t) = 0$
- ✓ Les nombres complexes associés : $\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = -\frac{N_1}{N_2}$
- ✓ Les valeurs efficaces : $\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$

On note m le rapport du nombre de spires secondaires sur le nombre de spires primaires. Cette grandeur est appelée « rapport de transformation ».

- ✓ La relation entre I_1 , I_2 et m et celle entre U_1 , U_2 et m : $\bar{I}_2 = -\frac{1}{m}\bar{I}_1$ et $\bar{U}_2 = -m \cdot \bar{U}_1$
- ✓ Pour les valeurs efficaces, ces relations deviennent : $I_2 = \frac{1}{m} I_1$ et $U_2 = m \cdot U_1$

Les puissances apparentes au primaire et au secondaire sont égales pour un transformateur parfait.

$$S_1 = U_1 I_1 = \frac{1}{m} U_2 \cdot m I_2 = U_2 I_2 = S_2$$

Le schéma équivalent est :

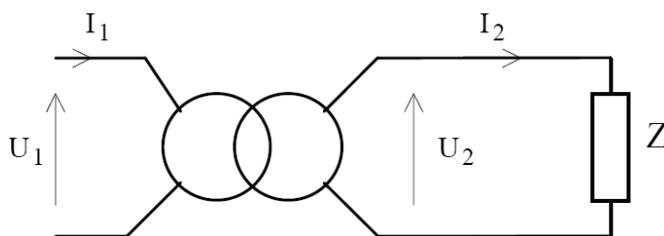
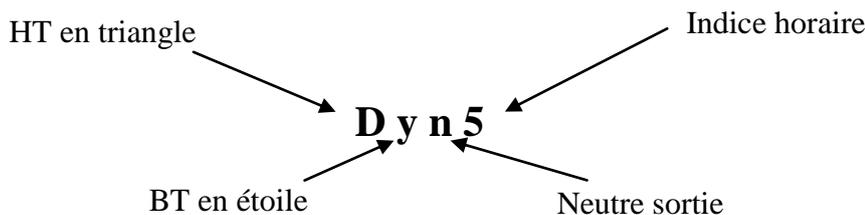


Fig.IV.2 : Représentation schématique d'un transformateur monophasé

IV.2.2. Transformateur triphasé

- ✓ Le transformateur triphasé comporte trois enroulements au primaire et au secondaire. Les bornes du côté HT sont représentés par les lettres majuscules (A, B, C) et les bornes du côté BT par les lettres minuscules (a, b, c) et un chiffre ;
- ✓ Le mode de branchement des enroulements se fait en étoile (Y ou y) avec ou sans neutre, en triangle (D ou d) ou en zig-zag (z) ;
- ✓ L'association d'un mode de connexion HT avec un mode de connexion BT caractérise un couplage de transformateur.



- ✓ Le chiffre indique l'indice du couplage ou horaire (Cf. paragraphe IV.3)

Grandeurs nominales et autres caractéristiques:

- ✓ U_{1n}, U_{2n} (kV) : Tensions nominales entre phases au primaire et au secondaire respectivement;
- ✓ I_{1n}, I_{2n} (A): Courants nominaux dans un fil de ligne au primaire et au secondaire respectivement;
- ✓ S_n (kVA): Puissance apparente nominale $S_n = \sqrt{3} \cdot U_{1n} \cdot I_{1n}$;
- ✓ $m = \frac{U_{20}}{U_1}$: Rapport de transformation (U_{20} est la tension secondaire entre phases à vide) ;
- ✓ $P_{cc}(\%), P_0(\%)$: puissances de court-circuit et à vide (au primaire) respectivement;
- ✓ $U_{cc}(\%)$: Tension entre phases de court-circuit au primaire ;
- ✓ $I_m(\%)$: Courant magnétisant.

IV.2.3. Modélisation du transformateur

Quel que soit le mode de couplage, le transformateur peut être modélisé par le schéma équivalent présenté sur la figure IV.3:

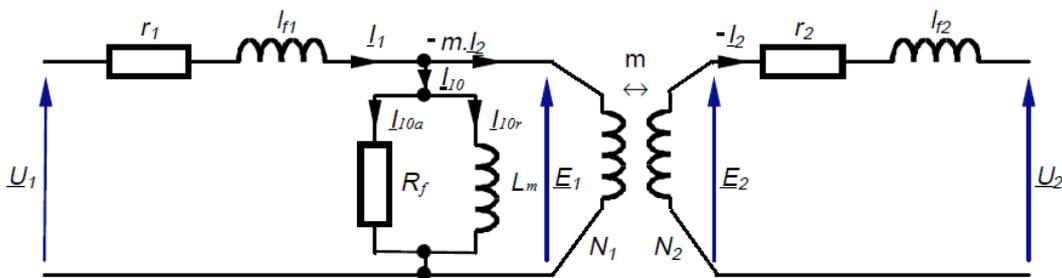


Fig.IV.3 : Circuit équivalent du transformateur

Tel que:

$z_1 = r_1 + j x_1$: Impédance de l'enroulement primaire ($x_1 = \omega l_{f1}$) ;

$z_2 = r_2 + j x_2$: Impédance de l'enroulement secondaire ($x_2 = \omega l_{f2}$) ;

$y = G_f + j B_m$: Admittance représentant les pertes de fer et réactance magnétisante

($G_f = 1/R_f$ et $B_m = 1/X_m$ avec $X_m = \omega L_m$) ;

U_1, I_1 : Tension et courant au primaire du transformateur respectivement;

U_2, I_2 : Tension et courant au secondaire du transformateur respectivement;

E_1, E_2 : Tensions aux bornes des enroulements du transformateur idéal respectivement;

I_{10} : Courant qui traverse la branche magnétisante ;

m : Rapport de transformation du transformateur idéal.

IV.2.4. Modes de couplage des transformateurs

Le choix entre les différentes connexions résulte de considération de construction et d'exploitation (Nombre de spires et isolement, dimensionnement des conducteurs, nécessité d'avoir un neutre et fonctionnement sur charge déséquilibrée).

- a. Au primaire (figure IV.4), les enroulements peuvent être connectés soit en étoile (Y) soit en triangle(D)

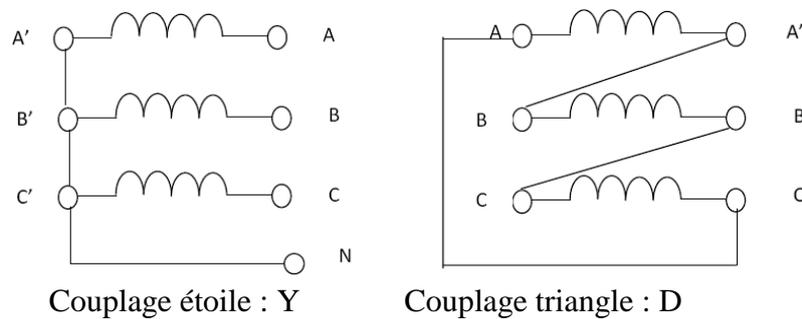


Fig.IV.4 : Modes de couplage au primaire d'un transformateur

- b. Au secondaire (figure IV.5), les enroulements peuvent être couplés de 3 manières différentes : Etoile (y), triangle (d) et zig-zag (z)

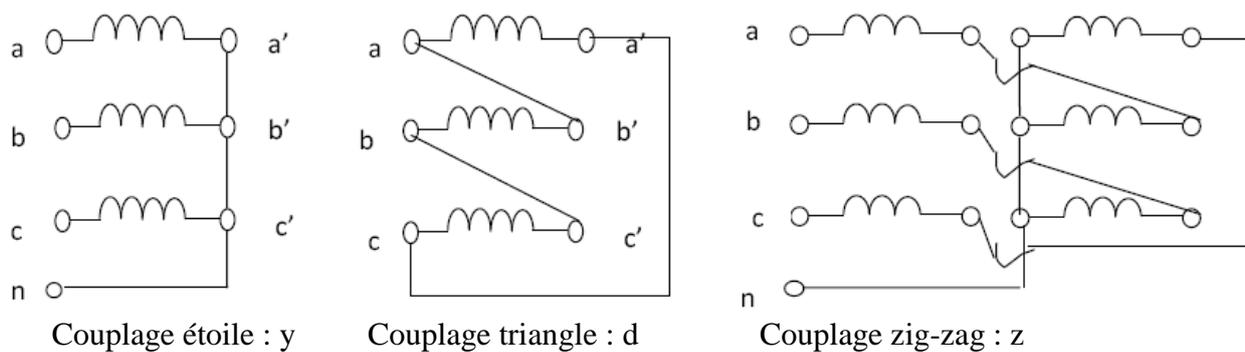


Fig.IV.5 : Modes de couplage au secondaire d'un transformateur

On obtient ainsi 6 couplages possibles entre primaire et secondaire :

- Y-y : étoile – étoile
- Y-d : étoile – triangle
- Y-z : étoile – zigzag
- D-y : triangle – étoile
- D-d : triangle – triangle
- D-z : triangle – zigzag

IV.2.5. Couplages usuels des transformateurs triphasés

La figure IV.6 donne le symbole, le déphasage θ de \bar{v}_a en arrière de \bar{V}_a , le rapport de transformation, le montage électrique des phases et le diagramme vectoriel correspondant aux transformateurs usuels. Le symbole comporte trois indications : le couplage des phases primaires, celui des phases secondaires et l'indice horaire.

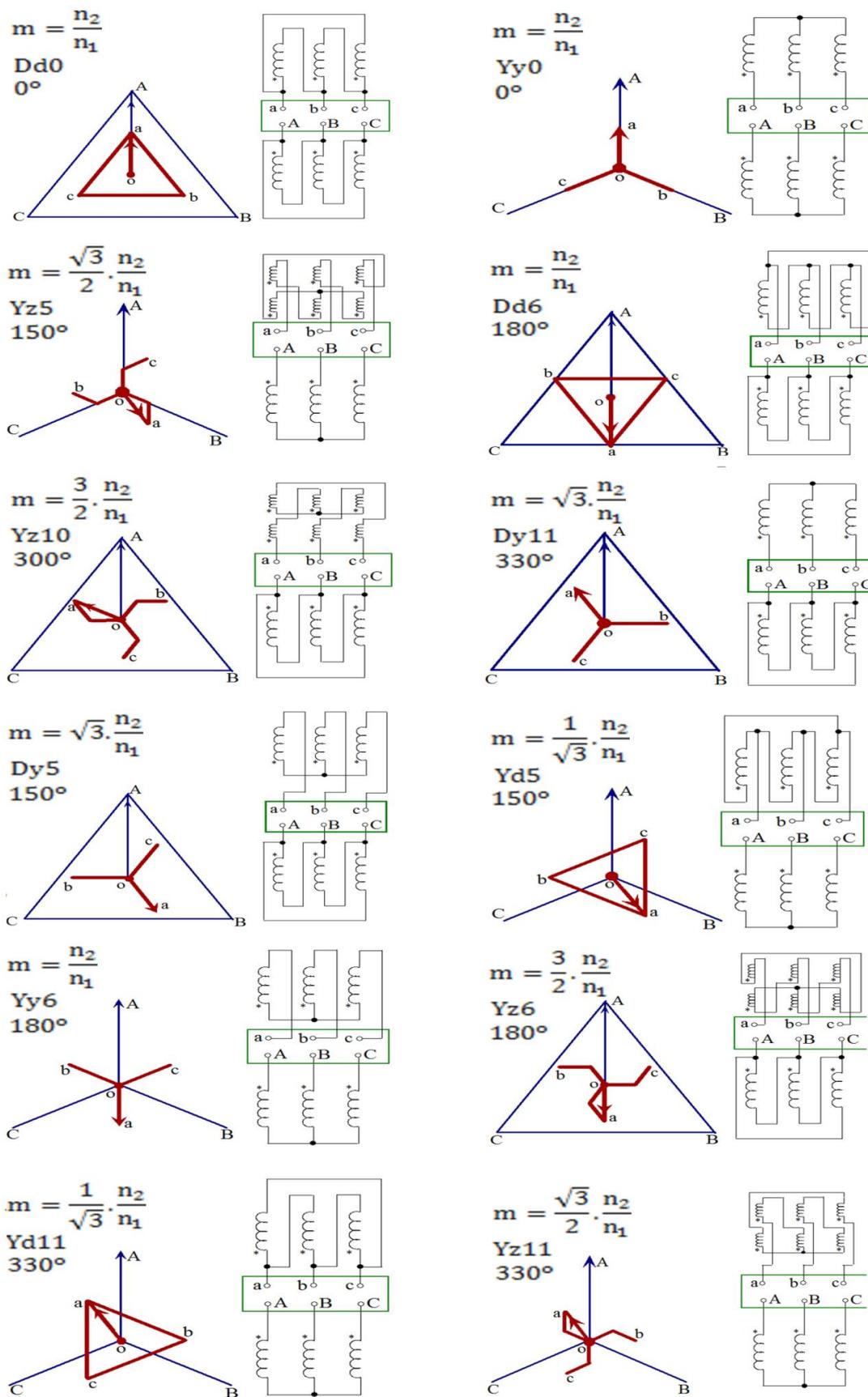


Fig.IV.6: Principaux couplages des transformateurs

IV.2.6. Choix du couplage

Le choix du couplage repose sur plusieurs critères :

- ✓ La nécessité d'avoir un neutre pour l'alimentation justifie le choix des couplages Y et Z ;
- ✓ Coté haute tension, on a intérêt à choisir le couplage étoile (moins de spire à utiliser) ;
- ✓ Pour les forts courants, on préfère le couplage triangle (Pour une même intensité en ligne le triangle entraîne une section de conducteur plus faible) ;
- ✓ Le fonctionnement est déséquilibré, la connexion zig-zag introduit un plus faible déséquilibre; Parmi ses défauts, il est relativement complexe à construire.

