

Recommandation : Ne pas noter les questions sur 0,25 points (le pas minimum de notation est 0,5 points).

CHAPITRE I – LES SYSTÈMES DE NUMÉRATION (sur 7 points)

Q1 – Conversion (2 points) Faites les calculs au brouillant et donner uniquement le résultat ici:

	Valeur correspondant en DECIMAL ?	
$(11,6)_{12} =$	$(13,5)_{10}$	0,5 point
$(2,C)_{24} =$	$(2,5)_{10}$	0,5 point

	Valeur correspondant en BINAIRE ?	
$(117)_{10} =$	$(1110101)_2$	0,5 point
$(2A,B)_{16} =$	$(0010\ 1010\ ,\ 1011)_2$	0,5 point

Q4 – Soustraction binaire (0,5 point) :

En binaire non signé (sur 5 bits), donnez le résultat de la soustraction suivante $(12)_{10} - (9)_{10}$

$(12)_{10}$	0	1	1	0	0
$(9)_{10}$	0	1	0	0	1
-	0	0	1	1	
Indiquez ici les retenues à soustraire →					
=	0	0	0	1	1

Q2 – Représentation des nombres (1 points) :
 Donnez l'intervalle des nombres entiers représentables sur 5 bits :

En C2 : **[-16, +15]** 0,5 point

En C1 : **[-15, +15]** 0,5 point

Q3 – Représentation des nombres (0,5 points) :
 Sur combien de bits au minimum, pourrais-je coder la valeur $(+7,5)_{10}$ en S+VA:

5 bits

Q5 – Nombres signés (1,5 points) :
 En supposant que le nombre « 1 111101 » est en C2 sur 8 bits quelle est sa valeur :

En décimal : **(-3)₁₀** 0,5 point

En C1 : **(1 1111100)_{C1}** 0,5 point

En S+VA : **(1 000011)_{S+VA}** 0,5 point

Q3 – Addition des entiers signés (0,5 point) :

En se servant d'une représentation en C₁ sur 8 bits (bit de signe compris), faire la somme $[(12)_{10} - (3)_{10}]$.

$(12)_{10}$	1 1 1 1 1	0	0	0	0	1	1	0	0
+ $(-3)_{10}$		1	1	1	1	1	1	0	0
= $(+9)_{10}$		0	0	0	0	1	0	0	0
	1	0	0	0	0	1	0	0	1
									+ 1

Q6 – Addition avec des entiers signés (1 point) :
 En se servant d'une représentation en C₂ sur 8 bits (bit de signe compris), faire la somme $[(-96)_{10} + (-96)_{10}]$.

1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0

0,5 point

Que déduisez-vous ? :

Débordement de capacité

0,5 point

Q7 – Propriétés (1 point) Complétez le tableau suivant en indiquant le nom de la propriété:

Formules	Propriétés
$x + 0 = x$	Elément neutre de +
$x \cdot \bar{x} = 0$	Complémentarité
$x \cdot x = x$	Idempotence
$x \cdot 0 = 0$	Absorption
$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	DeMorgan

Chaque erreur coutera 0,5 point

Q8 – Opérateurs (1 point)

Indiquez les formules des opérateurs suivants:

Opérateurs	Expressions algébriques
ET logique	$x \cdot y$
OU logique	$x + y$
NAND	$(x \uparrow y)$ ou $\overline{x \cdot y}$
NOR	$(x \downarrow y)$ ou $\overline{x + y}$
XOR	$x \oplus y$
NXOR	$x \oplus y$ ou $\overline{x \oplus y}$

Q9 – Théorème (0.5 point)

Démontrez le théorème suivant : $x \cdot (\bar{x} + y) = x \cdot y$

$$\begin{aligned}
 x \cdot (\bar{x} + y) &= x \cdot \bar{x} + x \cdot y \\
 &= 0 + x \cdot y \\
 &= x \cdot y
 \end{aligned}$$

Q10 – Théorème (0.5 point)

