Interrogation N°2 de Physique 1

Corrigé

Dimanche 7 décembre 2025 **Durée : 30 mn**

Nom :............................Prénoms :.......................................Groupe : B3G

Exercice

Un mobile ponctuel **M** a une vitesse $\vec{v}(t) = \alpha e^{-\lambda t}\,\vec{e}_\theta$ en coordonnées polaires. α et λ sont des constantes positives. La position initiale du mobile est donnée par $\theta(t=0) = 0$ et $\rho(t=0) = \rho_0$.

On se propose d'étudier le mouvement de M.

1. Exprimer les équations temporelles du mouvement $\rho(t)$ et $\theta(t)$.
2. Calculer le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de M en coordonnées polaires.

Rappels

En coordonnées polaires la position, la vitesse et l'accélération sont données par :

$$\vec{\rho} = \rho\,\vec{e}_\rho$$

$$\vec{v} = \dot{\rho}\,\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

Réponses

$$\vec{v}(t) = \alpha e^{-\lambda t}\vec{e}_\theta = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

1. $\dot{\rho}(t) = 0 \Rightarrow \rho = cte = \rho_0$.

$$\rho\dot{\theta} = \alpha e^{-\lambda t} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{\alpha}{\rho_0} e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{\alpha}{\rho_0} e^{-\lambda t} \Rightarrow \theta = \int \frac{\alpha}{\rho_0} e^{-\lambda t} dt = \frac{\alpha}{\rho_0}\cdot\frac{-1}{\lambda} e^{-\lambda t} + C$$

$$\theta(0) = 0 \Rightarrow \frac{-\alpha}{\rho_0\lambda} + C = 0 \Rightarrow C = \frac{\alpha}{\rho_0\lambda}.$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \theta(t) = \dfrac{\alpha}{\lambda\rho_0}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) \\ \rho = \rho_0 \end{cases}$$

$$\theta = \frac{\alpha}{\lambda\rho_0}(1 - e^{-\lambda t})$$

$$\dot{\theta} = \frac{\alpha\lambda}{\lambda\rho_0} e^{-\lambda t} = \frac{\alpha}{\rho_0} e^{-\lambda t}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{\lambda\alpha}{\rho_0} e^{-\lambda t}.$$

2. $$\vec{a} = (\cancel{\ddot{\rho}} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + \cancel{2\dot{\rho}\dot{\theta}})\vec{e}_\theta$$

$$= -\rho_0\dot{\theta}^2\vec{e}_\rho + \rho_0\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$= -\rho_0\left(\frac{\alpha}{\rho_0}\right)^2 e^{-2\lambda t}\vec{e}_\rho + \rho_0\left(-\frac{\lambda\alpha}{\rho_0} e^{-\lambda t}\right)$$

$$\boxed{\vec{a} = -\frac{\alpha}{\rho_0} e^{-2\lambda t}\vec{e}_\rho - \lambda\alpha e^{-\lambda t}\vec{e}_\theta}$$

Interrogation N°2 de Physique 1

Dimanche 7 décembre 2025 Corrigé **Durée : 30 mn**

Nom :..............................Prénoms :......................................Groupe : B3D

Rappels

En coordonnées polaires la position, la vitesse et l'accélération sont données par :

$$\vec{\rho} = \rho\,\vec{e}_\rho$$

$$\vec{v} = \dot{\rho}\,\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

Exercice

Un mobile ponctuel **M** a une vitesse $\vec{v}(t) = \alpha e^{-\lambda t}\,\vec{e}_\rho$ en coordonnées polaires. α et λ sont des constantes positives. La position initiale du mobile est donnée par $\theta(t = 0) = 0$ et $\rho(t = 0) = \rho_0$.

On se propose d'étudier le mouvement de M.

1. Exprimer les équations temporelles du mouvement $\rho(t)$ et $\theta(t)$.
2. Calculer le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de M en coordonnées polaires.

Réponses

1) * $\vec{v}(t) = \alpha e^{-\lambda t}\vec{e}_\rho \Rightarrow \rho\dot{\theta} = 0$

$\Rightarrow \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = 0 \Rightarrow \theta(t) = cte$

Comme $\theta(0) = 0 \Rightarrow \boxed{\theta(t) = 0}$

* $\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = \alpha e^{-\lambda t} \Rightarrow \rho(t) = \int \alpha e^{-\lambda t} dt = -\frac{\alpha}{\lambda} e^{-\lambda t} + C$

$\rho(0) = \rho_0 \Rightarrow -\frac{\alpha}{\lambda} + C = \rho_0 \Rightarrow C = \rho_0 + \frac{\alpha}{\lambda}$

Donc $\boxed{\rho(t) = -\frac{\alpha}{\lambda} e^{-\lambda t} + \frac{\alpha}{\lambda} + \rho_0 = \frac{\alpha}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) + \rho_0}$

2) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha\lambda e^{-\lambda t}\vec{e}_\rho + \alpha e^{-\lambda t}\frac{d\vec{e}_\rho}{dt}$

$\vec{a}(t) = -\alpha\lambda e^{-\lambda t}\vec{e}_\rho + \alpha e^{-\lambda t}\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$

Comme $\dot{\theta}(t) = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{a}(t) = -\alpha\lambda e^{-\lambda t}\vec{e}_\rho}$