IV.2.7. Détermination des paramètres du transformateur

A. Résistance R_T

La résistance totale du transformateur calculée au primaire est donnée par :

$$R_T = \frac{P_{cc}(\%)}{100} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_n} \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{avec } \begin{cases} P_{cc}(\%) = \frac{P_{cc}}{S_n} \cdot 100 \\ P_{cc} = 3 \cdot R_T \cdot I_{1n}^2 \end{cases}$$

P_{cc} : Pertes dans le cuivre

B. Réactance X_T

La réactance totale du transformateur calculée au primaire est donnée par :

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} \quad (\text{IV.2})$$

$$Z_T = \frac{U_{cc}(\%)}{100} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_n} \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{avec } \begin{cases} U_{cc}(\%) = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \cdot 100 \\ U_{cc} = \sqrt{3} \cdot Z_T \cdot I_{1n} \end{cases}$$

U_{cc} : Tension de court-circuit

C. Conductance G_f

$$G_f = \frac{P_f(\%)}{100} \cdot \frac{S_n}{U_{1n}^2} \quad (\text{IV.4})$$

$$\text{avec } \begin{cases} P_f(\%) = \frac{P_f}{S_n} \cdot 100 \\ P_f = \frac{U_{1n}^2}{R_f} \\ G_f = \frac{1}{R_f} \end{cases}$$

P_f : Pertes dans le fer

D. Réactance magnétisante X_m

$$B_m = \frac{I_m(\%)}{100} \cdot \frac{S_n}{U_{1n}^2} \tag{IV.5}$$

avec
$$\begin{cases} I_m(\%) = \frac{I_m}{I_{1n}} \cdot 100 \\ I_m = \frac{S_m}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} \\ B_m = \frac{1}{X_m} \end{cases}$$

I_m : Courant magnétisant

E. Chute de tension dans le transformateur

$$\Delta V_2 = R_S I_2 \cos \delta_2 + X_S I_2 \sin \delta_2 \tag{IV.6}$$

Avec, R_S et X_S sont la résistance et la réactance du transformateur ramenées au secondaire.

F. Rendement du transformateur

$$\eta = \frac{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \delta_2}{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \delta_2 + P_f + P_{Joule}} \tag{IV.7}$$

IV.3. Indice horaire de couplage

IV.3.1. Définition

- ✓ Le déphasage des tensions simples correspondantes V_{AN} et v_{an} , V_{BN} et v_{bn} , V_{CN} et v_{cn} à vide comme montré sur la figure IV.7. Dépendant des couplages primaire et secondaire, ce déphasage θ est un multiple de $\frac{\pi}{6}$. L'indice horaire indique sa valeur
 - Comptée dans le sens horaire ;
 - En prenant pour origine des phases la tension primaire ;
 - Par un nombre égal au quotient de θ par $\frac{\pi}{6}$.

Ainsi, l'indice 5 signifie que \bar{v}_{an} est en retard de $\frac{5\pi}{6}$ par rapport à \bar{V}_{AN} .

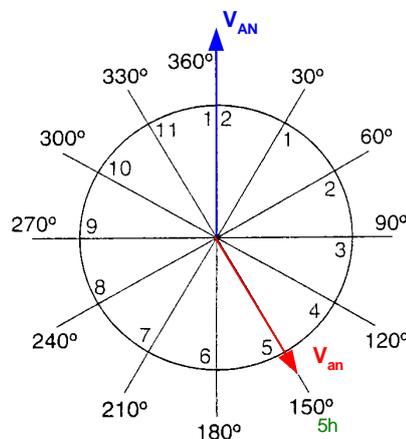


Fig.IV.7: Exemple de couplage horaire 5 heures

IV.3.2. Intérêt de l'indice horaire

Pour des raisons de continuité de service, ou des variations journalières voire saisonnières de la consommation (il est nécessaire de pouvoir coupler en parallèle plusieurs transformateurs afin de satisfaire à la demande d'énergie électrique), pour une modification d'installation.

IV.3.3. Exemple de couplage

Les transformateurs de distribution HTA/BT ont généralement le couplage D-y n 11. La figure II.8, montre le couplage des enroulements et leurs raccordements sur la plaque à bornes.

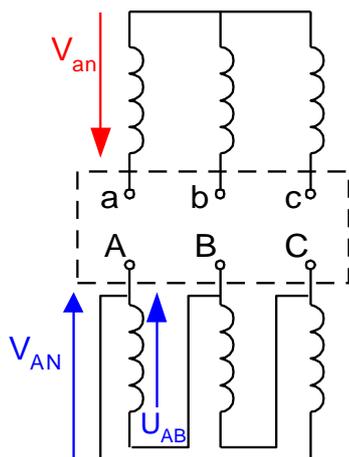


Fig.IV.8 : Représentation des vecteurs tensions au primaire et secondaire du transformateur

- ✓ On trace le graphique des tensions pour vérifier l'indice horaire de ce transformateur en considérant que le sens d'enroulement des bobines primaire et secondaire est identique.
- ✓ Le vecteur tension V_{AN} est pris comme origine et positionné à 12 heures ; on construit alors les vecteurs U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} .
- ✓ Il suffit ensuite de construire les tensions secondaires en remarquant que les tensions, aux bornes d'enroulements appartenant au même noyau, sont en concordance de phase ou en opposition de phase.

Dans l'exemple montré sur la figure IV.9, la tension V_{an} , est en concordance de phase avec la tension U_{AB} . Le graphique montre que le vecteur tension V_{an} , est bien positionné à 11 heures (c'est-à-dire $\theta = 11 \times 30 = 330^\circ$).

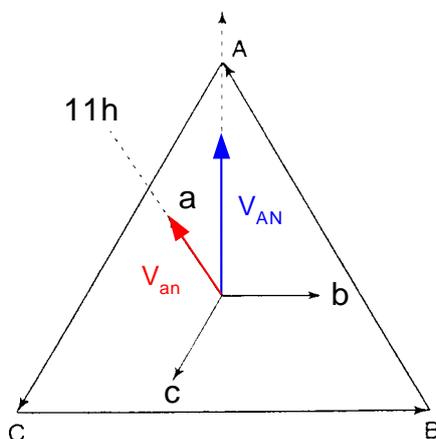


Fig.IV.9 : Représentation vectorielle des tensions au primaire et secondaire du transformateur

IV.4. Mise en parallèle des transformateurs triphasés

IV.4.1. But

- ✓ Pour répondre à une demande croissante en énergie électrique ;
- ✓ Les intensités primaire et secondaire ayant alors des valeurs excessives provoquent un échauffement anormal des bobines et une chute de tension secondaire exagérée.

Pour remédier à ces inconvénients, il est possible de coupler des transformateurs en parallèle.

La figure IV.10 est un exemple, généralement T_1 et T_2 sont de même ordre de puissance pour garantir un bon rendement de l'ensemble, la charge est alors répartie sur les deux transformateurs et les récepteurs sont alimentés sous une tension normale.

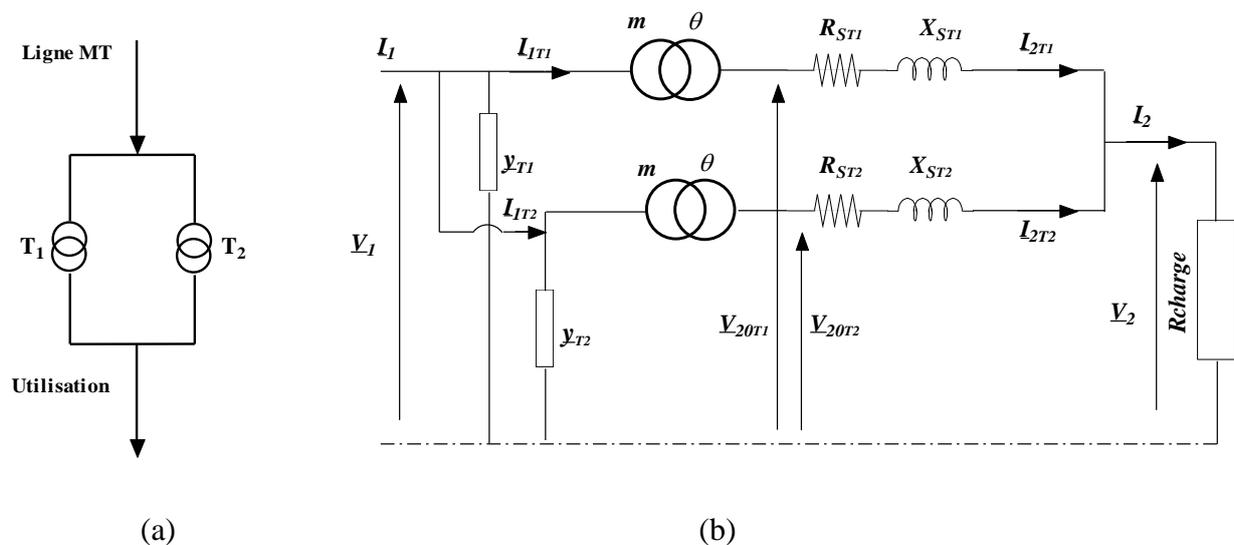


Fig.IV.10 : mise en parallèle de deux transformateurs
(a) Schéma bloc ; (b) Principe de fonctionnement

IV.4.2. Conditions à satisfaire pour coupler des transformateurs

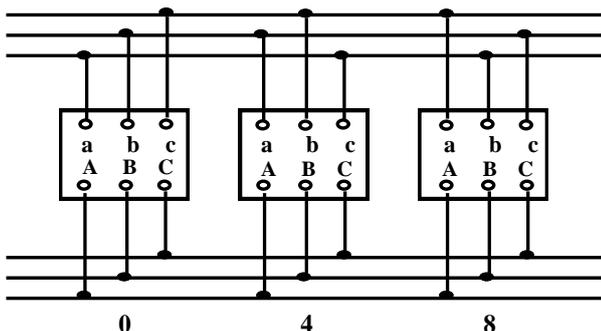
Pour répartir la puissance totale entre plusieurs transformateurs alimentés par une même source et débitant sur un même circuit d'utilisation, il faut satisfaire aux conditions ci-après :

- ✓ Les rapports de transformation des transformateurs doivent être égaux afin d'assurer une égalité des tensions secondaires et ainsi éviter tout courant de circulation entre enroulements ;
- ✓ Le rapport des puissances nominales des transformateurs doit être compris entre 0,5 et 2, ceci afin que la répartition des charges soit acceptable ;
- ✓ Leurs tensions de court-circuit doivent être égales, leurs différences entraînent une mauvaise répartition de la puissance apparente totale (il est admis une tolérance de $\pm 10\%$) ;
- ✓ Leurs couplages doivent être compatibles entre eux, c'est-à-dire :
 - soit, que leurs indices horaires soient identiques;
 - Soit, si ce n'est pas le cas, qu'ils appartiennent à l'un de quatre groupes de couplage (figures IV.11 et IV.12).

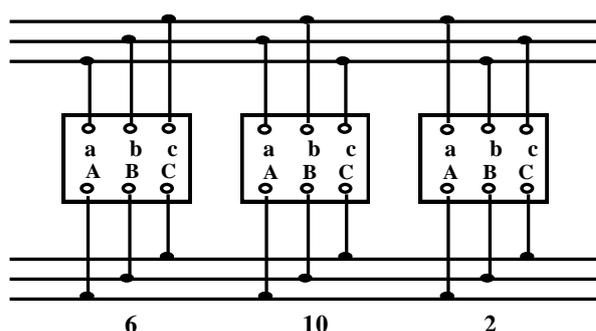
A. Marche en parallèle de transformateurs du même groupe

La marche en parallèle de deux transformateurs faisant partie d'un même groupe de couplage est toujours possible en régime pratiquement équilibrée. Les appareils appartenant à un même groupe, dont les indices différent de 4 ou 8 peuvent fonctionner en parallèle en connectant ensemble d'un côté (haute ou basse tension) les bornes marquées de la même lettre et en reliant de l'autre côté les couples de bornes marqués de lettres différentes qui présentent des tensions en phase.

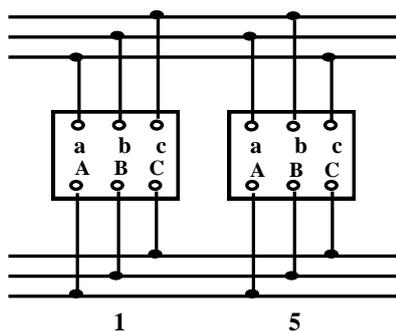
Groupe I : indice horaire 0 – 4 – 8



Groupe II : indice horaire 6 – 10 – 2



Groupe III : indice horaire 1 – 5



Groupe IV : indice horaire 7 – 11

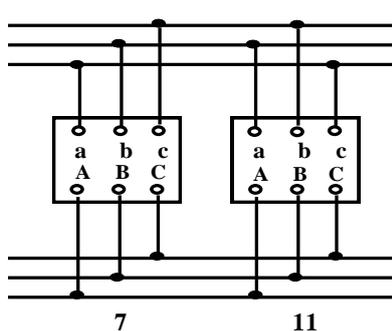
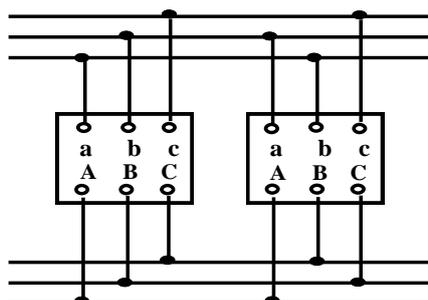


Fig.IV.11 : Marche en parallèle des transformateurs du même groupe

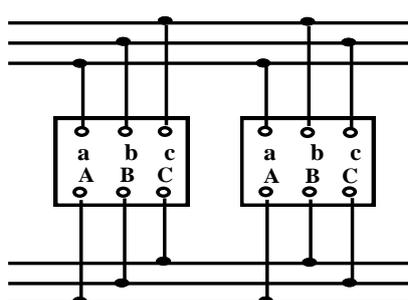
B. Marche en parallèle de transformateurs des groupes III et IV

A l'exception de la combinaison entre les groupes III et IV qui vient d'être décrite, il est impossible de faire fonctionner en parallèle des transformateurs appartenant à des groupes différents.

1 (groupe III) 7 (groupe IV)



5 (groupe III) 7 (groupe IV)



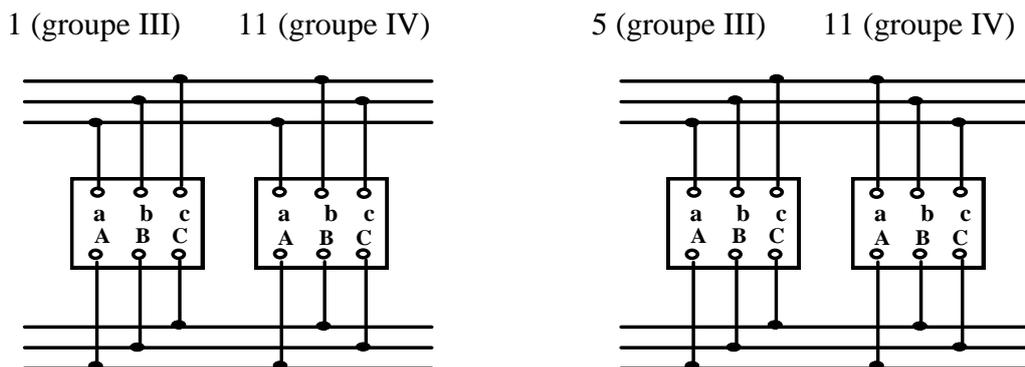


Fig.IV.12 : Marche en parallèle des transformateurs des groupes III et IV

IV.5. Principaux types de transformateurs

IV.5.1. Transformateur de mesure de courant

C'est un appareil utilisé pour la mesure de forts courants électriques. Il sert à faire l'adaptation entre le courant élevé circulant dans un circuit électrique (jusqu'à quelques milliers d'ampères) et l'instrument de mesure (Ampèremètre ou Wattmètre par exemple), ou le relais de protection, qui eux sont prévus pour mesurer des courants de l'ordre de l'Ampère (figure IV.13). La caractéristique la plus importante d'un transformateur de courant est donc son rapport de transformation, exprimé par exemple sous la forme 100 A/5 A.