Donnez la formule duale de: $x + x \cdot \bar{y}$

$$x \cdot (x + \bar{y})$$

Q11 – (1 point) Forme canonique et simplification

Soit la fonction **F** suivante :

m_i	x	y	z	F(x,y,z)
m_0	0	0	0	0
m_1	0	0	1	0
m_2	0	1	0	0
m_3	0	1	1	0
m_4	1	0	0	1
m_5	1	0	1	1
m_6	1	1	0	1
m_7	1	1	1	1

A - Donnez la forme canonique disjonctive de **F**

$$\begin{aligned}
 F &= m_4 + m_5 + m_6 + m_7 \\
 F &= x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot z
 \end{aligned}$$

0,5 point

B - Simplifiez **F** (avec la méthode algébrique) :

$$\begin{aligned}
 F &= x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot y \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot z \\
 F &= x \cdot \bar{y} (\bar{z} + z) + x \cdot y \cdot (\bar{z} + z) \\
 F &= x \cdot \bar{y} (1) + x \cdot y \cdot (1) \\
 F &= x \cdot \bar{y} + x \cdot y \\
 F &= x \cdot (\bar{y} + y) \\
 F &= x \cdot (1) \\
 F &= x
 \end{aligned}$$

0,5 point

Q12 : Karnaugh (0.5 point)

Indiquez par une croix toutes les cases adjacentes de la case de couleur foncée

		x							
		0				1			
yz →		00	01	11	10	10	11	01	00
tu ↓	00			X					
	01		X		X		X		
	11			X					
	10								

Q12 - Karnaugh (2 points). Soit la fonction $F(x, y, z, t) = \Sigma(3,5,6,11,13,14)$

A - Remplir la table de Karnaugh

xy→	00	01	11	10
zt ↓				
00				
01		1	1	
11	1			1
10		1	1	

B - Dessinez les groupes

C - Donnez les expressions de chaque groupe :

- G1 = $y \cdot \bar{z} \cdot t$
- G2 = $\bar{y} \cdot z \cdot t$
- G3 = $y \cdot z \cdot \bar{t}$

D - En prenant en compte d'autres opérateurs de base (NAND, NOR, XOR, NXOR), déduire la forme simplifiée de la fonction F :

Solution 1 : $F = y \cdot \bar{z} \cdot t + \bar{y} \cdot z \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t} = (y \cdot \bar{z} + \bar{y} \cdot z) \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t} = (y \oplus z) \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t}$

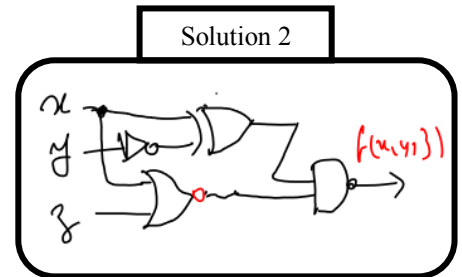
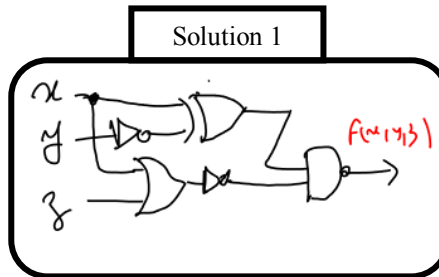
Solution 2 : $F = y \cdot \bar{z} \cdot t + \bar{y} \cdot z \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t} = y \cdot \bar{z} \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t} + \bar{y} \cdot z \cdot t = y \cdot (\bar{z} \cdot t + z \cdot \bar{t}) + \bar{y} \cdot z \cdot t$
 $F = y \cdot (z \oplus t) + \bar{y} \cdot z \cdot t$

Solution 3 : $F = y \cdot \bar{z} \cdot t + \bar{y} \cdot z \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t} = y \cdot \bar{z} \cdot t + \bar{y} \cdot z \cdot t + y \cdot \bar{z} \cdot t + y \cdot z \cdot \bar{t}$
 $= (y \cdot \bar{z} + \bar{y} \cdot z) \cdot t + y \cdot (\bar{z} \cdot t + z \cdot \bar{t}) = (y \oplus z) \cdot t + y \cdot (z \oplus t)$

Q13 - Logigramme (0,5 point)

Donnez le logigramme de la fonction suivante :

