L_2 Université A.MIRA–Bejaia
Faculté de Technologie
Départements de 2ème Année (ELT–ELM–ATE)
® 2023–2024

Série d'Exercices sur les Intégrales Simples et Multiples

Exercice 1 (**Intégrales simples**) :

1. En décomposant en éléments simples, calculer :
   $\int_{-1}^{1} \frac{2}{x^2+2\sqrt{3}x+3}dx$; $\int_{2}^{e} \frac{2}{x^2-1}dx$; $\int_{1}^{2} \frac{1}{x^3+1}dx$.
2. En utilisant l'intégration par parties, calculer les intégrales suivantes :
   $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (2x+3)\sin(2x)dx$; $\int_2^e \ln(x^2-1)dx$; $\int_1^e \ln^2(x)dx$.
3. En utilisant l'intégration par changement de variables, calculer :
   $\int_e^{e^2} \frac{2}{x\sqrt{\ln(x)}}dx$; $\int_0^{\ln(2)} \frac{e^{3x}}{e^{2x}+1}dx$.

Exercice 2 (**Intégrales doubles**) :

I. Soit $D_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ 1 \leq x \leq \sqrt{2};\ 0 \leq y \leq 2\}$.
– Calculer $I_1 = \int\int_{D_1} ye^{xy}dxdy$.

II. Soit $D_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$.
– Calculer $I_2 = \int\int_{D_2} y\cos(x)dxdy$.

III. Soit le domaine $D_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ 0 \leq x-y \leq 1;\ 1 \leq x+2y \leq 2\}$.
1. Tracer le domaine D_3.
2. En utilisant un changement de variables adéquat, calculer l'intégrale double suivante :

$$I_3 = \int\int_{D_3} \sqrt{(1-x^2+2xy-y^2)(x+2y)}dxdy.$$

VI. Soient $D_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x \geq 0;\ y \geq 0;\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 2\}$ et
$D_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x \leq 0;\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\}$.
1. Tracer les deux domaines.
2. Calculer $I_4 = \int\int_{D_4} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}dxdy$ et $I_5 = \int\int_{D_5}(2x^2-y^2)dxdy$.

Exercice 3 (**Intégrales triples**) :

I. Soit le domaine $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ 0 \leq x \leq 2;\ 0 \leq y \leq 4;\ 0 \leq z \leq 3\}$
– Calculer l'intégrale triple suivante :

$$\int\int\int_V xyz^2e^{x^2y}dxdydz.$$

II. Soit le domaine $V_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ 0 \leq x \leq 2;\ 0 \leq y \leq x;\ 0 \leq z \leq x^2+y^2\}$.
– Calculer $\int\int\int_{V_1}(3x+2y)dxdydz$.

III. Soit $V_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ x \geq 0;\ y \geq 0;\ z \geq 0;\ z^2 \leq 1-x^2-y^2\}$.
– En utilisant l'intégration par changement de variables, calculer l'intégrale triple suivante : $\int\int\int_{V_2} z\sin(x^2+y^2)dxdydz$.

VI. Soit $V_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ z \geq 0;\ x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$.
– En utilisant l'intégration par changement de variables, calculer l'intégrale triple suivante : $\int\int\int_{V_3} xyzdxdydz$.
