

Chapitre 3: Evaluation de projet dans un environnement aléatoire et incertain

Dr MEHIDI KAHINA

S2 2023/2024



L3 EQ

Table des matières

Objectifs	3
Introduction	4
I - Section 1:L'évaluation en avenir d'incertitude probabilisable (environnement aléatoire)	5
1. Le critère espérance-variance	5
1.1. L'espérance mathématique	5
1.2. La variance et l'écart type de la VAN.....	6
2. Le coefficient de variation	6
3. Le critère du MEDAF.....	8
II - Section 2:Evaluation dans un environnement incertain	10
1. Critère de Laplace	10
2. Le critère de Maximax (maximum des maximums).....	10
3. Critère de Savage (minimum des maximums ou critère du Minimax)	10
4. Critère d'Hurwitz.....	11
III - Exercice	13
IV - Exercice	14
V - Exercice	15
Conclusion	16
Solutions des exercices	17
Webographie	18

Objectifs



Ce chapitre vise à fournir aux apprenants les compétences et les connaissances nécessaires pour évaluer, comparer et prendre des décisions d'investissement éclairées dans des environnements où l'incertitude joue un rôle crucial. Il aurait plusieurs objectifs clés notamment.

- Comprendre l'incertitude et le risque : L'objectif principal serait de sensibiliser les apprenants à la nature de l'incertitude et du risque dans le processus d'investissement.
- Maîtriser les concepts clés: Le chapitre viserait à familiariser les étudiants avec les concepts clés tels que la valeur attendue, le coefficient de variation, le taux de rendement attendu et les probabilités, etc. Les apprenants devraient comprendre comment ces concepts sont calculés et interprétés dans un contexte d'investissement incertain.
- Utiliser des méthodes d'analyse appropriées : Le cours enseignerait aux étudiants comment utiliser des méthodes d'analyse spécifiques pour évaluer les investissements dans un environnement aléatoire.
- Évaluer les risques et les rendements pour prendre des décisions éclairées: Les apprenants apprendraient à évaluer les risques associés à différents investissements ainsi que les rendements potentiels. Ils devraient être capables de comparer les options en fonction du niveau de risque acceptable et des objectifs financiers, pour prendre des décisions d'investissement éclairées dans un environnement incertain.

Introduction



Un investissement est un pari sur l'avenir. L'objectif n'est pas seulement de décrire les méthodes utilisables, mais également de montrer que la décision d'investissement en avenir incertain recouvre de nombreuses dimensions difficiles à appréhender par le biais des modèles classiques. Dès lors qu'il existe des aléas sur les cash-flows futurs, le risque attaché à un projet devient un élément majeur de la décision d'investissement. Deux situations sont à distinguer : risquée et incertaine. La situation risquée se définit comme une situation dont on peut, à priori, déterminer la loi de distribution de probabilité des différents résultats. La situation incertaine se définit quant à elle comme une situation pour laquelle il n'est pas possible, à priori, de déterminer la loi de distribution de probabilité des résultats.

Section 1: L'évaluation en avenir d'incertitude probabilisable (environnement aléatoire)



L'évaluation d'un projet dans un avenir probabilisable désigne une situation dans laquelle il est possible de déterminer toutes les valeurs que peut prendre les cash-flows relatifs à ce projet, et d'affecter une probabilité déterminée à chacune de ces valeurs. Autrement dit, dans un environnement probabilisable, chaque cash-flow d'un projet d'investissement est une variable aléatoire dont on connaît la loi de probabilité. L'avenir aléatoire consiste à «introduire des probabilités pour choisir entre plusieurs projets d'investissement, et mesure le risque encouru par l'entreprise». L'évaluation et le choix des projets¹ sont fonction de l'attitude du décideur face au risque. En général, on retient deux ou trois hypothèses qui reflètent les possibilités d'attitude du décideur et on leur affecte des probabilités *biblio_15.ref*^{p.18}:

- une hypothèse optimiste,
- une hypothèse moyenne,
- une hypothèse pessimiste

1. Le critère espérance-variance

Selon ce modèle, l'évaluation et le choix des projets s'effectuent sur la base de deux critères :

- La rentabilité du projet mesurée par l'espérance mathématique de la (VAN), E (VAN) ;
- Le risque du projet évalué par la variance de la (VAN) ou son écart-type, V (VAN) ou σ (VAN)