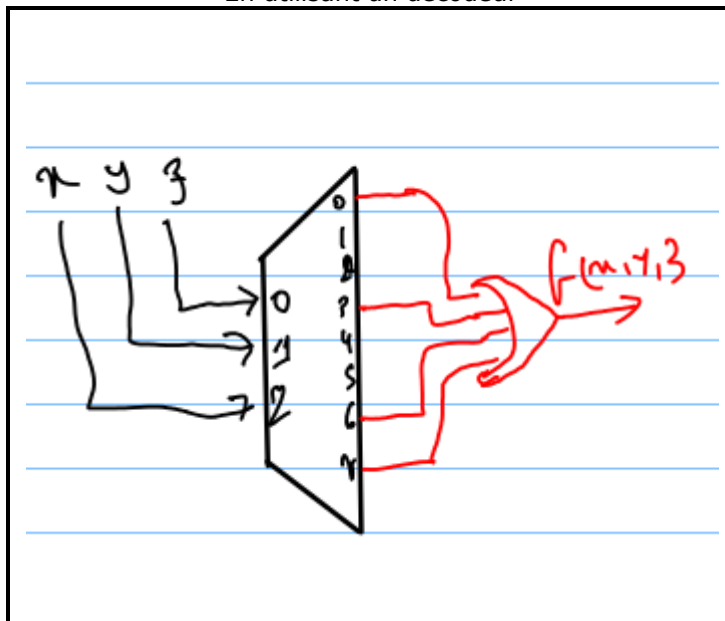
$F(x, y, z) = (x \oplus \bar{y}) \uparrow (\bar{x} + z)$



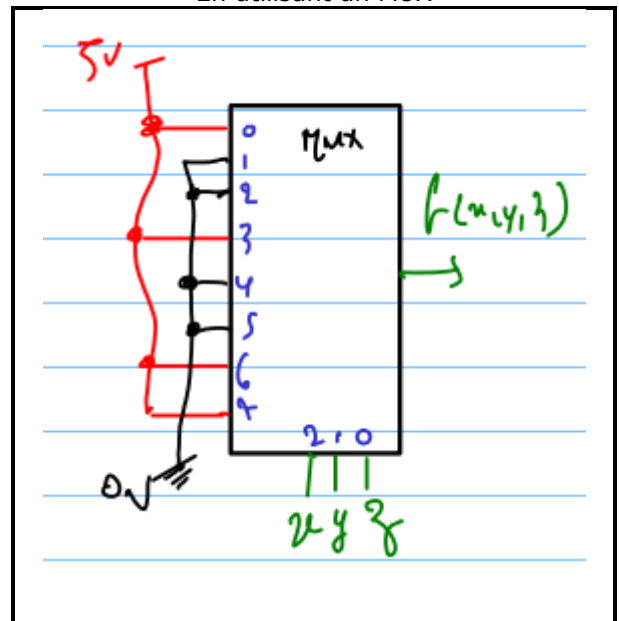
CHAPITRE III - CIRCUIT LOGIQUES (sur 1 points)

Q14 - Synthèse de fonctions (1 point): Soit la fonction $F(x,y,z) = \Sigma(0,3,6,7)$, donnez les logigramme de F