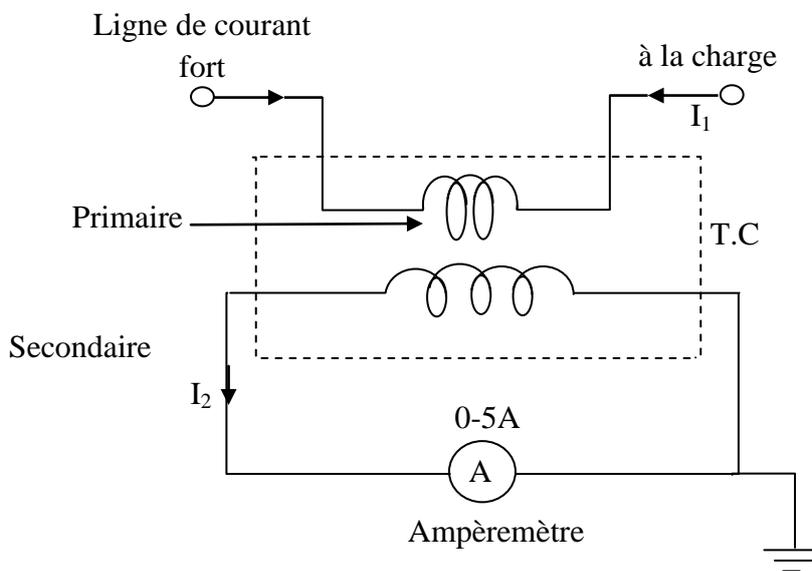


Fig.IV.13 : Schéma équivalent d'un transformateur de mesure de courant

Le transformateur d'intensité ou de courant, sert d'ordinaire à obtenir, à partir d'un courant primaire I_1 d'intensité importante, un courant secondaire I_2 proportionnel à I_1 et en phase avec lui mais d'intensité plus réduite.

L'enroulement primaire de N_1 spires est placé en série dans le conducteur de ligne parcouru par le courant I_1 à mesurer. Si on néglige les ampères-tours magnétisant, le courant passant dans le secondaire I_2 passant dans le secondaire de N_2 tours crée une f.m.m. qui compense la f.m.m. primaire :

$$N_1 \times I_1 = N_2 \times I_2 \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Les transformateurs d'intensité permettent de ramener les courants industriels importants à une valeur compatible, d'ordinaire 5 Ampère.

IV.5.2. Transformateurs de mesure de tension

Un transformateur de tension (figure IV.14) est un « transformateur de mesure dans lequel la tension secondaire est, dans les conditions normales d'emploi, pratiquement proportionnelle à la tension primaire et déphasée par rapport à celle-ci d'un angle voisin de zéro, pour un sens approprié des connexions ».

Il s'agit donc d'un appareil utilisé pour la mesure de fortes tensions électriques. Il sert à faire l'adaptation entre la tension élevée d'un réseau électrique HTA ou HTB (jusqu'à quelques centaines de kiloVolts) et l'appareil de mesure (voltmètre, ou wattmètre par exemple) ou le relais de protection, qui eux sont prévus pour mesurer des tensions de l'ordre de la centaine de Volt.

La caractéristique la plus importante d'un transformateur de tension est donc son rapport de transformation, par exemple 400 000 V/100 V. On utilise aussi le terme transformateur de potentiel.

Voici quelques rapports de transformation considérés comme standard :

220/110 550/110 3300/110 6600/110 11000/110 16500/110

La tension nominale standardisée est de 110 Volt.

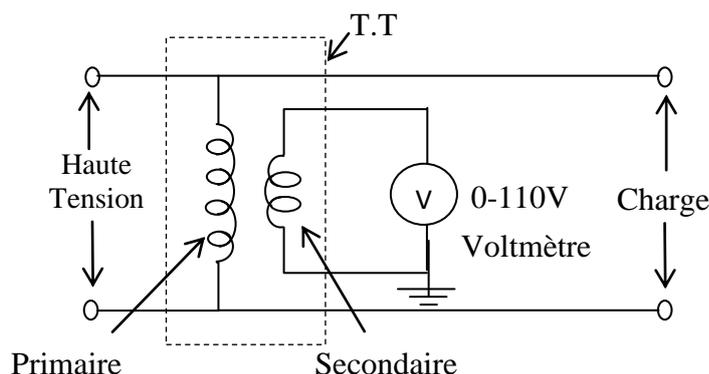


Fig.IV.14 : Schéma équivalent d'un transformateur de mesure de tension

IV.5.3. Transformateurs avec régleur en charge

Les transformateurs HTB/HTA alimentent les départs HTA via des jeux de barres (demi-rames). Ces transformateurs sont équipés d'un régleur en charge qui permet de modifier le rapport de transformation par pas de 1%, en diminuant ou augmentant le nombre de spires de l'enroulement primaire en fonction de l'évolution des charges et des fluctuations de la tension amont, et ce sans coupure de l'alimentation (figure IV.15).

La commande de ce régleur en charge est assurée par un automate local de régulation de tension qui joue sur le rapport de transformation pour réguler la tension au jeu de barres HTA autour d'une tension de consigne donnée, et contribuer ainsi au réglage de tension sur les réseaux HTA et BT.

Le réglage de la tension HTA peut se faire avec ou sans compoundage. Le compoundage est une technique qui prend en compte, par mesure du courant dans le transformateur (et donc de l'état de charge moyen du réseau), les chutes de tension dans le réseau aval. Cela permet de tenir la tension en un point du réseau différent du poste source : centre de gravité, nœud prioritaire ou critique, etc.

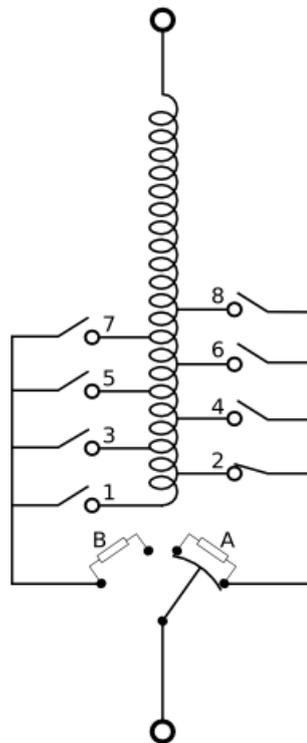
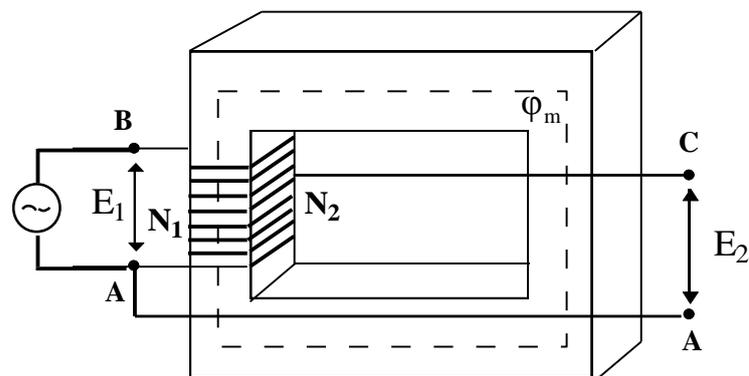


Fig.IV.15: Régleur en charge

IV.5.4. Autotransformateur

C'est un transformateur statique dans lequel les deux enroulements primaire et secondaire ne sont plus distincts électriquement. Il ne comporte qu'un seul bobinage, le secondaire utilisant une partie des spires du primaire (N_1 spires entre les bornes A et B et N_2 spires entre les bornes A et C).

Il y a deux configurations possibles abaisseur et élévateur (figure IV.16) :



(a) Circuits électrique et magnétique

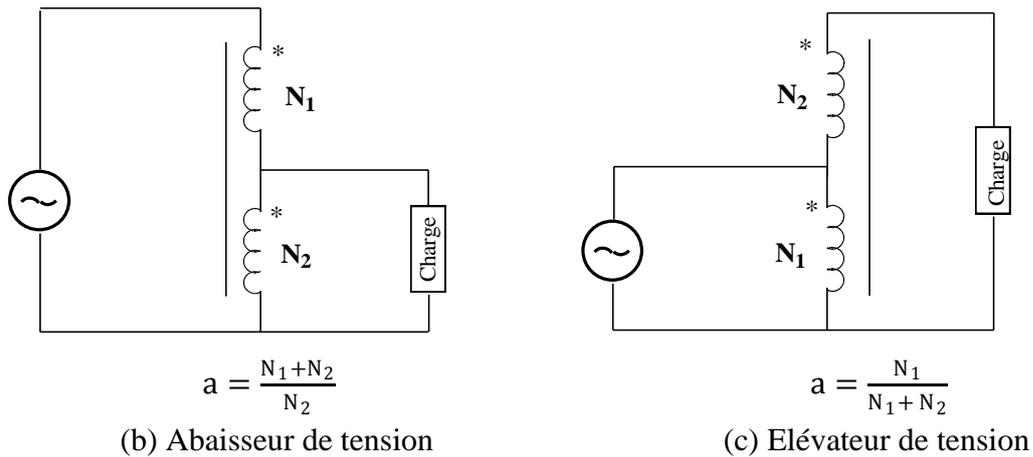


Fig.IV.16 : Autotransformateur

✓ **Avantages**

- Un seul bobinage suffit et le fil de la partie commune peut être plus fin ;
- Les pertes à effet Joule sont réduites d'où meilleur rendement.

✓ **Inconvénient** Le primaire et le secondaire ne sont plus isolés électriquement. En cas de défaut, il peut y avoir propagation de la haute-tension à la basse-tension.

✓ **Utilisation** Les dangers auxquels exposeraient les inconvénients de l'autotransformateur font que cet appareil n'est pas utilisé en distribution. Dans certains pays, on l'utilise en MT lorsque les tensions sont voisines (15/20 kV par exemple) et en THT dans les postes d'interconnexion.

IV.5.5. Transformateur à trois enroulements

Ce transformateur porte sur son circuit magnétique trois enroulements : un enroulement primaire, un enroulement secondaire, et un enroulement tertiaire. Il permet d'alimenter deux réseaux de tensions respectives et à partir d'un réseau de tension à l'aide d'un appareil unique. Son schéma équivalent est celui représenté sur la figure IV.17:

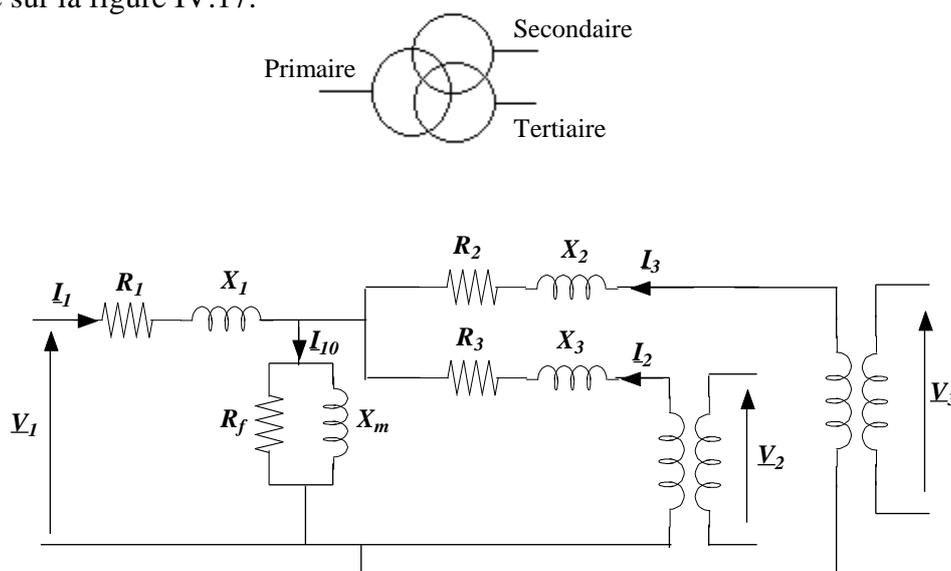


Fig.IV.17 : Schéma équivalent d'un transformateur à trois enroulements

Si Z_{12} , Z_{23} et Z_{31} sont les impédances mesurées lors des essais en court-circuitant le primaire et le secondaire, le secondaire et le tertiaire, le tertiaire et le primaire, le troisième enroulement étant chaque fois à vide. On peut écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 \\ \bar{Z}_{23} = \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 \\ \bar{Z}_{31} = \bar{Z}_3 + \bar{Z}_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{Z}_1 = \frac{(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{13} - \bar{Z}_{23})}{2} \\ \bar{Z}_2 = \frac{(\bar{Z}_{21} + \bar{Z}_{23} - \bar{Z}_{13})}{2} \\ \bar{Z}_3 = \frac{(\bar{Z}_{31} + \bar{Z}_{32} - \bar{Z}_{12})}{2} \end{cases}$$

IV.5.6. Transformateur déphaseur

Un transformateur déphaseur est une forme spéciale de transformateur électrique, ou plus exactement de transformateur de puissance, utilisée pour réguler le transit de puissance active entre plusieurs lignes électriques triphasées. En effet, dans une ligne de transmission à courant alternatif, la puissance active transmise est proportionnelle au sinus de l'angle de transport. Quand deux lignes sont en parallèle, un réglage de cet angle permet de régler la répartition du courant entre les deux lignes et d'optimiser la capacité de transmission tout en évitant les surcharges.