1.1. L'espérance mathématique

L'espérance mathématique permet d'évaluer la rentabilité du projet. Elle correspond à la valeur moyenne de la variable aléatoire étudiée. La rentabilité espérée sera obtenue en calculant l'espérance mathématique de la VAN qui est la moyenne pondérée des valeurs que la VAN peut prendre. L'espérance mathématique de la (VAN) est calculée selon la formule suivante :

$$E(VAN) = \sum_{t=0}^N \frac{E(CFT)}{(1+i)^t} - CI$$

E(VAN) = Somme des E(CF) actualisées – Capital investi

Tels que : E (VAN) : l'espérance de la VAN ;

E (CF) : l'espérance de cash-flow à la période t ;

i : le taux d'actualisation ;

n : la durée de vie de l'investissement.

La règle de décision

- En cas de projet indépendant, nous retenons tout projet dont $E(VAN) > 0$, c'est à dire dont l'espérance mathématique de la (VAN) est positive ;

¹ <https://www.tifawt.com/analyse-financiere/la-rentabilite-economique-des-investissements-avenir-certain/>

- En cas des projets mutuellement exclusifs remplissant déjà la condition précédente, nous retenons le projet qui a l'espérance mathématique de la (VAN) la plus élevée.

1.2. La variance et l'écart type de la VAN

La variance ou l'écart-type sont les mesures habituelles de la dispersion autour de l'espérance mathématique (ou moyenne) des cash-flows. Plus l'écart-type est élevé, plus les VAN possibles ont tendance à différer de la VAN espérée. Le risque du projet est grand.

La formule de calcul de la variance est la suivante :

$$\text{VAR (VAN)} = \sum_{t=1}^N \text{VAR}(CF)(1+i)^{-2t}$$

$$\sigma (\text{VAN}) = \sqrt{\text{VAR (VAN)}}$$

Tels que : V (VAN) : la variance de la VAN ;

VAN t : la VAN du projet si l'événement t se produit ;

Pt : probabilité de réalisation de l'événement t.

La variance du cash-flow est calculée par la formule suivante:

$$\text{VAR (CF)} = \sigma^2 (\text{CF}) = \sum_{t=1}^N P_t(\text{CF}_t - E(\text{CF}))^2$$

$$V(\text{CF}) = \Sigma P(\text{CF}^2) - E(\text{CF})^2$$

Règle de décision

- Dans le cas des projets indépendants, on retient le projet ayant un risque inférieur à un seuil fixé à l'avance.
- Dans le cas des projets mutuellement exclusifs, remplissant la condition précédente. On favorise le projet ayant le risque le moins élevé, c'est-à-dire, le projet dont l'écart type est le plus faible.
- Dans le cas des projets concurrents ayant la même VAN espérée, on opte pour le projet qui présente le risque (écart type) le plus faible. A l'inverse, si des projets concurrents présentent des risques égaux, on retient celui présentant la VAN espérée la plus élevée.

L'acceptation de projet plus risquée dépend de l'aversion au risque de l'investisseur et de sa capacité à assumer un risque supplémentaire pour une espérance de gain plus élevée.

2. Le coefficient de variation

Le coefficient de variation (ou coefficient de dispersion) est calculé dans le cas où un projet présente à la fois l'espérance la plus importante et l'écart-type le plus élevé. L'utilité de ce critère apparaît surtout lorsqu'on compare des projets de tailles différentes. Il permet de mesurer le degré du risque par unité de rendement espéré du projet.

Le coefficient de variation est donné par la formule suivante :

$$CV = \frac{\sigma(\text{VAN})}{E(\text{VAN})}$$

Règle de décision

- On accepte tout projet dont le coefficient de variation est inférieur à une norme fixée d'avance par l'entreprise, si ces projets sont indépendants ;
- Dans le cas où les projets sont mutuellement exclusifs remplissent déjà la condition précédente, on retient le projet qui présente le coefficient le plus faible ;
- Le choix définitif dépendra uniquement de l'attitude de l'investisseur face au risque.

