Examen de Rattrapage de Physique 2

Exercice 1 : (07 points)

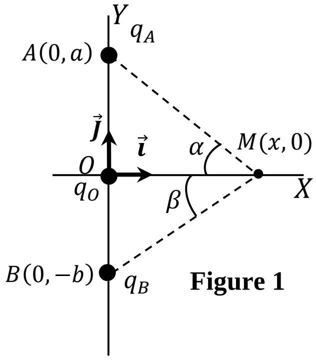


Figure 1

Soit la distribution de charges ponctuelles de la figure 1, constituées de trois charges ponctuelles $q_A = q_O = q > 0$ et $q_B = -q$, fixes aux points $A(0,a), O(0,0)$ et $B(0,-b)$, respectivement.

1. Trouver les distances AM, BM et OM;
2. Représenter les champs électriques $\vec{E}_A(M)$, $\vec{E}_O(M)$ et $\vec{E}_B(M)$ créés par q_A, q_O et q_B au point M respectivement ;
3. Déterminer, en fonction de q, a, b et x, l'expression du champ électrostatique total $\vec{E}(M)$ crée par cette distribution au point M ;
4. Déterminer, en fonction de q, a, b et x, l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ crée par cette distribution au point $M(x,0)$;
5. Que deviennent les expressions de $\vec{E}(M)$ et $V(M)$ dans le cas où $\alpha = \beta$?

Exercice 2 : (07 points)

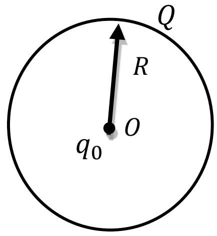


Figure 2

Soit une sphère conductrice de centre O et de rayon R chargée en surface avec une charge totale $Q = -q$ $(q > 0)$ repartie uniformément sur sa surface. On place au centre O de la sphère une autre charge ponctuelle $q_0 = q$ (figure 2).

1. En utilisant le théorème de Gauss, trouver le champ électrique en tout point de l'espace $(0 < r < \infty)$. Distinguer les régions: $(0 < r \leq R)$ et $(r \geq R)$.
2. Déduire le potentiel électrique dans les deux régions, sachant que $V(\infty) = 0$.

Exercice 4 : (04 points)

1. La tension aux bornes d'un condensateur de capacité $C_1 = 1\,\mu F$ est $U_1 = 10\,V$. Calculer la charge Q_1 de ce condensateur.
2. La tension aux bornes d'un condensateur de capacité $C_2 = 0.5\,\mu F$ est $U_2 = 5\,V$. Calculer la charge Q_2 de ce condensateur.
3. Les deux condensateurs, ainsi chargés, sont maintenant reliés comme indiqué sur la figure 3. A l'équilibre :
   3.1. Calculer la tension U aux bornes de l'ensemble ;
   3.2. Déduire les nouvelles charges Q'_1 et Q'_2 des deux condensateurs.

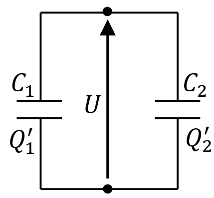
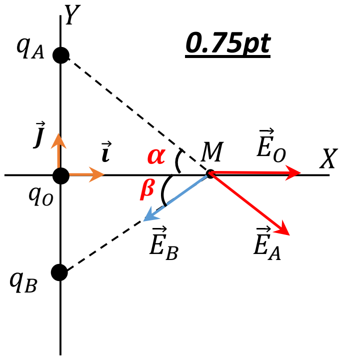


Figure 3

Questions de cours (02points)

1. Représenter l'allure des surfaces équipotentielles et des lignes de champ pour le cas d'une charge ponctuelle.
2. Quand est ce qu'on peut dire que deux conducteurs sont en influence total.

Corrigé du Rattrapage de Physique 2



Exercice 1 :

1. La distance :

$$AM^2 = x^2 + a^2\ ;\ \ BM^2 = x^2 + b^2\ ;\ OM^2 = x^2 \qquad \textbf{\underline{0.75pt}}$$

2. Le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ crée par cette distribution au point $M(x,0)$:

Principe de superposition :

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M) + \vec{E}_O(M) \quad \textbf{\underline{0.25pt}}$$

$$\vec{E}_A(M) = k\frac{|q_A|}{AM^2}\vec{u} = \frac{kq}{x^2+a^2}(\cos\alpha\,\vec{\imath} - \sin\alpha\,\vec{\jmath}) \qquad \textbf{\underline{0.5pt}}$$

$$\vec{E}_B(M) = k\frac{|q_B|}{BM^2}\vec{u} = \frac{kq}{x^2+b^2}(-\cos\beta\,\vec{\imath} - \sin\beta\,\vec{\jmath}) \quad \textbf{\underline{0.5pt}}$$

$$\vec{E}_O(M) = k\frac{|q_O|}{OM^2}\vec{u} = \frac{kq}{x^2}\vec{\imath}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\ ;\ \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}} \quad \textbf{\underline{0.5pt}}$$

$$\cos\beta = \frac{x}{\sqrt{x^2+b^2}}\ ;\ \sin\beta = \frac{a}{\sqrt{x^2+b^2}} \qquad \textbf{\underline{0.5pt}}$$

$$\vec{E}_A(M) = \frac{kqx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}(\vec{\imath} - \vec{\jmath}) \quad \textbf{\underline{0.25pt}}$$

$$\vec{E}_B(M) = \frac{kqx}{(x^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath}) \quad \textbf{\underline{0.25pt}}$$