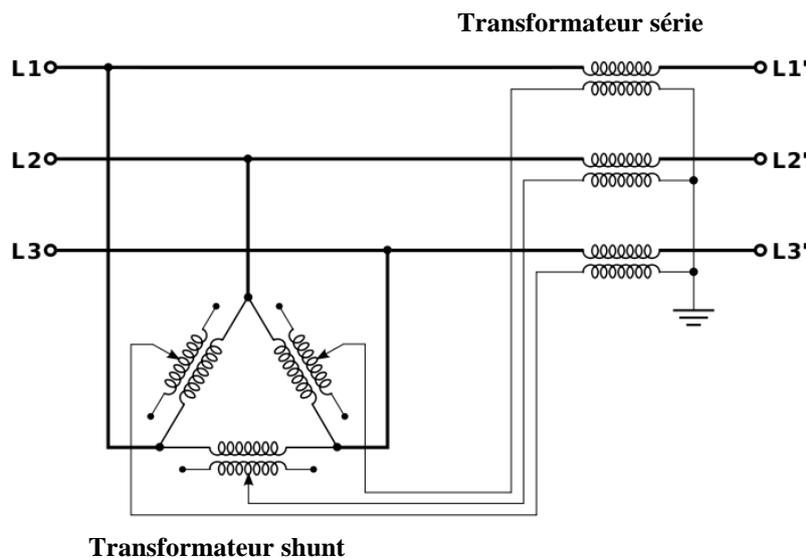


Fig.IV.18 : Schéma équivalent d'un transformateur déphaseur

IV.6. Système d'unité relative (pu)

Le système d'unité relative « per unit » est un système de grandeurs réduites qui permet à l'ingénieur électricien d'avoir constamment à l'esprit des ordres de grandeurs relatifs de certains paramètres indépendamment des niveaux de tension et de puissance. De plus, l'utilisation de ce système simplifie certaines formules et schémas équivalents. En particulier, un bon choix initial permet de s'affranchir de la présence des transformateurs idéaux et la formulation se ramène à l'étude de circuits monophasés.

Ce système associe, à une variable quelconque « α », une valeur de base « α_{base} » et la compare à sa valeur 'vraie' « α_{vraie} » de manière à l'exprimer dans un système adimensionnel « pu » (ou en % de sa valeur de base) dont les ordres de grandeur sont bien connus.

IV.6. 1. Puissance, tension et courant de base

Dans un système triphasé équilibré, l'amplitude (module) de la tension entre phases et celle la tension entre une phase (quelconque) et le point neutre sont liées entre-elles par la relation (IV.8) :

$$U = \sqrt{3}.V \quad (\text{IV.8})$$

La puissance complexe est donnée par :

$$\bar{S} = 3.\bar{V}.\bar{I}^* = \sqrt{3}.\bar{U}.\bar{I}^* = P + jQ \quad (\text{IV.9})$$

La tension (Phase-Neutre) et le courant sont liés entre eux par la loi d'Ohm :

$$\bar{V} = \bar{Z}.\bar{I} \quad (\text{IV.10})$$

Les grandeurs de base, indicées 'B', choisies judicieusement, permettent de simplifier considérablement les calculs dans les réseaux d'énergie électrique. Dans le système de base, la puissance se conserve et la loi d'Ohm reste également d'application.

Nous définissons le système de grandeurs réduites «per unit» de la manière suivante:

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_B}; \quad \bar{U}_{pu} = \frac{\bar{U}}{U_B}; \quad \bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_B} \quad \text{et} \quad \bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_B} \quad (\text{IV.11})$$

$$U_B = \sqrt{3}.V_B \quad (\text{IV.12})$$

$$S_B = \sqrt{3}.U_B.I_B \quad (\text{IV.13})$$

$$V_B = Z_B.I_B \quad (\text{IV.14})$$

- ✓ L'existence de deux relations (IV.10) et (IV.11) nous enseigne que seules deux parmi les quatre variables citées précédemment sont indépendantes. Nous disposons donc de deux degrés de liberté pour le choix des grandeurs de base.
- ✓ Ainsi, nous choisirons ' S_B ' pour ses propriétés de 'conservativité' et ' V_B ' pour son accessibilité (plus directe que courant et impédance par la normalisation des niveaux de tension pour le transport). Nous choisirons souvent les valeurs nominales du réseau pour la tension.
- ✓ Dès lors, si nous choisissons une puissance de base ' S_B ' et une tension de base ' U_B ', nous définissons implicitement le courant de base (définition de la puissance) ainsi que l'impédance de base (introduite via la loi d'Ohm), donné par :

En divisant membre à membre les équations (IV.8) et (IV.12), nous obtenons :

$$U_{pu} = V_{pu} \quad [\text{pu}] \quad (\text{IV.15})$$

- ✓ **Premier avantage** : Lors de la résolution d'un problème à partir d'un schéma unifilaire équivalent, nous n'avons plus besoin de nous poser la question de savoir s'il s'agit de la tension entre phases ou entre phases et neutre car les valeurs sont identiques. En divisant membre à membre les équations (IV.9) et (IV.13), nous obtenons :

$$\bar{S}_{pu} = \bar{U}_{pu} \cdot \bar{I}_{pu} \quad [\text{pu}] \quad (\text{IV.16})$$

✓ **Second avantage** : Suppression du coefficient « $\sqrt{3}$ » dans l'expression de la puissance complexe.

IV.6. 2. Impédance et admittance de base

La puissance complexe absorbée par ces charges peut s'exprimer en fonction de la tension entre phases (son module) et l'impédance complexe (son conjugué) :

$$\bar{S} = 3 \cdot \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}^*}{\bar{Z}} = 3 \cdot \frac{(V)^2}{\bar{Z}^*} = \frac{U^2}{\bar{Z}^*} \quad (\text{IV.17})$$

Dans le système lié aux grandeurs de base (qui sont de préférence réelles), nous avons :

$$S_B = \frac{U_B^2}{Z_B} \quad (\text{IV.18})$$

$$Z_B = \frac{U_B^2}{S_B} \quad (\text{IV.19})$$

La puissance complexe en pu devient, en fonction de l'impédance 'Z_{pu}' :

$$\bar{S}_{pu} = \frac{U_{pu}^2}{\bar{Z}_{pu}^*} \quad (\text{IV.20})$$

Remarque : Nous définissons, de manière similaire à l'impédance (relation (IV.11) et (IV.19)), l'admittance de base et l'admittance en pu :

$$Y_B = \frac{S_B}{U_B^2} \quad (\text{IV.21})$$

$$\bar{Y}_{pu} = \frac{\bar{Y}}{Y_B} \quad (\text{IV.22})$$

La puissance complexe en pu devient, en fonction de l'admittance Y en pu :

$$\bar{S}_{pu} = \bar{Y}_{pu}^* \cdot U_{pu}^2 \quad (\text{IV.23})$$

IV.6. 3. Changement de base

Généralement, les valeurs d'impédances des générateurs et transformateurs fournies par les constructeurs sont données dans un système per unit dont les grandeurs de base correspondent aux tensions et puissances nominales de l'appareil.

Le problème qui se pose alors est celui d'uniformiser les données, soit, de convertir les impédances et admittances - exprimées dans un système quelconque - dans le système lié aux grandeurs de base (S_B et V_B) choisies pour le tronçon considéré.

Nous pouvons écrire, pour deux systèmes de base différents :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_{pu1} \cdot Z_{B1} = \bar{Z}_{pu2} \cdot Z_{B2} \quad (\text{IV.24})$$

d'où :

$$\bar{Z}_{pu2} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{Z_{B1}}{Z_{B2}} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{U_{B1}^2 \cdot S_{B2}}{U_{B2}^2 \cdot S_{B1}} \quad (\text{IV.25})$$

Pour les admittances, nous obtenons une formule analogue :

$$\bar{Y}_{pu2} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{Y_{B1}}{Y_{B2}} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{U_{B2}^2 \cdot S_{B1}}{U_{B1}^2 \cdot S_{B2}} \quad (\text{IV.26})$$

IV.7. Synthèse

Le rôle principal dans la centrale actuelle est joué par les transformateurs de puissance. Celui-ci est utilisé pour augmenter ou abaisser la tension dans le réseau électrique qui sert à transmettre l'énergie électrique sur une grande distance et la distribuer parmi les consommateurs. Les transformateurs de puissance se distinguent par leurs puissances élevées et leurs tensions de fonctionnement.

De nombreux types de transformateurs trouvent une application dans les équipements de communication, les systèmes d'automatisation et de téléconduite, les appareils domestiques, etc. Aujourd'hui, il n'y a pratiquement pas une seule installation électrique fonctionnant sans transformateur. Les capacités et les tensions des transformateurs existants varient sur une très large gamme allant de quelques fractions de kilo voltampère à des centaines ou des milliers de kilo voltampère et de quelques fractions de volt à des centaines de kilovolts.

Chapitre V

Calcul des courants de court-circuit

V.1. Introduction

Un courant de court-circuit se produit généralement lors de la fermeture d'un circuit électrique quelconque sur une impédance nulle ou de faible valeur. C'est le cas d'une mise à la terre accidentelle d'une ou plusieurs phases d'un réseau ou d'un matériel électrique. C'est le cas également d'une connexion accidentelle entre phases ayant une impédance négligeable pour limitation du courant de court-circuit. En fonction de l'impédance globale vue du point de défaut, ces courants peuvent représenter dix fois le courant nominal causant des dommages considérables à l'équipement et une interruption du service aux consommateurs.

La connaissance des valeurs de courants pouvant être engendrés par les court-circuits est indispensable pour le dimensionnement des matériels de protection des personnes et des biens, la conception et le dimensionnement d'une installation électrique et des matériels à mettre en œuvre.

V.2. Importance de calcul des courants de court-circuit

L'intensité du courant de court-circuit est à calculer aux différents étages de l'installation ; Ce calcul n'implique pas seulement la connaissance de ces courants sur les autres lignes et phases du réseau ainsi que leurs conséquences sur les tensions. Ces valeurs permettent ensuite de choisir les protections les plus adaptés pour chaque type de réseau.

Pour choisir et régler convenablement les protections, on utilise les courbes du courant en fonction du temps. Deux valeurs du courant de court-circuit doivent être connues :

- ✓ le courant maximal de court-circuit qui détermine :
 - le pouvoir de coupure -PdC- des disjoncteurs,
 - le pouvoir de fermeture des appareils,
 - la tenue électrodynamique des canalisations et de l'appareillage.

Il correspond à un court-circuit à proximité immédiate des bornes aval de l'organe de protection. Il doit être calculé avec une bonne précision (marge de sécurité).

- ✓ le courant minimal de court-circuit indispensable au choix de la courbe de déclenchement des disjoncteurs et des fusibles, en particulier quand :
 - la longueur des câbles est importante et/ou que la source est relativement impédante (générateurs-onduleurs) ;
 - la protection des personnes repose sur le fonctionnement des disjoncteurs ou des fusibles, c'est essentiellement le cas avec les schémas de liaison à la terre du neutre TN ou IT.

V.3. Causes des courants de court-circuit

Les causes les plus courantes d'un court-circuit sont :

- ✓ Conditions atmosphériques (coup de foudre, vent, tempête, etc.) : dans ces conditions climatiques sévères, des claquages diélectriques (à cause d'une surtension temporaires) ou la destruction partielle de matériel peuvent engendrer des courts-circuits ;

- ✓ Vieillessement du matériel : ce phénomène engendre des ruptures ou défaillances locales pouvant engendrer des courts-circuits ;
- ✓ Défauts d'isolation : ce défaut est souvent à l'origine de certains courts-circuits ou l'isolant n'est plus en mesure d'assurer sa fonction d'isolation conduisant à un contact entre phases ou entre spires d'un transformateur ;
- ✓ Défaut de manœuvre ou erreurs humaines : ce type de manœuvre ou d'erreur est souvent à l'origine de courts-circuits graves. Cela va depuis l'oubli d'une mise à la terre lors d'une maintenance quelconque jusqu'au défaut de manœuvre engendrant des surtensions temporaires susceptibles de provoquer des claquages diélectriques ;
- ✓ Vandalisme : le jet intentionnel d'une barre de fer sur une ligne aérienne ;
- ✓ Animaux : les oiseaux sont souvent à l'origine de courts-circuits (les ailes d'une cigogne par exemple).

V.4. Conséquences des défauts de court-circuit

Elles sont variables selon la nature et la durée des défauts, le point concerné de l'installation et l'intensité du courant :

- a. au point de défaut, la présence d'arcs de défaut, avec :
 - détérioration des isolants,
 - fusion des conducteurs,
 - incendie et danger pour les personnes ;
- b. pour le circuit défectueux, les efforts électrodynamiques, avec :
 - déformation des JdB (jeux de barres),
 - arrachement des câbles ;
 - suréchauffement par augmentation des pertes à effet joule, avec risque de détérioration des isolants ;
- c. pour les autres circuits électriques du réseau concerné ou de réseaux situés à proximité :
 - les creux de tension pendant la durée d'élimination du défaut, de quelques millisecondes à quelques centaines de millisecondes,
 - la mise hors service d'une plus ou moins grande partie du réseau suivant son schéma et la sélectivité de ses protections,
 - l'instabilité dynamique et/ou la perte de synchronisme des machines,
 - les perturbations dans les circuits de contrôle-commande,
 - etc.

V.5. Etablissement de l'intensité de court-circuit

Un réseau simplifié se réduit à une source de tension alternative constante, un interrupteur et une impédance Z_{cc} représentant toutes les impédances situées en amont de l'interrupteur, et une impédance de charge Z_s (figure V.1).

Dans la réalité, l'impédance de la source est composée de tout ce qui est en amont du court-circuit avec des réseaux de tensions différentes (HT, BT) et des canalisations en série qui ont des sections et des longueurs différentes.

Sur le schéma de la figure V.1, l'interrupteur étant fermé, l'intensité I_s du courant de service circule dans le réseau.

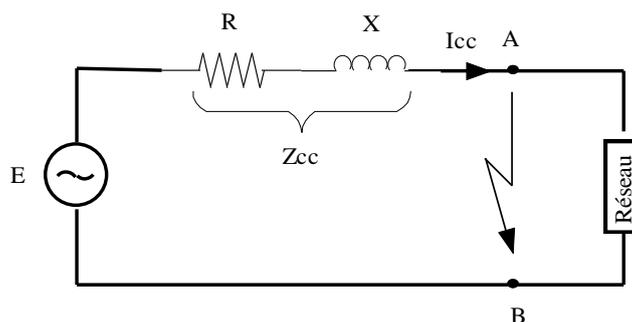


Fig.V.1 : Schéma équivalent du réseau amont en court-circuit

Un défaut d'impédance négligeable apparaissant entre les points A et B donne naissance à une intensité de court-circuit très élevée I_{cc} , limitée uniquement par l'impédance Z_{cc} .

L'intensité I_{cc} s'établit suivant un régime transitoire en fonction des réactances X et des résistances R composant l'impédance Z_{cc} :

$$Z_{cc} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (\text{V.1})$$

En distribution de puissance, la réactance $X = L \cdot \omega$ est généralement bien plus élevée que la résistance R , et le rapport $\frac{R}{X}$ se situe entre 0,1 et 0,3. Il est pratiquement égal pour ces faibles valeurs au $\cos \varphi_{cc}$ (en court-circuit) soit :

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (\text{V.2})$$

Cependant, le régime transitoire d'établissement du courant de court-circuit diffère suivant l'éloignement du point de défaut par rapport aux alternateurs. Cet éloignement n'implique pas nécessairement une distance géographique, mais sous-entend que les impédances des alternateurs sont inférieures aux impédances de liaison entre ces derniers et le point de défaut.