? Exemple

Soit un projet nécessitant un investissement de 50 000 DA et dont la durée est de deux ans. Le taux sans risque est de 10% et les cash-flows sont les suivants :

Année 1		Année 2	
probabilité	Cash flows 1	probabilité	Cash flow 2
0.2	25 000	0.2	20 000
0.5	30 000	0.3	25 000
0.2	35 000	0.3	30 000
0.1	40 000	0.2	35 000

1-Déterminer la VAN espérée et le risque du projet

2-Calculer le coefficient de variation de ce projet

Solution

Pour le calcul de l'espérance mathématique, la formule est la suivante :

$$E(VAN) = \sum_{t=0}^N \frac{E(CFT)}{(1+i)^t} - CI$$

$$E(VAN) = E(CF1 (1,1)^{-1} + CF2 (1,1)^{-2} - CI$$

Année	E (cash-flow)	E(CF) actualisés
1	$(0.2*25000)+(0.5*30000)+(0.2*35000)+(0.1*40000)=31\ 000$	$31\ 000*(1,1)^{-1} = 28\ 181.81$
2	$(0.2*20000)+(0.3*25000)+(0.3*30000)+(0.2*35000)=27\ 500$	$27\ 500*(1,1)^{-2} = 22\ 727.27$
Total		50 909.08

$$E(VAN) = 50\ 909.08 - 50\ 000 = \mathbf{909.08 > 0, \text{ donc le projet est rentable}}$$

Calcul de la variance de la VAN

$$VAR(VAN) = \sum_{t=1}^N VAR(CF)(1+i)^{-2t}$$

$$\sigma(VAN) = \sqrt{VAR(VAN)}$$

$$VAR(VAN) = VAR[CF1 (1,1)^{-1} + CF2 (1,1)^{-2} - I]$$

$$VAR(aX_1 + bX_2) = a^2 VAR(X_1) + b^2 VAR(X_2)$$

$$VAR(VAN) = V(CF1) (1,1)^{-1*2} + V(CF2) (1,1)^{-2*2}$$

$$VAR(VAN) = V(CF1) (1,1)^{-2} + V(CF2) (1,1)^{-4}$$

	VAR (Cash-flow)	VAR (CF) actualisés
1	$(0.2*25000^2)+(0.5*30000^2)+(0.2*35000^2)+(0.1*40000^2)-31000^2 = 19\ 000\ 000$	$(1.1)^{-2} * VAR(CF1) = 15702479.33$
2	$(0.2*20000^2) + (0.3*25000^2) + (0.3*30000^2) + (0.2*35000^2) - 27500^2 = 26\ 250\ 000$	$(1.1)^{-4} * VAR(CF2) = 17929103.20$
		33 631 582.5

$$V(VAN) = 19\ 000\ 000 (1,1)^{-2} + 26\ 250\ 000 (1,1)^{-4} = \mathbf{33\ 361\ 582.5}$$

$$\sigma = \sqrt{33\ 361\ 582.5} = \mathbf{5\ 799.27}$$

2- Calcul du CV

$$CV = \frac{\sigma(VAN)}{E(VAN)}$$

$$CV = 5\ 787.27 / 909.08 = 6.3,$$

3. Le critère du MEDAF

Le MEDAF (modèle d'équilibre des actifs financiers) est un modèle permet de fournir une estimation du taux de rentabilité par le marché d'un actif financier ayant un risque systématique donné.

Ce taux de rentabilité (R_i) est donné par la relation :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_m) - R_f]$$

Avec :

R_f = taux sans risque,

$E(R_m)$ = espérance mathématique de la rentabilité du marché

β_i = bêta du projet considéré, il mesure la volatilité du titre i .

$$\beta_i = \text{Cov}(R_i ; R_m) / V(R_m)$$

Si $\beta_i > 1$: L'investissement est plus risqué que le marché

Si $\beta_i < 1$: L'investissement est moins risqué que le marché

Règle de décision

- Si $r_i > R_i$ ou si $VAN > 0$, le projet est acceptable et inversement.

« Le calcul de R_i nécessite l'estimation de β_i et de $E(R_m)$ ce qui constitue la phase la plus compliquée. L'estimation de β_i peut être effectuée à partir de données relatives à des projets analogues déjà réalisés, ou à partir de données sectorielles pertinentes, ou encore, à partir d'un actif financier qui aurait les mêmes caractéristiques que le projet considéré. $E(R_m)$ peut, par exemple, être à partir des données historiques [biblio_16.ref](#)^{p.18}

Exemple

Soit un projet d'investissement d'une durée de 2 ans et d'un montant initial de 105 000 DA, les cash-flows annuels sont respectivement de 57 000 DA et 62 500 DA.