En utilisant un décodeur

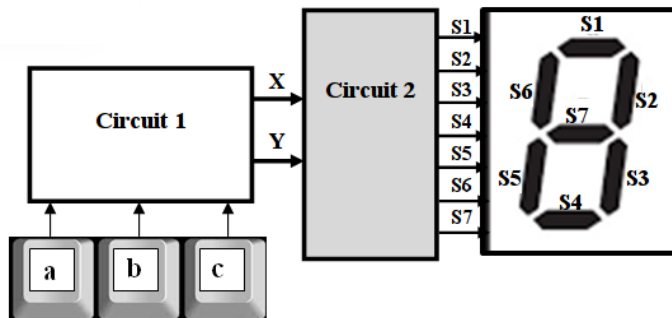


En utilisant un MUX

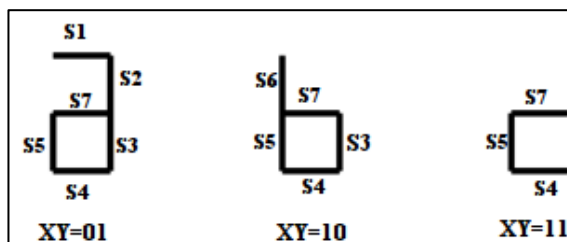


Q15 – Synthèse d'un circuit logique combinatoire

On veut réaliser un dispositif composé d'un mini-clavier à 3 touches « a », « b » et « c » et d'un afficheur 7 segments (S1 à S7). On voudrait que lorsqu'on appuie sur une touche, l'afficheur affiche la lettre correspondant à la touche tapée. Un segment *i* de l'afficheur est allumé lorsque **Si = 1**. Voir figure ci-contre :



Les lettres de notre mini-clavier sont affichées comme indiqué sur la figure ci-dessus.



SYNTHESE DU CIRCUIT 1 (sur 3 points)

A – Donnez la table de vérité des fonctions **X** et **Y** sachant que ces fonctions dépendent des variables « a », « b » et « c ».

- **XY=00** lorsque plusieurs touches sont enfoncées au même temps
- **XY=00** lorsqu'aucune touches n'est enfoncée
- **XY=01** lorsque la touche « a » est appuyée (donc à « 1 »)
- **XY=10** lorsque la touche « b » est appuyée (donc à « 1 »)
- **XY=11** lorsque la touche « c » est appuyée (donc à « 1 »)

a	b	c	X	Y
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

B – Donnez les expressions algébriques sous forme canonique des fonctions **X** et **Y**

Equation de X : $= m1 + m2 = \bar{a}.\bar{b}.c + \bar{a}.b.\bar{c}$

Equation de Y : $= m1 + m4 = \bar{a}.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c}$

0,5 point

0,5 point

0,5 point

0,5 point

C – Simplifier algébriquement les expressions des fonctions **X** et **Y**

Simplification de X

$$X = \bar{a} . (\bar{b} . c + b . \bar{c}) = \bar{a} . (b \oplus c)$$

0,5 point

Simplification de Y

$$Y = \bar{a} . \bar{b} . c + a . \bar{b} . \bar{c} = \bar{b} . \bar{a} . c + \bar{b} . a . \bar{c} \\ = \bar{b} . (\bar{a} . c + a . \bar{c}) \\ = \bar{b} . (a \oplus c)$$

0,5 point

SYNTHESE DU CIRCUIT 2 (sur 2 points)

A – Donnez la table de vérité des fonctions correspondant aux segments : **S1** et **S3**

X	Y	S1	S3
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	0

B – Donnez la forme simplifiée de S1 : **S1 = $\bar{X} . Y$**

0,5 point

B – Donnez les formes simplifiées de S3 : **S3 = $\bar{X} . Y + X . \bar{Y} = X \oplus Y$**

0,5 point

0,5 point

0,5 point

Concernant la question Q11. Il y a une erreur dans les valeurs des variables dans la table de vérité. Pour cette raison, si l'étudiant n'a pas corrigé cette erreur, alors il faut corriger selon sa réponse. Voici le corrigé de cette question sans rectifier la table de vérité :

Q11 – (1 point) Forme canonique et simplification

Soit la fonction **F** suivante :

m_i	x	y	z	F(x,y,z)
m_0	0	0	0	0
m_1	0	0	0	0
m_2	0	0	1	0
m_3	0	0	1	0
m_4	0	1	0	1
m_5	0	1	0	1
m_6	0	1	1	1
m_7	0	1	1	1

A - Donnez la forme canonique disjonctive de **F**

$$F = \bar{x}.y.\bar{z} + \bar{x}.y.\bar{z} + \bar{x}.y.z + \bar{x}.y.z$$

0,5
point

B - Simplifiez **F** (avec la méthode algébrique) :

$$F = \bar{x}.y.\bar{z} + \bar{x}.y.\bar{z} + \bar{x}.y.z + \bar{x}.y.z$$

$$F = \bar{x}.y.\bar{z} + \bar{x}.y.z$$

$$F = \bar{x}.y.(\bar{z} + z)$$

$$F = \bar{x}.y$$

0,5
point