Solution du TD n°4

Exercice 1

La société Climax envisage la réalisation d'un projet d'investissement nécessitant un capital de 2 000 et dont la durée serait de 3 ans. Elle dispose de deux possibilités dénommées projet P1 et projet P2.

Pour le projet P1, deux hypothèses sont retenues:
H1 : hypothèse optimiste affectée d'une probabilité de réalisation égale à 0,6.
H2 : hypothèse pessimiste affectée d'une probabilité de réalisation égale à 0,4

Les prévisions relatives aux cash-flows sont les suivantes :

Hypothèses	Cash flows		
	Période 1	Période 2	Période3
H1	500	700	400
H2	400	500	300

Pour le projet P2, l'étude a été menée et on obtient les éléments suivants :
– espérance mathématique de la VAN : **+ 212,50**
– variance de la VAN : **11 754,90**
– écart type de la VAN : **108,42**

Travail à faire : Calculer la rentabilité et le risque du projet 1 puis comparer entre les deux projets.

En avenir probabilisable, puisque chaque flux de trésorerie est une variable aléatoire dont on connaît la loi de probabilité, la valeur actuelle nette (VAN) est aussi une variable aléatoire dont on peut calculer l'espérance mathématique et l'écart type.

1- Calcul de la rentabilité

La rentabilité attendue est définie comme suit :

E(VAN) = Somme des E(CF) actualisées – Investissement.

On retiendra le projet si **E(VAN) > 0** et, entre plusieurs projets, on retiendra celui qui a **E(VAN) la plus élevée**.

Pour le calcul de l'espérance mathématique, la formule est la suivante :

E (VAN) = $\sum_{t=0}^{N} \frac{E(CFT)}{(1+i)^t}$ – CI

E(VAN) = E (CF1$(1.1)^{-1}$ + CF2$(1.1)^{-2}$ + CF3$(1.1)^{-3}$) –CI

Années	E(cash flows)	E(CF) actualisés
1 2 3	(500*0.6) + (400*0.4) = 460 (700*0.6) + (500*0.4) = 620 (400*0.6) + (300*0.4) = 360	418.18 512.40 270.47
Total		1 201.05

E(VAN) = 1 201,05 – 1 000 = **+ 201,05 > 0 donc** Le projet est considéré comme rentable.

2- Calcul de la variance et de l'écart type de la VAN

VAR (VAN) = $\sum_{t=1}^{N} VAR(CF)(1+i)^{-2t}$

VAR (VAN) = VAR [CF1 $(1,1)^{-1}$ + CF2 $(1,1)^{-2}$ + CF3 $(1,1)^{-3}$ – I]

VAR (aX_1+bX_2) = a^2 VAR(X_1) + b^2 VAR(X_2)

VAR(VAN) = V(CF1) $(1,1)^{-1*2}$ + V(CF2) $(1,1)^{-2*2}$ + V(CF3) $(1,1)^{-3*2}$

VAR(VAN) = V(CF1) $(1,1)^{-2}$ + V(CF2) $(1,1)^{-4}$ + V(CF3) $(1,1)^{-6}$

Remarque *:* I a disparu car la variance d'une constante est égale à 0. Avec V(CF) = **Σ** P (CF^2) – $E(CF)^2$

	VAR (Cash flows)	VAR (CF) actualisés
1 2 3	$(0.6*500^2) + (0.4*400^2) - 460^2 = 2400$ $(0.6*700^2) + (0.4*500^2) - 620^2 = 9600$ $(0.6*400^2) + (0.4*300^2) - 360^2 = 2400$	$(1.1)^{-2} * 2400 = 1983.47$ $(1.1)^{-4} *9600 = 6556.93$ $(1.1)^{-6} *2400 = 1354.74$
		9895.14

V(VAN) = 2 400 $(1,1)-^2$ + 9 600 $(1,1)^{-4}$ x + 2 400 $(1,1)^{-6}$ = **9 895,14.**

σ = √ 9 895,14 = 99,47

3- Comparaison entre les deux projets

Si on compare les deux projets P1 et P2

	Projet 1	Projet 2
E(VAN)	+201.05	+212.50

σ (VAN)	+99.47	+108.42
CV	0.49	0.51

Nous pouvons constater que le projet P2 propose :

– une rentabilité plus élevée,

– un risque également plus important. Dans ce cas et suivant le CV , on choisit le projet 1.

Exercice 2

1- **Calcul de la VAN espérée**

CI = 9000 $

E(VAN) = Somme des E(CF) actualisées – Investissement.

Pour le calcul de l'espérance mathématique, la formule est la suivante :

E (VAN) = $\sum_{t=0}^{N} \frac{E(CFT)}{(1+i)^t} - CI$

E(VAN) = E (CF1$(1.1)^{-1}$ + CF2$(1.1)^{-2}$ –CI

Années	E(cash flows)	E(CF) actualisés
1 2	(4000*0.1) + (5000*0.25) + (6000*0.3) + (7000*0.25) + (8000*0.1) = 6 000 (3000*0.1) + (4000*0.25) + (5000*0.3) + (6000*0.25) + (7000*0.1) = 5 000	6 000 * $(1.1)^{-1}$ = 5 454.54 5 000*$(1.1)^{-2}$ = 4 132.23
Total		9 586.77

E(VAN) = 9 586.77 – 9 000 = **+ 586.77 > 0 donc** Le projet est rentable.