Le β de cet investissement est estimé à 1.75 et l'espérance mathématique de la rentabilité du marché à 10%. Le taux sans risque est de 6%.

Le projet est-il acceptable ?

Solution :

Nous allons calculer la rentabilité requise

Ri : $E(Ri) = Rf + \beta i [E(Rm) - Rf]$

$E(Ri) = 6 + 1.75 (10-6) = 13 \%$

Nous allons calculer le TRI (i) du projet : $105\ 000 = 57\ 000 (1 + i)^{-1} + 62\ 500 (1 + i)^{-2} = 8.93\%$

Les résultats montrent que la rentabilité du projet (8.93%) est inférieure à la rentabilité requise (13 %), donc le projet n'est pas acceptable

Nous allons vérifier ces résultats en calculant la VAN au taux de 13% :

$VAN = 57\ 000 (1.13)^{-1} + 62\ 500 (1.13)^{-2} - 105\ 000 = (50\ 442.47 + 48\ 946.66) - 105\ 000$

VAN = - 5 610.87

La VAN étant négative, la conclusion précédente est confirmée.

Section 2: Evaluation dans un environnement incertain



Dans une situation d'incertitude absolue, il est possible de recenser tous les événements (E_i) susceptible d'affecter les cashflows, cependant, les probabilités sur la réalisation des événements ne sont pas disponibles, il est impossible de les déterminer. Ainsi, l'investisseur peut recourir à des critères subjectifs pour déduire la situation la plus conforme à ses préférences. Il existe plusieurs critères pour évaluer des projets dans un environnement incertain. Ces derniers sont adaptés aux diverses attitudes possibles du décideur, son degré d'optimisme et son aversion au risque qui guide son comportement, face au risque.

1. Critère de Laplace

C'est un critère qui repose sur le calcul d'une moyenne arithmétique des revenus espérés pour chacun des états de la nature et propose de retenir la stratégie dont la moyenne est la plus élevée. Le critère de Laplace se calcule de la manière suivante :

$$E(VAN) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m VAN_j$$

Tels que :

J : événement n° j ;

m : le nombre d'évènement.

2. Le critère de Maximax (maximum des maximums)

C'est le critère du décideur optimiste, non averse au risque, qui privilégie le gain au détriment de la sécurité. Il consiste à retenir le projet dont la VAN est plus élevée. Autrement dit, on maximise la plus grande performance, c'est-à-dire qu'on choisit pour chaque variante le résultat le plus favorable et choisir le projet associé au meilleur de ces résultats.

3. Critère de Savage (minimum des maximums ou critère du Minimax)

L'utilisation de ce critère passe par la construction de la matrice des regrets en fonction de chaque décision et chaque événement possible. C'est le critère de prudence et suggère d'obtenir la solution qui rend minimal le maximum des regrets. Le regret correspond au manque à gagner résultant d'une décision. Il se calcule à partir de la différence entre le gain obtenu avec cette décision et le gain de la meilleure décision possible.

Enfin, on retient la variante qui conduit au plus petit des regrets maximums. C'est le minimum des regrets maximums.

4. Critère d'Hurwitz

Le critère de Hurwitz identifie la décision qui rend maximal le résultat moyen. Le résultat moyen correspond à la moyenne pondérée des valeurs minimales et maximales des décisions. Le critère combine les approches pessimistes (Maximin) et optimistes (Maximax). Pour chaque projet, nous allons sélectionner la VAN maximale et la VAN minimale. La Van maximale sera affectée par les coefficients optimistes β , elle permet ensuite de calculer l'espérance mathématique comme suit :

$$E(VAN) = \beta (VAN_{\max}) + (1-\beta)(VAN_{\min})$$

Tels que :

β : coefficient optimiste

$(1-\beta)$: coefficient pessimiste

Nous retenons alors le projet dont l'espérance mathématique est plus élevée.

Le coefficient d'optimisme déterminé est fixé par *Hurwitz* à **0,7=70%**.