V.5.1. Défaut éloigné des alternateurs

C'est le cas le plus fréquent. Le régime transitoire est alors celui résultant de l'application à un circuit self-résistance d'une tension :

$$e = E \cdot \sin(\omega t + \alpha) \quad (\text{V.3})$$

L'intensité i est alors la somme des deux composantes : $i = i_a + i_c$

- L'une (i_a) est alternative et sinusoïdale

$$i_a = I \cdot \sin(\omega t + \alpha) \quad (\text{V.4})$$

Où :

I : Intensité maximale = $\frac{E}{Z_{cc}}$;

α : Angle électrique qui caractérise le décalage entre l'instant initial du défaut et l'origine de l'onde de tension.

- L'autre (i_c) est une composante continue

$$I_c = -I \cdot \sin \alpha \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{V.5})$$

Sa valeur initiale dépend de α , et son amortissement est d'autant plus rapide que $\frac{R}{L}$ est élevé.

À l'instant initial du court-circuit, i est nulle par définition (l'intensité de service I_s étant négligée), d'où :

$$i = i_a + i_c = 0 \quad (\text{V.6})$$

La figure V.2 montre la construction graphique de i par l'addition algébrique des ordonnées de ses deux composantes i_a et i_c .

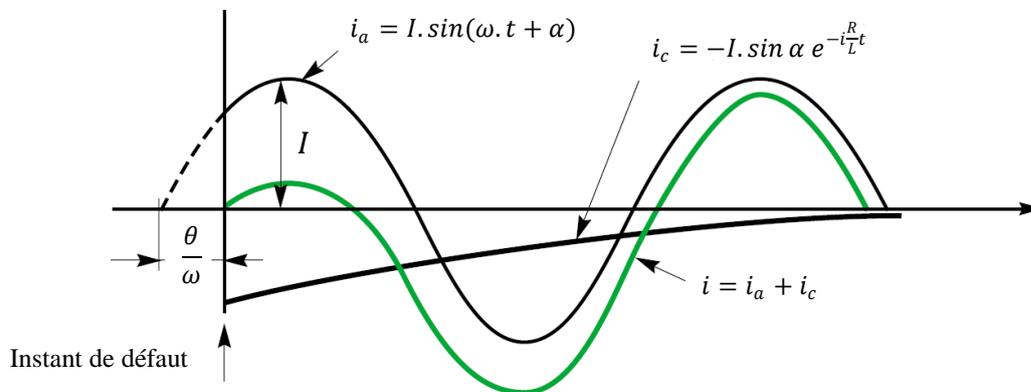


Fig.V.2 : Représentation graphique et décomposition d'un courant de court-circuit s'établissant en un point éloigné d'un alternateur

V.5.2. Défaut à proximité des alternateurs

Lorsque le défaut se produit à proximité immédiate de l'alternateur alimentant le circuit concerné, la variation de l'impédance alors prépondérante de l'alternateur provoque un amortissement du courant de court-circuit.

En effet, dans ce cas, le régime transitoire d'établissement du courant se trouve compliqué par la variation de la f.e.m. (force électromotrice) résultant du court-circuit. Pour simplifier, on considère la f.e.m. constante, mais la réactance interne de la machine comme variable ; cette réactance évolue suivant les 3 stades :

- Subtransitoire intervenant pendant les 10 à 20 premières millisecondes du défaut ;
- transitoire pouvant se prolonger jusqu'à 500 millisecondes ;
- permanent ou réactance synchrone.

La réactance subtransitoire est inférieure à la réactance transitoire elle-même inférieure à la réactance permanente. Cette intervention successive des trois réactances entraîne une diminution progressive de l'intensité de court-circuit, intensité qui est donc la somme de quatre composantes (figure V.3) :

- les trois composantes alternatives (subtransitoire, transitoire et permanente) ;
- la composante continue qui résulte de l'établissement du courant dans le circuit (selfique).

V.6. Valeur du courant 'I_{cc}' selon les différents types de court-circuit

Il existe principalement deux types de courts-circuits :

- ✓ **courts-circuits symétriques** : Ce type de défaut engendre un courant symétrique, c'est-à-dire des courants de défaut égaux avec un déphasage de 120°. En raison de la nature équilibrée du défaut, une seule phase doit être considérée dans les calculs puisque la condition dans les deux autres phases sera également similaire.

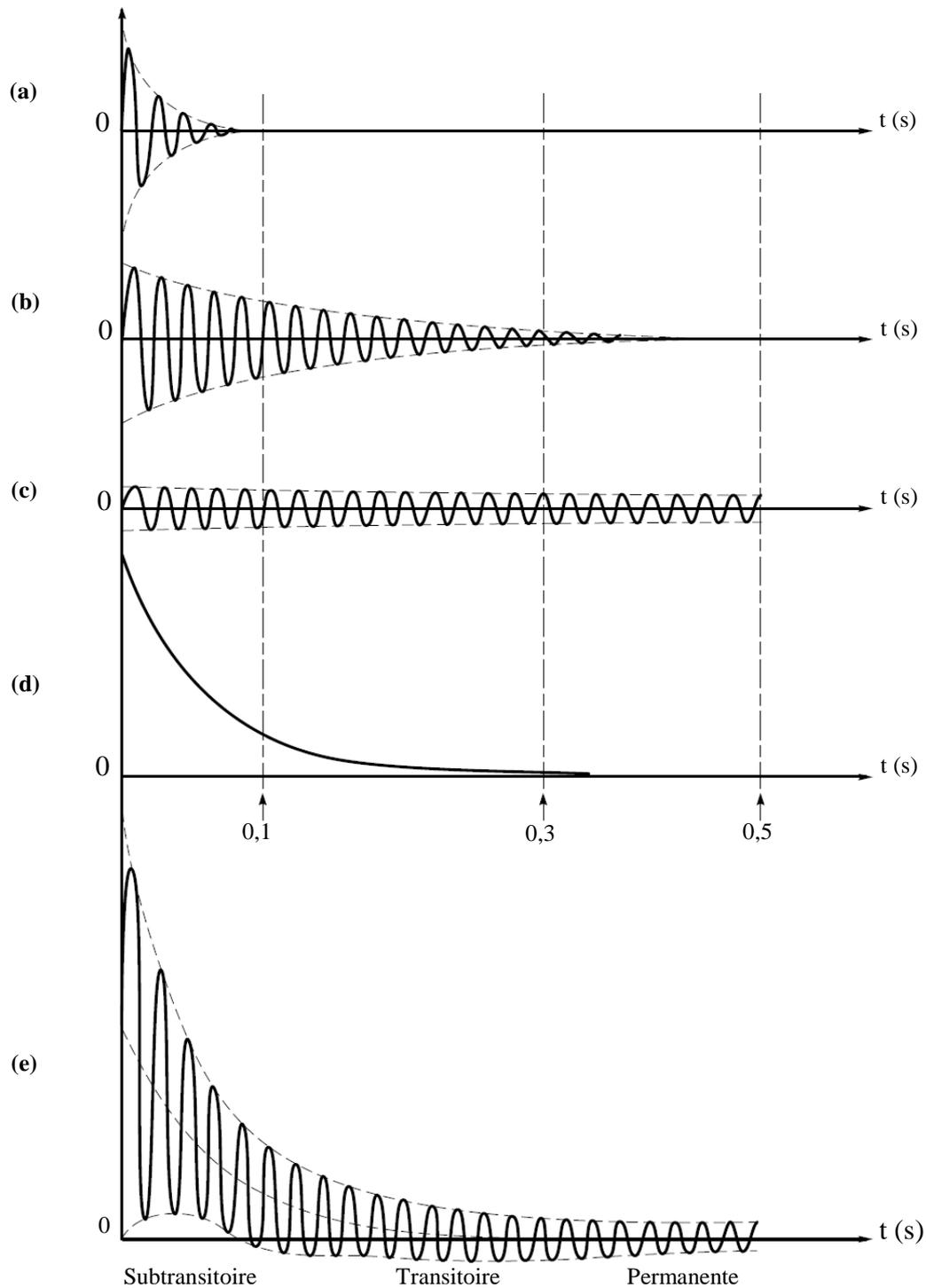


Fig.V.3 : Forme du courant total de court-circuit I_{cc} , courbe (e), avec la contribution de :

- (a) la réactance subtransitoire ; (b) la réactance transitoire ; (c) la réactance permanente ;
- (d) la composante continue.

Il s'agit des courts-circuits triphasés isolés ou à la terre, ils engendrent en général les courants de défaut les plus élevés ;

- ✓ **courts-circuits asymétriques** : Lorsqu'un tel défaut se produit, il en résulte des courants asymétriques, c'est-à-dire que l'amplitude des courants de défaut dans les trois phases est différente et que le déphasage est différent.

Il s'agit des courts-circuits suivants : court-circuit monophasé (phase-terre) et court-circuit biphasé isolé (phase-phase) ou à la terre (phase-phase-terre).

V.6.1. Court-circuit triphasé

C'est le défaut qui correspond à la réunion des trois phases (figure V.4).

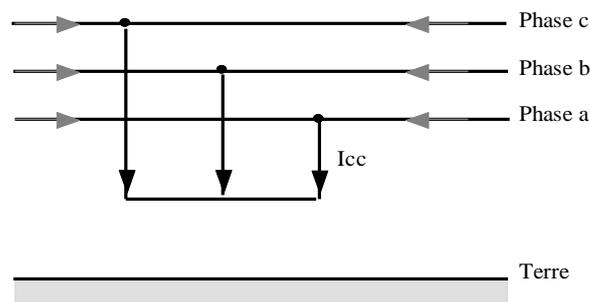


Fig.V.4 : Court-circuit triphasé

L'intensité de court-circuit I_{cc3} est :

$$I_{cc} = \frac{U}{\sqrt{3} \cdot Z_{cc}} \quad (\text{V.7})$$

Avec U (tension composée entre phases) correspondant à la tension à vide du transformateur, laquelle est supérieure de 3 à 5 % à la tension aux bornes en charge.

Le calcul de l'intensité de court-circuit se résume alors au calcul de l'impédance Z_{cc} , impédance équivalente à toutes les impédances parcourues par le courant I_{cc} , du générateur jusqu'au point de défaut de la source et des lignes (figure V.5).

$$Z_{cc} = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum X)^2} \quad (\text{V.8})$$

Avec, $\sum R$ = somme des résistances en série, et $\sum X$ = somme des réactances en série.

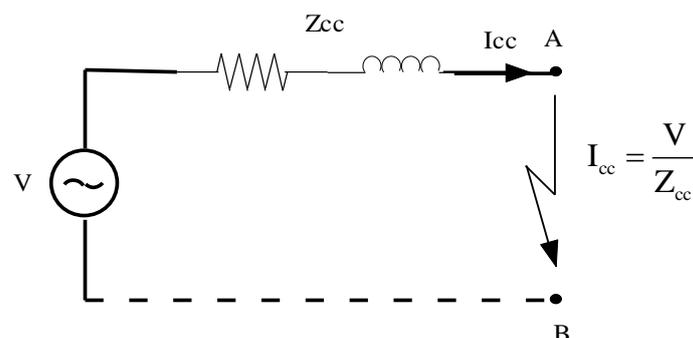


Fig.V.5 : Impédance équivalente pour un court-circuit triphasé

Le défaut triphasé est généralement considéré comme celui provoquant les courants de défaut les plus élevés. En effet, le courant de défaut dans le schéma équivalent d'un système polyphasé, n'est limité que par l'impédance d'une phase sous la tension simple du réseau.

Le calcul de I_{cc3} est donc indispensable pour choisir les matériels (intensités et contraintes électrodynamiques maximales à supporter).

V.6.2. Court-circuit biphasé isolé

Il correspond à un défaut entre deux phases (figures (V.6) et (V.7)), alimenté sous une tension composée U.

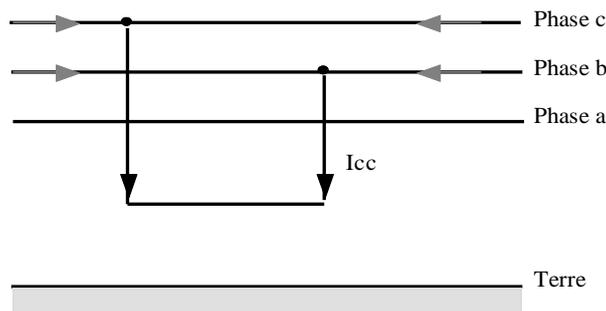


Fig.V.6 : Court-circuit biphasé-isolé

L'intensité I_{cc2} débitée est alors inférieure à celle du défaut triphasé :

$$I_{cc2} = \frac{U}{2.Z_{cc}} = \frac{\sqrt{3}}{2} . I_{cc} \approx 0,86 \tag{V.9}$$

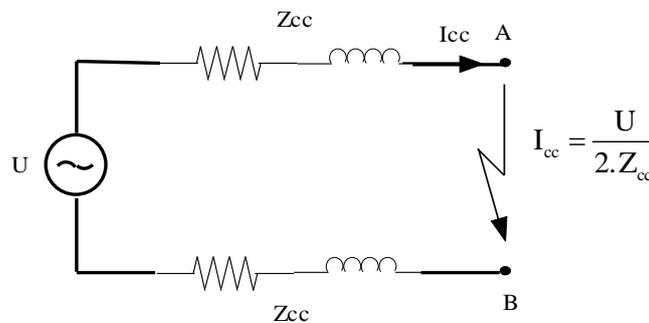


Fig.V.7 : Impédance équivalente pour un court-circuit biphasé-isolé

V.6.3. Court-circuit monophasé

Il correspond à un défaut entre une phase et le neutre (figures V.8), alimenté sous une tension simple $U = \frac{v}{\sqrt{3}}$;

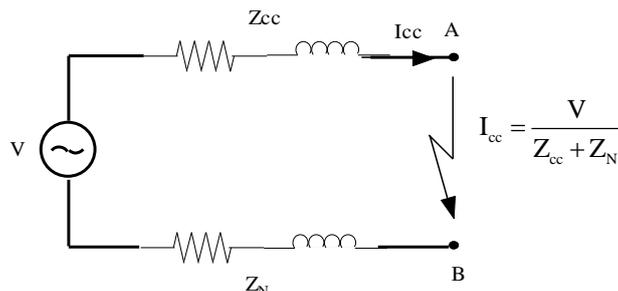


Fig.V.8 : Impédance équivalente pour un court-circuit monophasé

L'intensité I_{cc1} débitée est alors :

$$I_{cc_1} = \frac{U}{\sqrt{3} (Z_{CC} + Z_{LN})} \quad (V.10)$$

Dans certains cas particuliers de défaut monophasé, l'impédance homopolaire de la source est plus faible que Z_{CC} (par exemple aux bornes d'un transformateur à couplage étoile-zig zag ou d'un alternateur en régime subtransitoire).

