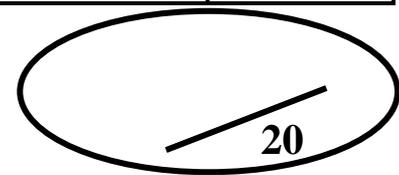


**Indication importante : Les calculatrices sont interdites**



**Q1 - Conversion (3.5 points)**

	Valeur correspondant en <b>DECIMAL</b> ?
<b>(15)<sub>11</sub> =</b>	$1 \times 11 + 5 = (16)_{10}$
<b>(10,9)<sub>18</sub> =</b>	$1 \times 18 + 9/18 = (18,5)_{10}$
<b>(11011,1)<sub>2</sub> =</b>	$16 + 8 + 2 + 1 + 1/2 = (27,5)_2$

	Valeur correspondant en <b>BINAIRE</b> ?
<b>(42,4)<sub>16</sub> =</b>	<b>(0100 0010, 0100)<sub>2</sub></b>
<b>(23,2)<sub>4</sub> =</b>	<b>(10 11 , 10)<sub>2</sub></b>
<b>(35,25)<sub>10</sub> =</b>	<b>(100101,01)<sub>2</sub></b>
<b>(15,5)<sub>8</sub> =</b>	<b>(001101,101)<sub>2</sub></b>

**Q2 - Nombres signés (1,5 points) :**  
 En supposant que le nombre « **1 0001011** » est en S+VA sur 8 bits quelle est sa valeur :

En décimal :           **11**.....

En complément à 2 : **1 1110101**.....

En complément à 1 : **1 1110100** .....

**Q3 - Addition binaire (1,5 point) :** Sur 5 bits, en complément à 2 faire l'addition : **(-13)<sub>10</sub> + (-7)<sub>10</sub>**

-13	1	0	0	1	1
			1	1	
+	-7	1	0	0	1
=	-20	1	0	0	1

Que remarquez-vous ? **Débordement**

.....

.....

.....

**Q4 - Multiplication binaire (0,5 point) :** Faire la multiplication binaire suivante : **(3,5)<sub>10</sub> x (12)<sub>10</sub>**

12			1	1	0	0
x	3,25		1	1	.	0
				1	1	0
				0	0	0
			1	1	0	0
		1	1	0	0	
		1	0	0	1	1

Ce qui en décimal : 39

**Q5 - Bases (1 point) :** Trouvez la base b respectant l'égalité suivante : **(1010)<sub>b</sub> = (68)<sub>10</sub>**.

On est sur que la base « b » est inférieure à la base 10 car le nombre de chiffres dans (1010)<sub>b</sub> est inférieur au nombre de chiffre du même nombre représenté en base 10.

Si b = 2 on devra trouver :  $1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 68$  ce qui est faux, donc  $b \neq 2$

Si b = 3, on devra trouver :  $1 \times 3^3 + 1 \times 3 = 68$  ce qui est faux, donc  $b \neq 3$

Si b = 4, on devra trouver :  $1 \times 4^3 + 1 \times 4 = 68$  ce qui est vrai, donc **b = 4**

**Q6 - Ou exclusif (3 points)**Indiquez à quoi correspond  $x \oplus y$ 

- $x + y$
- $\bar{x}.y + x.y$
- $\bar{x}.y + x.\bar{y}$

 $x \oplus 0 = ?$ 

$$\begin{aligned} x \oplus 0 &= x \cdot \bar{0} + \bar{x} \cdot 0 \\ &= x \cdot 1 \\ &= x \end{aligned}$$

 $x \oplus 1 = ?$ 

$$\begin{aligned} x \oplus 1 &= x \cdot \bar{1} + \bar{x} \cdot 1 \\ &= x \cdot 0 + \bar{x} \\ &= \bar{x} \end{aligned}$$

 $x \oplus x = ?$ 

$$\begin{aligned} x \oplus x &= x \cdot \bar{x} + \bar{x} \cdot x \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

 $(y \oplus x) \oplus x = ?$ 

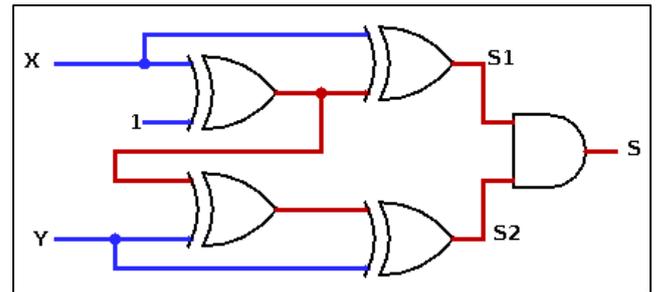
$$\begin{aligned} (y \oplus x) \oplus x &= (y \cdot \bar{x} + \bar{y} \cdot x) \cdot \bar{x} \\ &\quad + (y \cdot x + \bar{y} \cdot \bar{x}) \cdot x \\ &= \bar{x} \cdot y + x \cdot y \\ &= (\bar{x} + x) \cdot y = y \end{aligned}$$