? Exemple

Considérons un projet d'investissement dont les résultats sont liés à la conjoncture sanitaire. Il existe trois (3) variantes du projet dont les VAN ont été calculées en fonction de la conjoncture sanitaire sans que l'on ne puisse affecter une probabilité aux trois (3) situations envisageables (taux de contamination fort, moyen et faible).

	fort	moyen	faible
Variante 1	700	600	500
Variante 2	450	700	750
Variante 3	100	650	900

Tableau 1

Travail à faire : Quelle variante sélectionner selon le critère de LAPLACE, Le critère de SAVAGE, et Le critère de WALD

Solution

a- Critère de Wald

Ce critère consiste à choisir la variante qui maximise le gain minimal.

$$VAN_{1 \text{ minimale}} = 500$$

$$VAN_{2 \text{ minimale}} = 450$$

$$VAN_{3 \text{ minimale}} = 100$$

$$VAN_{1 \text{ minimale}} > VAN_{2 \text{ minimale}} \text{ et } VAN_{3 \text{ minimale}}$$

Donc la variante 1 est à sélectionner

b- Critère de LAPLACE

Ce critère consiste à classer les variantes du projet selon la VAN moyenne.

$$\overline{VAN1} = \frac{700+600+500}{3} = 600$$

$$\overline{VAN2} = \frac{450+700+750}{3} = 633.33$$

$$\overline{VAN3} = \frac{100+650+900}{3} = 550$$

$VAN2 > VAN1$ et $VAN3$

Donc la variante 2 à sélectionner

c- Critère de SAVAGE

Dans une première étape ce calcul demande le calcul des regrets c'est-à-dire la différence entre la VAN la plus élevée qu'on aurait pu obtenir et la VAN réalisée. On obtient ainsi le tableau suivant appelé tableau des regrets.

	Pluviométrie forte	Pluviométrie moyenne	Pluviométrie faible
Variante1	700-700=0	700-600=100	900-500=400
Variante2	700-450=250	700-700=0	900-750=150
Variante3	700-100=600	700-650=50	900-900=0

Dans une seconde étape le choix va porter sur une variante qui minimise le regret maximal

	Pluviométrie forte
Variante1	400
Variante2	250
Variante3	600

$RM2 < RM1 < RM3$

$RM2 < (RM1 \text{ et } RM3)$

Avec RM : regret maximal

Donc **variante 2** à sélectionner

d- Critère d'UERWITZ

On doit calculer l'espérance mathématique comme suit :

$$E(VAN) = \beta (VAN_{max}) + (1-\beta)(VAN_{min})$$

Variante 1	$0.7*700 + 0.3*500 = 640$
Variante 2	$0.7*750 + 0.3*450 = 660$
Variante 3	$0.7*900 + 0.3*100 = 660$

On doit choisir la variante qui assure l VAN maximum c'est-à-dire la stratégie **la variante 1 ou la variante 2**

Exercice

[solution n°1 p. 17]



Une VAN positive signifie que :

- Projet rentable
- projet non rentable

Exercice

[solution n°2 p. 17]



on retient le projet qui présente le coefficient le plus élevé

- Vrai
- Faux

Exercice

[solution n°3 p. 17]



Le coefficient d'optimisme déterminé est fixé par *Hurwitz* à

- 70%
- 80%
- 60%

Conclusion



L'évaluation d'investissements dans un avenir aléatoire nécessite une approche prudente qui tient compte à la fois des résultats potentiels et de leur incertitude. Les critères de choix peuvent varier en fonction des préférences, des valeurs et des perspectives individuelles. Cela peut conduire à des résultats différents.

La prise de décision efficace repose sur un équilibre entre divers éléments. Les critères de choix fournissent une base pour évaluer les options, mais ils doivent être complétés par la sagesse issue de l'expérience, ainsi que par une compréhension approfondie des objectifs et des priorités stratégiques de l'organisation.

Solutions des exercices



Solution n°1

[exercice p. 13]

Une VAN positive signifie que :

- Projet rentable
- projet non rentable

Solution n°2

[exercice p. 14]

on retient le projet qui présente le coefficient le plus élevé

- Vrai
- Faux

Solution n°3

[exercice p. 15]

Le coefficient d'optimisme déterminé est fixé par *Hurwitz* à

- 70%
- 80%
- 60%

Webographie



[] <https://www.cours-gratuit.com/cours-finance/introduction-au-choix-des-investissements-etape-par-etape-support-de-cours-pdf>

[] <https://www.cours-gratuit.com/cours-finance/introduction-au-choix-des-investissements-etape-par-etape-support-de-cours-pdf>