L'intensité monophasée peut être alors plus élevée que celle du défaut triphasé.

V.6.4. Court-circuit à la terre (monophasé ou biphasé)

Ce type de défaut fait intervenir l'impédance homopolaire Z_o . Sauf en présence de machines tournantes où l'impédance homopolaire se trouve réduite, l'intensité I_{cch} débitée est alors inférieure à celle du défaut triphasé (figures (V.9) et (V.10)).

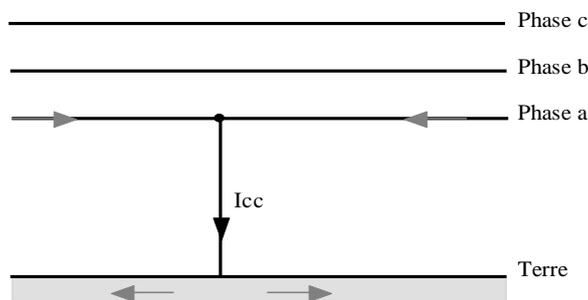


Fig.V.9 : Court-circuit monophasé-terre

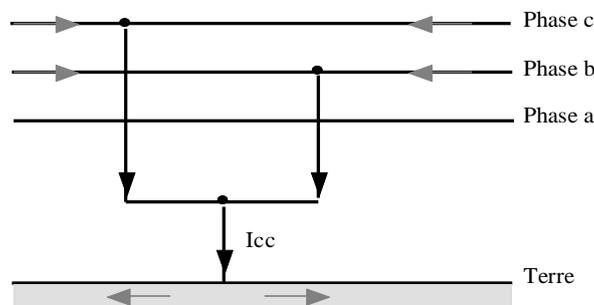


Fig.V.10 : Court-circuit biphasé-terre

Son calcul peut être nécessaire, selon le régime du neutre (schéma de liaison à la terre), pour le choix des seuils de réglage des dispositifs de protection homopolaire (HT) ou différentielle (BT).

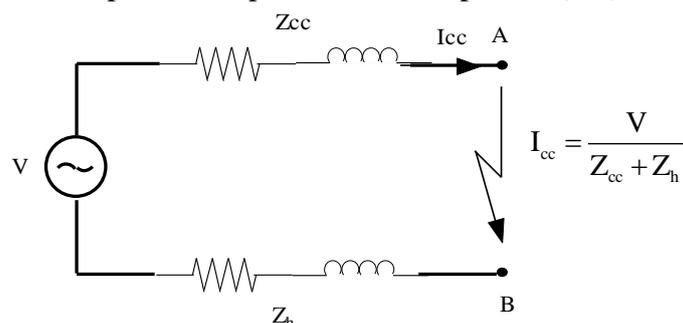


Fig.V.11 : Impédance équivalente pour un court-circuit biphasé-terre

V.7. Calcul des courants de court-circuit dans les réseaux radiaux à l'aide des composantes symétriques

Les composantes symétriques permettent surtout d'étudier le fonctionnement d'un réseau polyphasé de constitution symétrique lorsque l'on branche en un de ses points un récepteur déséquilibré. Soit parce qu'il s'agit effectivement d'une charge non équilibrée soit plus fréquemment lorsque se produit un court-circuit.

La technique des composantes symétriques est l'outil mathématique proposé par "Fortescue" en 1918 et cet outil est devenu le véhicule requis pour faire l'analyse des réseaux électriques sous conditions dissymétriques, c'est-à-dire, lors de court-circuit.

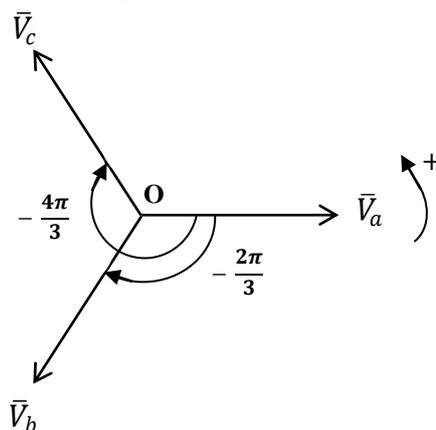


Fig.V.12 : Vecteurs de tensions triphasées symétriques

En prenant le vecteur \bar{V}_a comme origine il vient alors :

$$\bar{V}_a = \bar{V}_a; \quad \bar{V}_b = a^2 \cdot \bar{V}_a; \quad \bar{V}_c = a \cdot \bar{V}_a \quad (\text{V.11})$$

Dans un système équilibré

$$\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c = \bar{V}_a(1 + a + a^2) = \bar{V}_a \left(1 + e^{i\frac{2\pi}{3}} + e^{i\frac{4\pi}{3}}\right) = 0 \quad (\text{V.12})$$

Le théorème de décomposition de Fortescue s'énonce ainsi : Un système triphasé déséquilibré de grandeurs sinusoïdales, de tensions simples $\bar{V}_a, \bar{V}_b, \bar{V}_c$ peut être considéré comme la superposition de 3 systèmes équilibrés tel que :

- ✓ Un système homopolaire (défini par \bar{V}_0) constitué de 3 grandeurs ayant le même module le même argument. $\bar{V}_0 \quad \bar{V}_0 \quad \bar{V}_0$
- ✓ Un système direct (défini par \bar{V}_d) constitué de 3 grandeurs ayant le même module et d'arguments différents tels que : $\bar{V}_d \quad a^2 \bar{V}_d \quad a \bar{V}_d$
- ✓ Un système inverse (défini par \bar{V}_i) constitué de 3 grandeurs ayant le même module et d'arguments différents tels que : $\bar{V}_i \quad a \bar{V}_i \quad a^2 \bar{V}_i$

Les vecteurs \bar{V}_0 , \bar{V}_d et \bar{V}_i sont appelés composantes ou coordonnées symétriques du système de vecteurs $\bar{V}_a, \bar{V}_b, \bar{V}_c$.

On définit la matrice de Fortescue $F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$ et son inverse $F^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$

Il suffira alors de multiplier par F les composantes réelles du système triphasé pour obtenir les composantes symétriques et de multiplier les composantes symétriques par F^{-1} pour revenir au système réel.

Transformation de Fortescue

$$\checkmark \text{ Pour les tensions } \begin{cases} \bar{V}_a = \bar{V}_o + \bar{V}_d + \bar{V}_i \\ \bar{V}_b = \bar{V}_o + a^2 \cdot \bar{V}_d + a \cdot \bar{V}_i \\ \bar{V}_c = \bar{V}_o + a \cdot \bar{V}_d + a^2 \cdot \bar{V}_i \end{cases} \quad (\text{V.13})$$

$$\checkmark \text{ Pour les courants } \begin{cases} \bar{I}_a = \bar{I}_o + \bar{I}_d + \bar{I}_i \\ \bar{I}_b = \bar{I}_o + a^2 \cdot \bar{I}_d + a \cdot \bar{I}_i \\ \bar{I}_c = \bar{I}_o + a \cdot \bar{I}_d + a^2 \cdot \bar{I}_i \end{cases} \quad (\text{V.14})$$

✓ Sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_o \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix}$$

Transformation inverse

$$\checkmark \text{ Pour les tensions } \begin{cases} \bar{V}_o = \frac{1}{3}(\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c) \\ \bar{V}_d = \frac{1}{3}(\bar{V}_a + a \cdot \bar{V}_b + a^2 \cdot \bar{V}_c) \\ \bar{V}_i = \frac{1}{3}(\bar{V}_a + a^2 \cdot \bar{V}_b + a \cdot \bar{V}_c) \end{cases} \quad (\text{V.15})$$

$$\checkmark \text{ Pour les courants } \begin{cases} \bar{I}_o = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c) \\ \bar{I}_d = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + a \cdot \bar{I}_b + a^2 \cdot \bar{I}_c) \\ \bar{I}_i = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + a^2 \cdot \bar{I}_b + a \cdot \bar{I}_c) \end{cases} \quad (\text{V.16})$$

✓ Sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \bar{I}_o \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

La représentation graphique de la transformation de Fortescue et de son inverse, sur un système de tensions triphasés est schématisée sur la figures V.13 (a), (b) et (c).

(a) : La composante directe est la séquence positive ‘abc’ que l’on utilise dans les systèmes balancés usuels ;

(b) : La composante inverse est la séquence négative ‘cba’ que l’on utilise dans les systèmes balancés usuels ;

(c) : La composante homopolaire est en phase pour les trois phases et ne peut circuler dans un système étoile sans quatrième fil ;

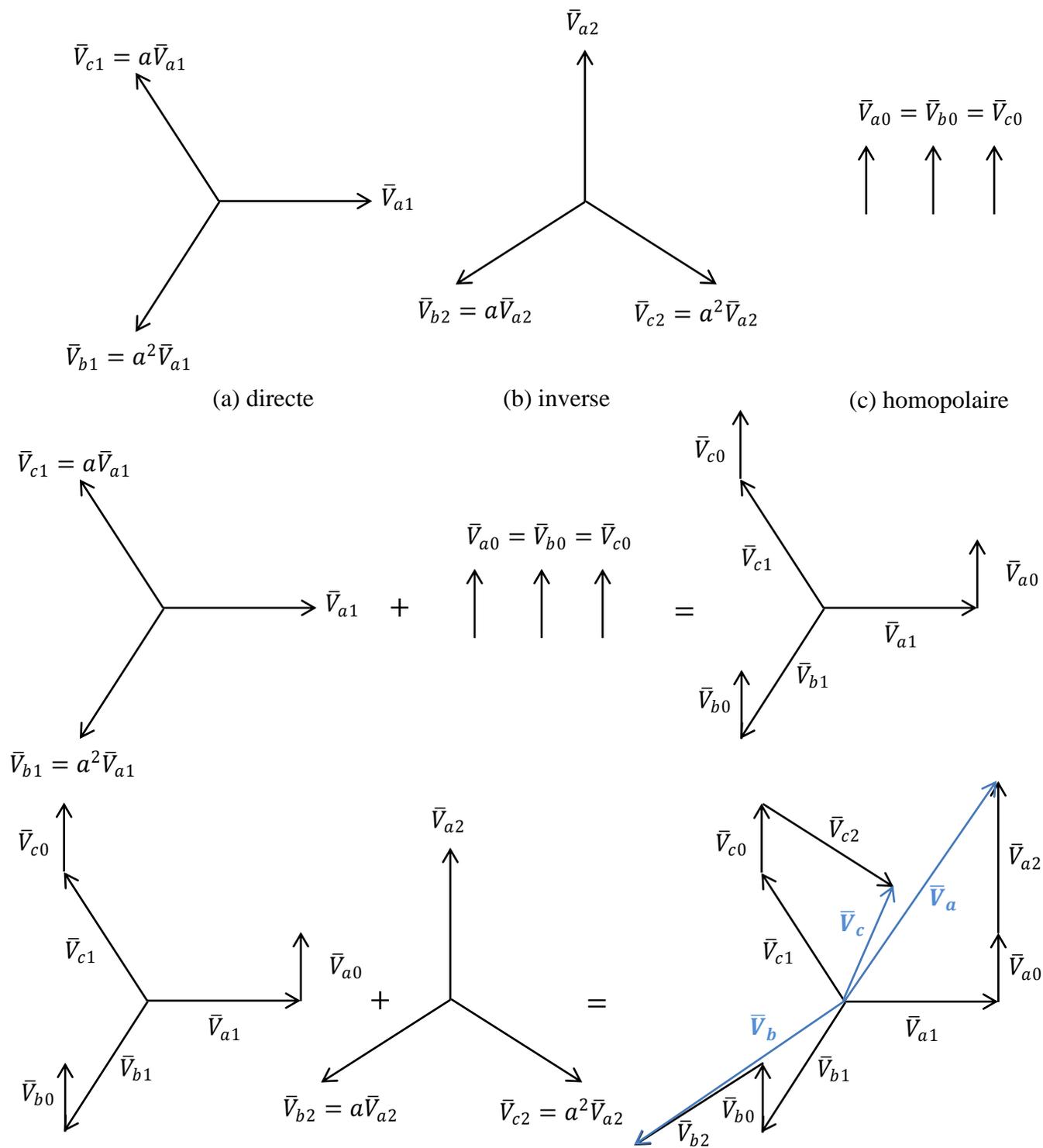


Fig.V.13 : Exemple d'un système de tensions triphasées déséquilibrées

V.7.1. Invariance de puissance dans la transformation de composants symétriques

La transformation de composants symétriques est invariante en puissance. La puissance complexe dans un circuit triphasé est donnée par:

$$\bar{S}_{abc} = \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_b \bar{I}_b^* + \bar{V}_c \bar{I}_c^* = \bar{V}_{abc} \bar{I}_{abc}^* \quad (V.17)$$

Où I_a^* est le conjugué complexe de I_a . Cela peut être écrit comme suit:

$$\bar{S}_{abc} = [\bar{F} \bar{V}_{0di}] \bar{F}^* \bar{I}_{0di}^* = \bar{V}'_{0di} \bar{F}' \bar{F}^* \bar{I}_{0di}^* \quad (V.18)$$

Le produit $\bar{F}' \bar{F}^*$ est donné par:

$$\bar{F}' \bar{F}^* = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (V.19)$$

Ainsi,

$$\bar{S}_{abc} = 3\bar{V}_d \bar{I}_d^* + 3\bar{V}_i \bar{I}_i^* + 3\bar{V}_0 \bar{I}_0^* = \bar{S}_{0di} \quad (V.20)$$

Cela montre que la puissance complexe peut être calculée à partir de composants symétriques.

V.7.2. Construction de réseaux séquentiels

Un réseau de séquences montre comment les courants de séquence, s'ils sont présents, circuleront dans un système. Des connexions entre les réseaux de composantes séquentielles sont nécessaires pour atteindre cet objectif. Les réseaux séquentiels sont construits comme vue du point de défaut, qui peut être défini comme le point auquel le déséquilibre se produit dans un système, c'est-à-dire un défaut ou un déséquilibre de charge.