 $x \oplus \bar{x} = ?$ 

$$\begin{aligned} x \oplus \bar{x} &= x \cdot \bar{\bar{x}} + \bar{x} \cdot \bar{x} \\ &= x \cdot x + \bar{x} \cdot \bar{x} \\ &= x + \bar{x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

**Q7 - Ou exclusif (1.5 points)**

Soit le schéma suivant :



Donnez les fonctions S1 S2 et S

$$S1 = (x \oplus 1) \oplus x = x$$

$$S2 = ((x \oplus 1) \oplus y) \oplus y = (\bar{x} \oplus y) \oplus y = \bar{x}$$

$$S = x \cdot \bar{x} = 0$$

**Q8 - Simplification (1 point)** : En utilisant la méthode algébrique, donnez la forme simplifiée de

$$F(x, y, z) = ((x \cdot y + \bar{y}) \oplus (x + \bar{y})) + x$$

$$\begin{aligned} &((x \cdot y + \bar{y}) \oplus (x + \bar{y})) + x \\ &= \left[ (\bar{x} + \bar{y}) \oplus (x + \bar{y}) \right] + x \\ &\quad \downarrow \\ &= (x \oplus x) + x = 0 + x \\ &= x \end{aligned}$$

**Q9 - Forme canonique (0,5 point):** Exprimez la fonction **F** selon sa forme canonique disjonctive :

$$F(x, y, z) = \overline{(x + \bar{y})} + \overline{(x + z)}$$

$$\begin{aligned} & \overline{(x + \bar{y})} + \overline{(x + z)} \\ &= \overline{x + \bar{y}} + \overline{x + z} \\ &= \overline{x + \bar{y} + z} \\ &= \bar{x} \cdot y \cdot \bar{z} \end{aligned}$$

**Q10 - Karnaugh (2 points).** Indiquez par une croix toutes les cases adjacentes de la case de couleur foncée

	yz→	00	01	11	10
t ↓	0	X		X	
	1		X		

	yz→	00	01	11	10
tu ↓	00	X		X	
	01		X		
	11				
	10		X		

		x							
		0				1			
	yz→	00	01	11	10	10	11	01	00
tu ↓	00								
	01		X						
	11	X		X				X	
	10		X						

		x							
		0				1			
	yz→	00	01	11	10	10	11	01	00
tu ↓	00				X		X		X
	01					X			
	11								
	10					X			

**Q11 - Karnaugh (1.5 point).** Soit la fonction  $F(x, y, z, t) = \Sigma(0, 8, 2, 7)$

- A - Remplissez la table de Karnaugh suivante avec les « 1 »
- B - Dessinez les groupements
- C - Donnez les expressions de chaque groupe :

$g1 = \bar{x} y z t$

$g2 = \bar{y} \bar{z} \bar{t}$

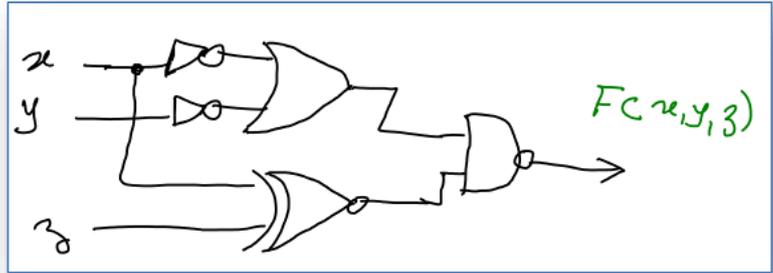
$g3 = \bar{x} \bar{y} \bar{t}$

	xy→	00	01	11	10
zt ↓	00	1			1
	01				
	11			1	
	10	1			

**Q12 - Logigramme (0,5 point)**

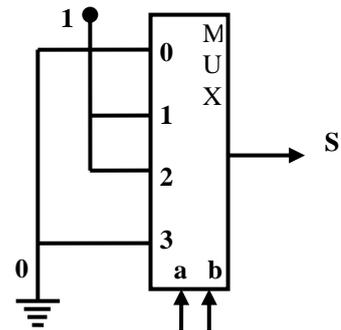
Donnez le logigramme de la fonction suivante :

$$F(x, y, z) = (\bar{x} + \bar{y}) \uparrow (\bar{x} \oplus z)$$



**Q13 - MUX (1 point):**

Soit un multiplexeur 1 parmi 4.