D'où :

$$\vec{E}(M) = kq\left\{\left(\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} - \frac{x}{(x^2+b^2)^{3/2}} + \frac{1}{x^2}\right)\vec{\imath} - \left(\frac{a}{(x^2+a^2)^{3/2}} + \frac{b}{(x^2+b^2)^{3/2}}\right)\vec{\jmath}\right\} \quad \textbf{\underline{0.5pt}}$$

3. L'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ crée par cette distribution au point $M(x,0)$

Principe de superposition :

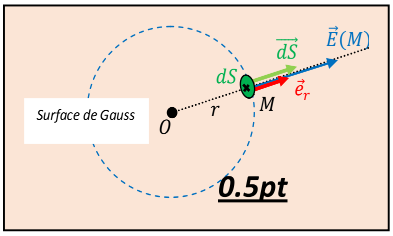
$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) + V_O(M) = K\frac{q_A}{AM} + K\frac{q_B}{BM} + K\frac{q_O}{OM} \qquad \textbf{\underline{0.75pt}}$$

$$= Kq\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+b^2}} + \frac{1}{x}\right) \quad \textbf{\underline{0.5pt}}$$

4. Les expressions de $\vec{E}(M)$ et $V(M)$ dans le cas où $\alpha = \beta\ \rightarrow a = b$:

$$\alpha = \beta \rightarrow a = b \rightarrow \begin{cases} \vec{E}(M) = kq\left\{\left(\frac{1}{x^2}\right)\vec{\imath} - 2\left(\frac{a}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\right)\vec{\jmath}\right\} & \underline{\textbf{0.5pt}} \\ V(M) = \frac{Kq}{x} \quad \underline{\textbf{0.5pt}} \end{cases}$$

Exercice 02



1- Le théorème de Gauss énonce que :

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

En raison de la symétrie sphérique de la distribution, le champ est radial (Le champ est porté par la droite (OM)) : $\vec{E}(M) = E_r.\vec{e}_r$ **0.25pt**

On choisit la surface de Gauss une sphère imaginaire de centre O et de rayon $r = \|\overrightarrow{OM}\|$. **0.25pt**

Le flux du champ à travers la surface de Gauss:

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \oiint E_r.dS = E_r \oiint dS = E_r.4\pi r^2 \qquad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

La loi de Gauss nous donne le champ radial :

$$E_r = \frac{q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \underline{\textbf{0.25pt}}$$

Région 1 ($r < R$)

$$q_{int} = q_0 = q \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

$$E_I = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_I(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r} \quad \underline{\textbf{0.25pt}}$$

Région 2 ($r > R$)

$$q_{int} = q_0 + Q = q - q = 0 \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

On obtient le champ suivant :

$$E_{II} = 0 \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_{II}(M)} = \vec{0} \quad \underline{\textbf{0.25pt}}$$

2- ***Le potentiel electrique***

Région 2 ($r > R$)

En coordonnées sphériques, le potentiel est donné par :

$$V_2(r) = -\int \vec{E}_{II}.\overrightarrow{dl} = -\int E_{II}dr = C \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

On obtient:

$$V_2(\infty) = 0 \rightarrow C = 0 \quad \underline{\textbf{0.25pt}}$$

$$V_2(r) = 0 \quad \underline{\textbf{0.25pt}}$$

Région 1 ($r < R$)

$$V_1(r) = -\int \vec{E}_I.\overrightarrow{dl} = -\int E_I dr = -\int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

La continuité du potentiel sur la surface de la sphère : $V_2(r = R) = V_1(r = R)$ **0.25pt**

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} + C = 0 \rightarrow C = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} \quad \underline{\textbf{0.25pt}}$$

$$V_1(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) \qquad \underline{\textbf{\textit{0.25pt}}}$$

Exercice 4 :

1. La charge Q_1 de ce condensateur :

$$Q_1 = C_1U_1 = 10\ \mu C = 10^{-5} C \quad \underline{\textbf{\textit{0.5pt}}}$$

2. La charge Q_2 de ce condensateur :

$$Q_2 = C_2U_2 = 2.5\ \mu C = 0.25\ 10^{-5} C \quad \underline{\textbf{\textit{0.5pt}}}$$

3. A l'équilibre :

La tension U aux bornes de l'ensemble : $U_1 = U_2 = U$ ***0.5pt***

Conservation de la charge : $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$ ***0.5pt***

D'autre part, on a :

$$Q_1' = C_1U \ ;\ Q_2' = C_2U \quad \underline{\textbf{\textit{0.5pt}}}$$

D'où :

$$Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)U \rightarrow U = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = 8.33\ V \quad \underline{\textbf{\textit{0.5pt}}}$$

a. La nouvelles charges Q_1' et Q_2' des deux condensateurs.

$$Q_1' = C_1U = 8.33\ \mu C \quad \underline{\textbf{\textit{0.5pt}}}$$

$$Q_2' = C_2U = 4.17\ \mu C \quad \underline{\textbf{\textit{0.5pt}}}$$

Questions de cours

1. Lignes de champs sont des lignes radiales et les surfaces équipotentielles sont des cercles concentriques. ***0.5pt+05pt***
2. On dit que deux conducteurs sont en influence si toutes les lignes de champ partant d'un conducteur aboutissent sur l'autre conducteur. Exemple : un conducteur entoure totalement un autre. ***01pt***