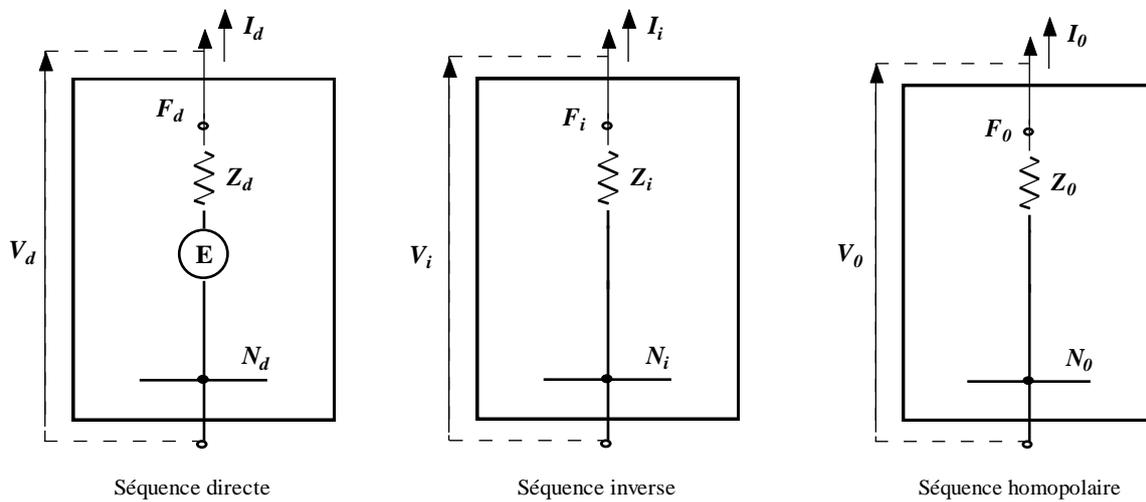


Fig.V.14 : Représentation du réseau en séquences directe, inverse et homopolaire

Les tensions pour les réseaux de séquences sont prises comme des tensions de ligne à neutre. Le seul réseau actif contenant la source de tension est le réseau de séquences positives. La tension de phase a été prise comme tension de référence et les tensions des deux autres phases sont exprimées en référence à la tension de phase a, comme le montré la figure V.14.

Les réseaux de séquences pour les séquences positive, négative et nulle auront des valeurs d'impédance par phase qui peuvent être différentes.

La direction positive du flux de courant dans chaque réseau de séquences est vers l'extérieur au point de défaut ou de déséquilibre. Cela signifie que les courants de séquence circulent dans la même direction dans les trois réseaux de séquences.

Les réseaux de séquences sont représentés schématiquement dans des boîtes dans lesquelles les points de défaut à partir desquels les courants de séquence s'écoulent vers l'extérieur sont marqués F_d , F_i et F_0 , et les bus de neutre sont désignés N_d , N_i et N_0 respectivement pour le positif, le négatif et des réseaux d'impédance à séquence nulle.

Chaque réseau forme un réseau à deux ports avec des tensions de séquence Thevenin entre impédances de séquence. La figure V.14, illustre cette formation de base.

Comme indiqué précédemment, seul le réseau séquentiel positif a une source de tension, qui est l'équivalent Thevenin. Avec cette convention, des signaux appropriés doivent être attribués aux tensions de séquence:

$$\begin{cases} V_d = E - Z_d I_d \\ V_i = -Z_i I_i \\ V_0 = -Z_0 I_0 \end{cases} \quad (\text{V.21})$$

Ou sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_d \\ V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_d & 0 \\ 0 & 0 & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_d \\ I_i \end{bmatrix} \quad (\text{V.22})$$

Nous pouvons représenter graphiquement les impédances de séquence de diverses composantes du système

V.7.2.A. Court-circuit monophasé

La phase a est défectueuse dans la figure V.9. Comme le courant de charge est négligé, les courants des phases b et c sont nuls et la tension au point de défaut, $V_a = I_a Z_{Df}$. Les composantes de séquence des courants sont données par.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_a \\ \bar{I}_a \end{bmatrix} \quad (\text{V.23})$$

Aussi, $\bar{I}_0 = \bar{I}_d = \bar{I}_i = \frac{1}{3} \bar{I}_a$ et $V_0 + V_1 + V_2 = I_a Z_{Df} = 3I_0 Z_{Df}$

Ce qui donne

$$I_0 = \frac{E}{Z_0 + Z_d + Z_i + 3Z_{Df}} \quad (\text{V.24})$$

Cela montre que le circuit de défaut équivalent utilisant des impédances de séquence peut être construit comme montré sur la figure V.15.

Le courant de court-circuit I_a est :

$$\begin{cases} I_a = \frac{3E}{(Z_0 + Z_d + Z_i) + 3Z_{Df}} \\ I_b = 0 \\ I_c = 0 \end{cases} \quad (\text{V.25})$$

$$\begin{cases} V_d = E \frac{Z_i + Z_0 + 3Z_{Df}}{Z_0 + Z_d + Z_i + 3Z_{Df}} \\ V_i = E \frac{-Z_i}{Z_0 + Z_d + Z_i + 3Z_{Df}} \\ V_0 = E \frac{-Z_0}{Z_0 + Z_d + Z_i + 3Z_{Df}} \end{cases} \quad (\text{V.26})$$

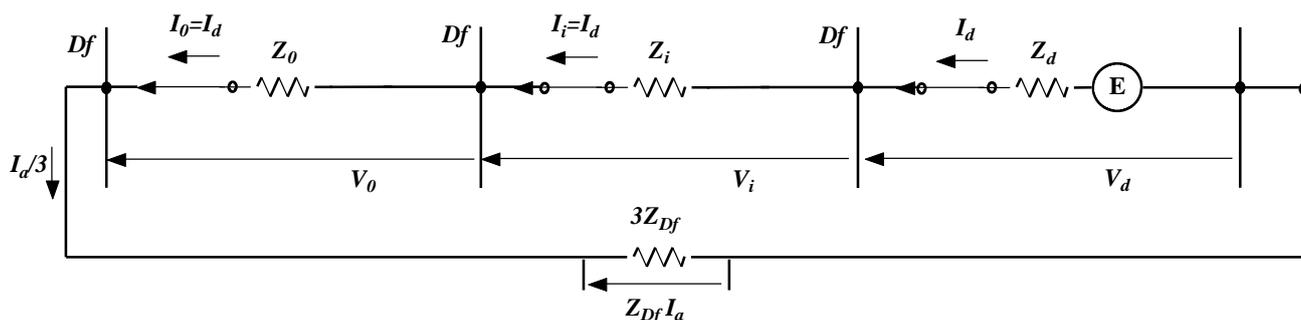


Fig.V.15: Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit monophasé

V.7.2.B. Court-circuit biphase

La figure V.6 montre un défaut ligne-ligne. Un court-circuit se produit entre les phases b et c, à travers une impédance de défaut Z_{Df} . Le courant de défaut circule entre les phases b et c, retournant à la source à travers la phase b et retournant à travers la phase c.

$$\bar{I}_a = 0 \text{ et } \bar{I}_c = -\bar{I}_b .$$

Les composantes séquentielles des courants sont :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \\ -I_b \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ a - a^2 \\ a^2 - a \end{bmatrix} \quad (\text{V.27})$$

$$\begin{cases} I_d = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_{Df}} \\ I_i = -\frac{E}{Z_d + Z_i + Z_{Df}} \\ I_0 = 0 \end{cases} \quad (V.28)$$

$$\begin{cases} V_d = \frac{E(Z_i + Z_{Df})}{Z_d + Z_i + Z_{Df}} \\ V_i = \frac{E(Z_i + Z_{Df})}{Z_d + Z_i + Z_{Df}} \\ V_0 = 0 \end{cases} \quad (V.29)$$

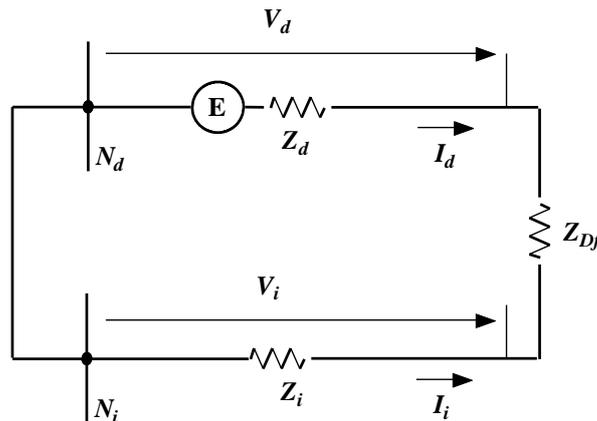


Fig.V.16 : Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit biphasé

V.7.2.C. Court-circuit biphasé terre

Un double défaut ligne-terre est représenté sur la figure V.10. Les phases b et c vont à la masse par une impédance de défaut Z_{Df} . Le courant dans la phase non mise à la terre est nul, c'est-à-dire : $I_a = 0$, par conséquent, $I_d + I_i + I_0 = 0$.

$$V_b = V_c = (I_b + I_c)Z_{Df}$$

Alors,

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} V_a + 2V_b \\ V_a + (a + a^2)V_b \\ V_a + (a + a^2)V_b \end{bmatrix} \quad (V.30)$$

Ce qui donne : $\bar{V}_d = \bar{V}_i$, et $\bar{V}_0 = \bar{V}_d + 3Z_{Df}I_0$

Ceci donne le circuit équivalent de la figure V.17. Le courant de défaut est :

$$I_a = \frac{E}{Z_1 + \frac{Z_2(Z_0 + 3Z_{Df})}{Z_2 + Z_0 + 3Z_{Df}}} \quad (V.31)$$

Cas particuliers

- ✓ Défaut franc

Soit $Z_{Df} = 0$, le courant de défaut à la terre prend la valeur : $I_2 + I_3 = -\frac{3E \cdot Z_i}{Z_d \cdot Z_i + Z_i \cdot Z_0 + Z_d \cdot Z_0}$

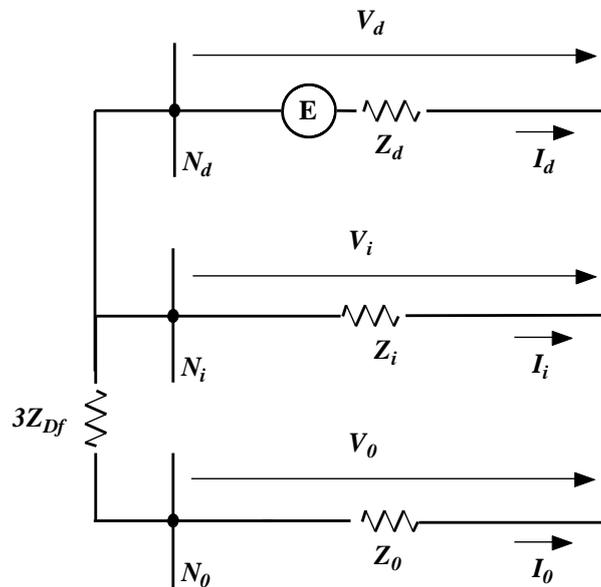


Fig.V.17 : Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit biphasé-terre

- ✓ Défaut biphasé : Soit $Z_{Df} = \infty$, le courant de défaut phase vaut alors : $I_2 = I_3 = E \frac{(a^2 - a)}{Z_d + Z_i}$

V.7.2.D. Court-circuit triphasé

Dans ce cas : $I_d = \frac{E}{Z_d}$, $I_i = I_o = 0$ et $V_d = V_i = V_o = 0$

Les valeurs réelles sont données par : $I_1 = \frac{E}{Z_d}$, $I_2 = a^2 \frac{E}{Z_d}$, $I_3 = a \frac{E}{Z_d}$ et $V_1 = V_2 = V_3 = 0$

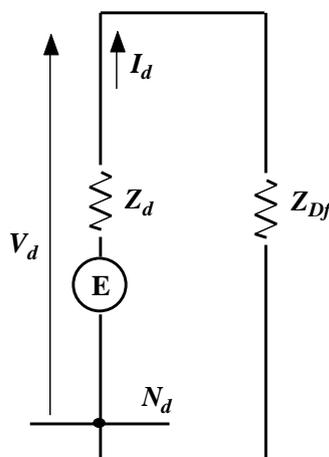


Fig.V.18 : Schéma équivalent des séquences pour un court-circuit triphasé

V.7.3. Impédances équivalentes des éléments du réseau

Le calcul des courants de défaut passe par la détermination des impédances de séquences (directe, inverse et homopolaire) équivalentes vues du point de défaut de tous les matériels constituant le circuit électrique qui doivent être fournies par le constructeur.

- Z_d est l'impédance directe d'un élément, elle correspond à l'impédance mesurée lorsqu'on lui applique un système direct de tensions triphasées aux bornes des trois phases. Elle est identique à l'impédance Z_{cc} utilisée pour le calcul des courants de court-circuit triphasé symétrique ; donc $Z_d = Z_{cc}$, pour tous les éléments du réseau. Pour les machines tournantes, cette valeur évolue durant le régime transitoire de court-circuit.
- Le caractère symétrique des câbles, des lignes et des transformateurs entraîne que l'impédance directe est égale à l'impédance inverse pour ces éléments ; donc $Z_i = Z_d = Z_{cc}$, pour tous les éléments du réseau autres que les machines tournantes.
- Dans le cas des machines électriques, statiques ou tournantes, les valeurs des impédances sont rarement exprimées en Ohms; elles sont rapportées à la puissance et à la tension qui caractérisent la machine. Elles sont exprimées en valeur réduite à partir de la valeur ohmique, en pour cent (%) ou sans unité (pu), et cela en appliquant les relations :

$$Z(pu) = Z \frac{S_n}{U_n^2}, \quad \text{ou} \quad Z(\%) = 100 Z \frac{S_n}{U_n^2}$$

Avec,

U_n : Tension nominale de la machine (kV),

S_n : Puissance nominale de la machine (MVA)

V.7.3.A. Impédance équivalente d'un élément à travers un transformateur

Pour un défaut en basse tension (BT), la contribution d'un câble haute tension (HT) en amont d'un transformateur HT/BT (figure V.19) est donnée par : $R_{BT} = R_{HT} \left(\frac{U_{BT}}{U_{HT}}\right)^2$ et $X_{BT} = X_{HT} \left(\frac{U_{BT}}{U_{HT}}\right)^2$ alors,

$$\bar{Z}_{BT} = \bar{Z}_{HT} \left(\frac{U_{BT}}{U_{HT}}\right)^2 \quad (\text{V.32})$$

Cette expression est valable quel que soit le niveau de tension du câble, même à travers plusieurs transformateurs en série.

