Série de TD n°2 ((à traiter en 4 séances)

Exercice 1:

Un point matériel M est animé d'un mouvement rectiligne suivant l'axe (OX). Son équation horaire est :

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - 7t$$

Déterminer :

1. Les expressions de la vitesse et de l'accélération du point matériel.
2. Les instants où le point matériel passe par l'origine.
3. Les instants où le point matériel s'arrête.
4. Les périodes durant lesquelles le point matériel se déplace vers les x positifs et négatifs.
5. Les périodes pendant lesquelles le mouvement de ce point matériel est accéléré ou retardé.

Exercice 2 :

Dans un repère cartésien $R(Ox\ y)$, les coordonnées d'un point matériel M sont données en fonction du temps comme suit :

$$x(t) = \sqrt{3}\,t$$

$$y(t) = t(\sqrt{2}\,t - 1)$$

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du point M.

2. Déterminer composantes et les modules des vecteurs vitesse et accélération à l'instant t.

3. Discuter la nature du mouvement de M en fonction de t.

4. Trouver les composantes tangentielle et normale de l'accélération de M. En déduire le rayon de courbure R_C de sa trajectoire.

5. Donner les composantes du vecteur unitaire $\overrightarrow{u_T}$ de la base intrinsèque (base de Frénet) en fonction du temps t.

Exercice 3 :

Un point matériel M se déplace dans le plan (OXY). Les équations horaires de son mouvement en coordonnées cartésiennes sont données par :

$$x(t) = t\cos t\ ; y(t) = t\sin t$$

1. Donner les coordonnées polaires (ρ,θ) de M. Déduire l'équation polaire de sa trajectoire (ρ en fonction de θ).

2. Dans la base locale des coordonnées polaires $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$, écrire le vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ et déterminer les vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ de M ainsi que leurs modules.

Exercice 4 :

Dans un plan OXY, une particule M est repérée à tout instant t par ses coordonnées polaires (ρ, θ) telles que : $\begin{cases} \rho(t) = 1 \\ \theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$ où α est une constante positive.

1. Trouver l'expression de l'équation de la trajectoire de M en coordonnées cartésiennes. Déduire sa nature.

2. Dans la base locale $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$ associée aux coordonnées polaires, déterminer les vecteurs position, vitesse et accélération de la particule M. Déduire leurs modules.

3. Trouver l'abscisse curviligne $S(t)$ de M sachant qu'à l'instant $t = 0\ s, S(0) = 0$.

Exercice 5 :

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, les coordonnés cartésiennes, en fonction du temps t, d'un mobile M, assimilé à un point matériel, sont :

$$x(t) = 2\cos(3t)\ ; y(t) = 2\sin(3t)\ ; z(t) = -5t$$

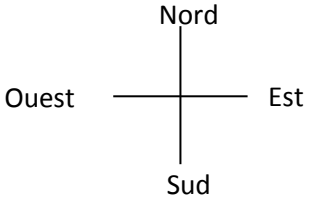
1. Quelle la nature de la trajectoire de M dans la plan (OXY) ? Quelle est la nature de la trajectoire de M suivant l'axe (OZ) ? Conclure. Représenter la trajectoire de M en indiquant le sens de déplacement.
2. Donner les coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) de M.
3. Dans la base des coordonnées cylindriques, donner le vecteur position et déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération ainsi que leurs normes.

Exercice 6 :

Un bateau prend la mer en direction du nord-ouest (60°) à la vitesse de 4 km/h par rapport à l'eau. Le mouvement du bateau par rapport à la terre s'effectue dans la direction de l'ouest à la vitesse de 5 km/h.

- Identifier les différents paramètres de ce mouvement relatif (Mobile, référentiel absolu, référentiel relatif , les vitesses).

- Calculer la vitesse et la direction du courant ?



Exercice supplémentaires

Exercice S1 :

Une voiture est stationnée à 100 m d'un piéton immobile. A un instant donné, elle démarre et roule en ligne droite avec une accélération constante de $5\ m.s^{-2}$.

1. Quelle est la nature du mouvement de la voiture ?
2. Ecrire l'expression de la vitesse de la voiture en fonction du temps. Ecrire l'expression de sa position en fonction du temps.
3. Quelle est la position de la voiture au bout de 10 secondes. A-t-elle atteint le piéton au bout de ce temps ?
4. Une seconde voiture démarre du même endroit en ligne droite avec une accélération constante mais met le double de temps pour atteindre l'individu. Quelle est la nature du mouvement de cette deuxième voiture ? Déterminer son accélération.

Exercice S2 :

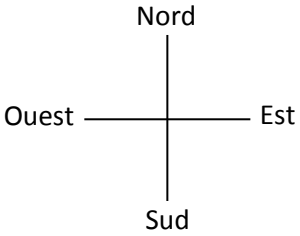
Dans un plan OXY, une particule M est repérée à tout instant t par ses coordonnées polaires (ρ, θ) telles que : $\begin{cases} \rho(t) = b\cos(\omega t) \\ \theta(t) = \omega t \end{cases}$ où b et ω sont des constantes positives.

1- Dans la base locale $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ associée aux coordonnées polaires, déterminer les vecteurs position, vitesse et accélération de la particule M.

2- Toujours dans la même base, déterminer puis représenter les vecteurs position, vitesse et accélération aux instants $t_1 = 0s$ et $t_2 = \frac{\pi}{4\omega} s$.

Exercice S3:

Un avion se déplace vers le Nord à la vitesse $\vec{w}$ par rapport au vent. Si le vent souffle à la vitesse $\vec{u}$ dans la direction Ouest-Est et la vitesse de l'avion par rapport à la terre est $\vec{v}$.



1. Identifier chacune des vitesses $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ aux vitesses absolue $\vec{v}_a$, relative $\vec{v}_r$ et d'entraînement $\vec{v}_e$.

2. Quelle est la direction de la vitesse de l'avion $\vec{v}$. Faites un schéma.

3. Calculer la vitesse du vent par rapport à la terre.

A.N. $w = 240km/h, v = 260km/h$.

Exercice S4 :

L'abscisse curviligne d'un point matériel décrivant un cercle de rayon R est $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt,\ a$ et b étant des constantes.

1. Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération.

2. Quel est l'angle θ balayé par le point matériel au cours du temps sachant qu'à $t = 0, \theta = 0$.

Exercice S5 :

À partir du graphe de la vitesse en fonction du temps t (figure ci-contre) :

1. Tracer le diagramme des accélérations dans l'intervalle de temps $[0\ s, 10\ s]$.

2. Préciser la nature des différentes phases du mouvement.

3. Calculer la distance totale parcourue par le mobile.

4. Déterminer les équations paramétriques donnant la position et la vitesse du mobile en fonction du temps pour la première phase.

5. Donner les positions du mobile aux instants $t = 2\ s\ et\ t = 4\ s$.