2- **Calcul de la variance et de l'écart type de la VAN**

VAR (VAN) = $\sum_{t=1}^{N} VAR(CF)(1+i)^{-2t}$

VAR(VAN) = V(CF1) $(1,1)^{-1*2}$ + V(CF2) $(1,1)^{-2*2}$

VAR(VAN) = V(CF1) $(1,1)^{-2}$ + V(CF2) $(1,1)^{-4}$ +

Remarque *:* I a disparu car la variance d'une constante est égale à 0. Avec V(CF) = **Σ** P (CF²) – E(CF)²

	VAR (Cash flows)	VAR (CF) actualisés

1 2	$((4000^2*0.1) + (5000^2*0.25) + (6000^2*0.3) + (7000^2*0.25) + (8000^2*0.1)) - 6\ 000^2 = 1\ 300\ 000$ $((3000^2*0.1) + (4000^2*0.25) + (5000^2*0.3) + (6000^2*0.25) + (7000^2*0.1)) – 5\ 000^2 = 1\ 300\ 000$	$(1.1)^{-2} * 1300000 = 1074380.16$ $(1.1)^{-4} *1300000= 887917.49$
		1 962 297.65

V(VAN) = 1 962 297.65

σ = √ 1 962 297.65 **= 1 400.82**

3- Calcul de la probabilité VAN ≤ 0

P(VAN ≤ 0) = P(z ≤ - E(VAN)/ σ (VAN))

P(VAN ≤ 0) = P(z ≤ - 586.77/ 1400.82)

P(VAN ≤ 0) = P(z ≤ - 0.41) = 0.6591

1-P (z > 0.41) = 1- 0.6591 = 0.3409 = 34%

Il y a 38% de risque que la VAN soit négative

Exercice 3

a- Critère de WALD

On doit maximiser ses gains minimums. On choisit le résultat (le gain) le plus faible de chaque stratégie de production de la matrice de gain et de choisir la stratégie qui correspond au résultat le plus élevé. Les gains minimums correspondent à la première colonne de la matrice de gain soit : **20, 14, 8, 5, -1, -4, -10**. Parmi ces minimums de gain on doit choisir le maximum qui est **20**, donc on choisit **la stratégie A_1** qui est la plus convenable selon *Wald*.

b- Critère de LAPLACE

Cette méthode consiste à calculer la moyenne arithmétique des gains pour chaque stratégie et de retenir la stratégie qui présente la moyenne la plus élevée. On aura ainsi :

A_1 = (20+20+20+20+20+20+20)/7=20,00

A_2 = (14+22+22+22+22+22+22)/7=20,80

A_3 = (8+16+24+24+24+24+24)/7=20,50

A_4 = (5+13+21+25+25+25+25)/7=19,80

A_5 = (-1+7+15+19+27+27+27)/7=17,20

A_6 = (-4+4+12+16+24+28+28)/7=15,40

A_7 = (-10-2+6+10+18+22+30)/7=10,50

On retient alors **la stratégie A_2** qui présente la moyenne la plus élevée.

c- Critère de SAVAGE

On doit d'abord calculer la matrice de regret. Le regret est ainsi égal à la différence entre le gain réalisé et le gain le plus favorable (élevé) de chaque colonne.

La *matrice de regret* construite à partir de la matrice de gain de est la suivante :

	p D	2000	2200	2400	2500	2700	2800	3000
A1	2000	0	2	4	5	7	8	10
A2	2200	6	0	2	3	5	6	8
A3	2400	12	6	0	1	3	4	6
A4	2500	15	9	3	0	2	3	5
A5	2700	21	15	9	6	0	1	3
A6	2800	24	18	12	9	3	0	2
A7	3000	30	24	18	15	9	6	0

Savage conseille de choisir la stratégie de production qui rend minimum le regret maximum. Ainsi et en se référant à la matrice de regret, on a les regrets maximum qui sont : **A_1=10, A_2=8, A_3=12, A_4=15, A_5=21, A_6=24, A_7=30**. Donc selon cette méthode, on doit choisir la stratégie **A_2=8** qui rend minimum le regret maximum.

d- Critère d' Hurwitz

On doit calculer l'espérance mathématique comme suit :

$E(VAN) = \beta\ (VAN_{max}) + (1-\beta)(VAN_{min})$

$E(A_1)=0,7\times20+0,3\times20=20,00$

$E(A_2)=0,7\times22+0,3\times14=19,60$

$E(A_3)=0,7\times24+0,3\times8=19,20$

$E(A_4)=0,7\times25+0,3\times5=19,00$

$E(A_5)=0,7\times27+0,3\times(-1)=18,60$

$E(A_6)=0,7\times28+0,3\times(-4)=18,40$

$E(A_7)=0,7\times30+0,3\times(-10)=18,00$

On doit choisir la stratégie de production qui assure le maximum de gain c'est-à-dire la stratégie $\mathbf{A_1}$.