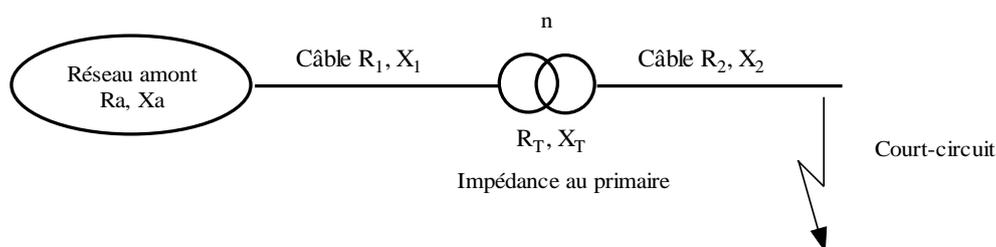


Fig V.19 : Impédance équivalente des éléments à travers un transformateur

L'impédance vue du point de court-circuit est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \sum R = R_2 + \frac{R_T}{n^2} + \frac{R_1}{n^2} + \frac{R_a}{n^2} \\ \sum X = X_2 + \frac{X_T}{n^2} + \frac{X_1}{n^2} + \frac{X_a}{n^2} \end{cases} \quad (\text{V.33})$$

V.7.3.B. Impédance du réseau amont (de distribution publique)

- ✓ L'impédance directe est caractérisée par la puissance de court-circuit fournie par le distributeur $S_{cc} (MVA)$ et par la tension composée nominale du réseau $U_n (kV)$. Le réseau amont est généralement considéré comme une réactance pure X_d . Elle est donnée par la relation :

$$X_d \cong Z_d = \frac{U_n^2}{S_{cc}} \quad (\text{V.34})$$

- ✓ L'impédance inverse est prise égale à l'impédance directe $Z_i = Z_d$;
- ✓ L'impédance homopolaire est liée au régime du neutre du distributeur, si le neutre est mis à la terre $Z_0 = Z_d$, elle est égale à l'impédance directe, mais si le neutre est relié à la terre par une résistance de limitation, alors elle est égale à trois fois cette résistance $Z_0 = 3 Z_n$.

V.7.3.C. Impédance des alternateurs

L'impédance directe est calculée comme suit :

- ✓ Pour la vérification des contraintes électrodynamiques, on considère la réactance subtransitoire X_d'' .
- ✓ Pour la vérification des contraintes thermiques, on considère la réactance transitoire X_d' .
- ✓ Pour le réglage des seuils des protections à maximum de courant phase, on considère la réactance transitoire et la réactance inverse $X_d' + X_i$.

L'impédance inverse est la réactance propre du circuit inducteur $X_i = X_d''$.

L'impédance homopolaire Z_{ens} est celle de l'ensemble alternateur et impédance de mise à la terre du neutre :

- ✓ Si le neutre est isolé de la terre $Z_{ens} = \infty$;
- ✓ Si le neutre est mis directement à la terre $Z_{ens} = jX_0$;
- ✓ Si le neutre est mis à la terre par une impédance Z_n , alors $Z_{ens} = 3Z_n + jX_0 \cong 3Z_n$.

V.7.3.D. Impédance des lignes haute tension

L'impédance directe est déterminée ainsi :

- ✓ La résistance est donnée par la section $s (mm^2)$ de la ligne, le nombre de ternes, la résistivité $\rho (\Omega \text{ mm}^2 / m)$ du métal employé et la longueur $l (m)$ de la ligne : $R_d = \rho \frac{l}{sn}$. Pour tenir compte de l'influence de la température pendant le court-circuit, la résistivité à 20°C est multipliée par 1.25

pour le calcul des courants de court-circuit maximaux et par 1.5 pour le calcul des courants de court-circuit minimaux.

- ✓ La réactance directe par terre est de l'ordre de 0.4 Ω /km pour des tensions entre 30 et 220kV ;
- ✓ La capacité entre phases est de l'ordre de 9 nF/km.

L'impédance inverse est égale à l'impédance directe si le montage est effectué en triangle ou si les phases sont transposées. L'impédance homopolaire est approximativement égale à trois fois l'impédance directe $X_0 = 3X_d$.

V.7.3.E. Impédance des câbles

L'impédance directe est liée à la section de l'âme du câble ainsi qu'au métal utilisé, alors que la réactance directe est de l'ordre de 0.1 Ω /km. Les capacités directes sont comprises entre 0.1 et 0.6 μ F/km.

L'impédance inverse est prise égale à l'impédance directe en cas de symétrie de montage entre les trois phases.

L'impédance homopolaire du câble est souvent considérée comme négligeable.

V.7.3.F. Impédance des transformateurs

Pour les transformateurs, le constructeur donne la tension de court-circuit U_{cc} exprimée en (%), la puissance nominale apparente S_n (kVA) et la tension composée nominale, au lieu de donner la valeur de l'impédance en Ohms.

$$Z = \frac{U_{cc}(\%) U_n^2}{100 S_n} \quad (\text{V.35})$$

Si on prend pour U_n la tension primaire du transformateur, on trouve son impédance vue du primaire, et si l'on prend pour U_n la tension secondaire, on trouve son impédance vue du secondaire.

L'impédance directe est souvent considérée comme une réactance pure (pour les transformateurs HTA/BT, $X_T = 0.96 Z_T$ et pour les transformateurs HTB/HTA, $X_T = 0.96 Z_T$).

- ✓ Si n transformateurs identiques sont en parallèle, $Z_{eq} = \frac{Z_T}{n}$
- ✓ Si les transformateurs ne sont pas identiques, pour un cas de deux $Z_{eq} = \frac{Z_{T1}Z_{T2}}{nZ_{T1} + Z_{T2}}$

L'impédance inverse est pratiquement égale à l'impédance directe.

L'impédance homopolaire dépend essentiellement des possibilités de rebouclage des courants homopolaires vers la terre (figures (V.20) et (V.21)). Dans le cas de mise à la terre par une impédance Z_n , celle-ci est multipliée par 3 dans le calcul de l'impédance homopolaire.

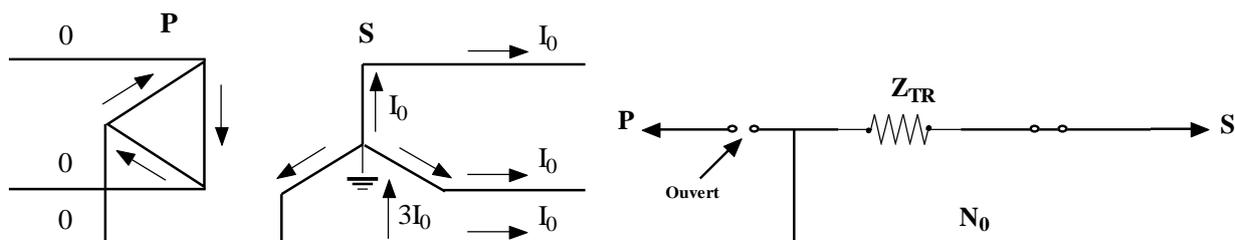


Fig.V.20 : Impédance homopolaire du couplage triangle-étoile avec neutre relié à la terre

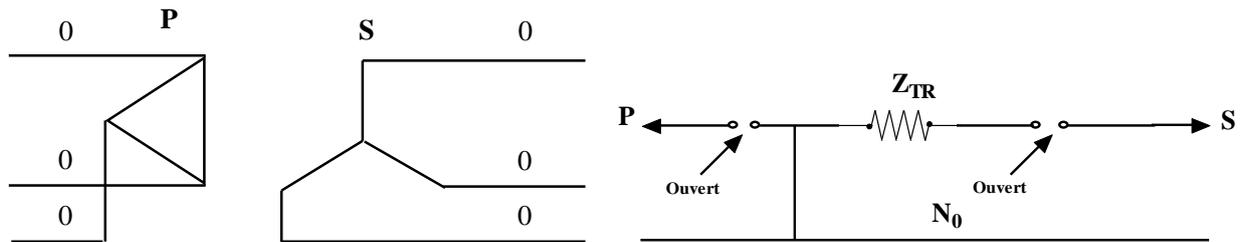


Fig.V.21 : Impédance homopolaire du couplage triangle-étoile avec neutre isolé de la terre

V.7.3.G. Impédance des machines tournantes

➤ Machine synchrone

Elles ont une contribution équivalente à celle des alternateurs. Elles sont donc équivalentes à une source de tension d'impédance interne X_d'' ou X_d' . La valeur de l'impédance inverse est voisine de la réactance transitoire X_d' , par contre, celle de l'impédance homopolaire, elle est faible par rapport à l'impédance directe correspondante.

➤ Machine asynchrone

Le moteur asynchrone est donc, en cas de court-circuit, un générateur auquel on attribue une impédance (seulement Subtransitoire) de 20 à 25 %. En fonction du rapport du courant nominal au courant de démarrage du moteur, on peut exprimer cette réactance en pourcent :

$$X_d'(\%) = \frac{I_n}{I_d} \cdot 100 \quad (\text{V.36})$$

la valeur de l'impédance inverse est sensiblement égale à l'impédance directe ;

La valeur de l'impédance homopolaire est faible par rapport à l'impédance directe correspondante. En pratique, cette valeur n'intervient pas, les neutres des machines synchrones étant habituellement isolées.

V.8. Synthèse

Le défaut symétrique se produit lorsque les trois conducteurs d'une ligne triphasée sont réunis simultanément dans un état de court-circuit. Les points suivants peuvent être particulièrement notés:

- ✓ Le défaut symétrique se produit rarement dans la pratique car la majorité des défauts sont de nature asymétrique. Cependant, des calculs de défauts symétriques ont été discutés dans ce chapitre afin de comprendre les problèmes que les conditions de court-circuit présentent pour le système électrique ;
- ✓ Bien que les défauts symétriques soient les plus sévères et imposent une lourde charge aux disjoncteurs, l'analyse de tels défauts peut cependant être faite avec un certain degré de facilité. C'est parce que la nature équilibrée du défaut permet de ne considérer qu'une seule phase dans les calculs; les conditions dans les deux autres phases étant similaires.

La grande majorité des défauts du système électrique sont de nature asymétrique; le type le plus habituel étant un court-circuit d'une ligne à la terre. La procédure de calcul connue sous le nom de "*méthode des composantes symétriques*" est utilisée pour déterminer les courants et les tensions lors de l'apparition d'un défaut asymétrique.

Bibliographie

- ❖ A.A.SALLAM, OM.P.MALIK, “Electric distribution systems”, édition: WILEY, 2010;
- ❖ A.K. Deb, ‘Power line ampacity system: Theory, modeling, and applications’, édition: CRC PRESS, 2000;
- ❖ B. DE METZ-NOBLAT, ‘Analyse des réseaux triphasés en régime perturbé à l’aide des composantes symétriques’, cahier technique Schneider N°: 18, 2002 ;
- ❖ B. DE METZ-NOBLAT, F. DUMAS et G. THOMASSET, ‘Calcul des courants de court-circuit’, cahier technique Schneider N°: 158, 2000 ;
- ❖ B. S. GURU, H. R. HIZIROGLU, ‘Electric machinery and transformers’, 3^{me} édition: OXFORD UNIVERSITY PRESS, 2001;
- ❖ C. GARY, ‘Effet couronne sur les réseaux électriques aériens’, Techniques de l’Ingénieur, D 4 440 ;
- ❖ C. MAXFIELD and al, ‘Electrical engineering’, édition: NEWNES, 2008;
- ❖ C. PREVE, ‘Protection des réseaux électriques’, édition : HERMES, 1998 ;
- ❖ D. DAS, ‘Electrical power systems », édition: NEW AGE INTERNATIONAL, 2006;
- ❖ D.F.WARNE, ‘Electrical Power Engineer’s Handbook’, édition: NEWNES, 2004;
- ❖ D.R. PATRICK, S.W. FARDO, ‘Electrical distribution systems, 2nd Edition, The Fairmont Press, 2009;
- ❖ E. ACHA et al, ‘Power electronic control in electrical systems’, édition: NEWNES, 2002;
- ❖ G.G. SEIP, ‘Electrical Installation Handbook’, 3^{ème} édition, JOHN WILEY & SONS, 2000;
- ❖ J. C. DAS, ‘Power system analysis: Short-circuit load flow and harmonics’, édition: MARCEL DEKKER, 2002;
- ❖ J. DE KOCK, K. STRAUSS ‘Practical power distribution for industry’, édition: NEWNES, 2004;
- ❖ J. H. HARLOW, ‘Electric power transformer engineering’, édition: MARCEL DEKKER, 2004 ;
- ❖ J.L.LILIEN, ‘Transport et distribution de l’énergie électrique’, cours Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège, 1999/2000 ;
- ❖ J. VERSEILLE, ‘Circulation d’énergie réactive: Effets sur un réseau’, Techniques de l’Ingénieur, D 4 300 ;
- ❖ M. BOUDOUR, A. HELLAL, ‘Réseaux électriques : fondamentaux et concepts de base’, édition : PAGES BLEUES INTERNATIONALES, 2014 ;
- ❖ M. BROWN, B. RAMESH, ‘Practical power systems protection’, édition: Newnes, 2004;
- ❖ N. HADJSAID, J.C. SABONNADIÈRE, ‘Smart grids : les réseaux électriques intelligents’, édition : HERMES - LAVOISIER, 2012 ;
- ❖ N. HADJSAID, J.C. SABONNADIÈRE, ‘Lignes et réseaux électriques 1 : Lignes d’énergie électrique’, édition : HERMES - LAVOISIER, 2007 ;
- ❖ N. HADJSAID, J.C. SABONNADIÈRE, ‘Lignes et réseaux électriques 2 : méthodes d’analyse des réseaux électriques’, édition : HERMES - LAVOISIER , 2007 ;
- ❖ P. BORNARD, ‘Conduite d’un système de production-transport’, Techniques de l’Ingénieur, D 4 080 ;
- ❖ P. CARRIVE, ‘Réseaux de distribution : Structure et planification’, Techniques de l’ingénieur, traité Génie électrique, D 4 210 ;
- ❖ P. FONTI, ‘Transformateurs de courant : comment les spécifier’, Cahier technique N° 194, 2001;

- ❖ P. MAYE, 'Aide-mémoire en électrotechnique', édition : DUNOD, 2006 ;
- ❖ R. NATARAJAN, 'Power system capacitors', édition: TAYLOR & FRANCIS GROUP, 2005;
- ❖ SCHNEIDER ELECTRIC, 'Les architectures de réseaux : Guide de conception des réseaux électriques industriels', réf : 6 883 427/A ;
- ❖ SCHNEIDER ELECTRIC, 'La compensation de l'énergie réactive', Guide de conception des réseaux électriques industriels, réf : 6 883 427/A ;
- ❖ S.V.KULKARNI, S.A.KHAPARDE, 'Transformer engineering : Design and Practice', édition: MARCEL DEKKER, 2004;
- ❖ S. W. BLUME, 'Electric Power system basics', édition: JOHN WILEY & SONS, 2007;
- ❖ T.WILDI, G.SYBILLE, 'Electrotechnique', 4^{ème} édition :BOECK, 2005 ;
- ❖ V. CRASTIN, 'Les réseaux d'énergie électriques 2 : régime stationnaire, court-circuit, coupure et protections', édition :LAVOISIER, 2007 ;
- ❖ V.K. MEHTA, R. MEHTA, 'Principles of power system', édition: S.CHAND, 2000;
- ❖ W. G. HURLEY, W. H.WÖLFLE, 'Transformers and inductors for power electronics: Theory, design and applications', édition : JOHN WILEY, 2013;

NB : Les images présentées dans le chapitre I ont été prises de plusieurs sites internet.