A - Donnez l'équation de S :  $S = 0 \cdot \bar{a}\bar{b} + 1 \cdot a\bar{b} + 1 \cdot \bar{a}b + 0 \cdot ab = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b$

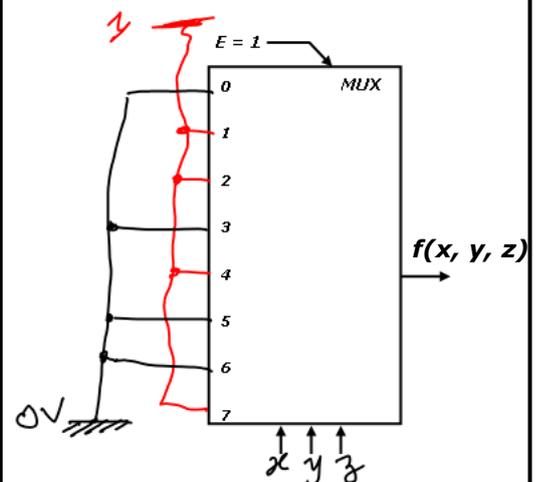
B - Que remarquez-vous ? **La sortie S correspond à un OU exclusif**

**Q14 - MUX (1 point):** A l'aide d'un MUX 8 :1 réalisez la fonction  $f(x, y, z) = (x \oplus y) \oplus z$

A - Exprimez  $f(x, y, z)$  sous sa forme canonique disjonctive) :

$$\begin{aligned} (x \oplus y) \oplus z &= (x\bar{y} + \bar{x}y)\bar{z} + (xy + \bar{x}\bar{y})z \\ &= x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + xy z + \bar{x}\bar{y}z \\ &= \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xy z \\ &= m_3 + m_2 + m_4 + m_7 \end{aligned}$$

B - Dédurre le circuit logique de  $f$  en complétant le schéma suivant:



### PROBLEME – Algèbre de Boole (sur 4 points)

Afin d'optimiser le dispositif de surveillance de sa plage, l'APC de Tychy a décidé de concevoir un dispositif automatisé pour remplacer les drapeaux indiquant l'autorisation de la baignade (couleur Rouge), la vigilance (couleur Orange) et baignade sans risque (couleur verte). Elle a décidé de se servir d'un panneau d'affichage comportant 3 lampes :

- Lampe **R** qui affiche une lumière rouge
- Lampe **O** qui affiche une lumière orange
- Lampe **V** qui affiche une lumière verte

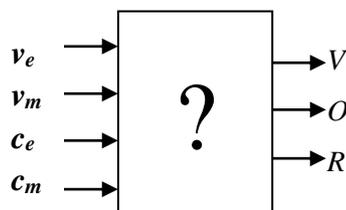
Elle a aussi utilisé 4 capteurs «  $v_e$ ,  $v_m$ ,  $c_e$ ,  $c_m$  » mis dans la mer afin de détecter la puissance des vagues et du courant **sous-marin**. Ces capteurs indiquent les informations suivantes :

- Lorsque le capteur «  $v_e$  » est à 5 volts, il indique que les vagues sont élevées, à 0 volts il indique l'absence de vagues.
- Lorsque le capteur «  $v_m$  » est à 5 volts, il indique que les vagues sont moyennes, à 0 volts il indique l'absence de vagues.
- Lorsque le capteur «  $c_e$  » est à 5 volts, il indique que le courant est élevé, à 0 volts il indique l'absence de courant.
- Lorsque le capteur «  $c_m$  » est à 5 volts, il indique que le courant est moyen, à 0 volts il indique l'absence de courant.

On voudrait que le panneau d'affichage fonctionne comme suit :

- si le courant est élevé, peu importe la puissance des vagues il faut afficher du rouge
- si les vagues sont élevée peu importe le courant il faut afficher du rouge
- si les vagues et le courant sont moyens, il faut afficher de l'orange
- si le courant est moyen même s'il n'y a pas de vague, il faut afficher de l'orange
- dans tous les autres cas, il faut afficher du vert

On suppose que vous avez modélisé votre système logique comme indiqué sur la figure suivante :



- $v_e$  (vague élevée),  $v_m$  (vague moyenne),  $c_e$  (courant élevé) et  $c_m$  (courant moyen) sont les variables de votre système
- $V$  (lampe de lumière verte),  $R$  (lampe de lumière rouge) et  $O$  (lampe de lumière orange) sont les fonctions de votre système.

**Question A** (sur 1.5 points) : Complétez la table de vérité de votre système logique :

Variables				Fonctions		
$v_e$	$c_e$	$v_m$	$c_m$	$V$	$O$	$R$
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

**Question B** (sur 1 point) : Donnez la forme canonique disjonctive des fonctions  $O$  et  $V$ .  
*Attention, on vous demande ici de donner l'équation selon une écriture condensée*

$O = f(v_e, v_m, c_e, c_m) = \Sigma( \dots )$

$V = f(v_e, v_m, c_e, c_m) = \Sigma( \dots )$

**Question C** (sur 0.5 points) : Donnez la forme canonique disjonctive de la fonction  $\bar{R}$  (attention il s'agit de la négation de la fonction  $R$ ).

$\bar{R} = \dots$   
 .....

**Question D** (sur 0.5 points) : Simplifier algébriquement la fonction  $\bar{R}$  : .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Question E** (sur 0.5 points) : Déduisez l'équation simplifiée de la fonction  $R$  : .....

.....

.....

