Série de TD N°3

Exercice 1 :

Un point matériel Mde masse m subit une force, dont l'expression en fonction du temps est donnée par :

$$\vec{F}(t) = bcos(\omega t)\,\vec{\imath}$$

Où b et ω sont des constantes positives non nulles. Déterminer les expressions de l'accélération $\vec{a}(t)$, la vitesse $\vec{v}(t)$ et le vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ de M. En déduire la relation entre $\vec{F}(t)$ et $\overrightarrow{OM}(t)$. Donner l'expression de la quantité de mouvement $\vec{P}(t)$ de M.

Exercice 2 :

Le Soleil a une masse de 1.99×10^{30} kg, la Terre a une masse 5.98×10^{24} kg et la Lune a une masse de 7.36×10^{22} kg. Le rayon moyen de l'orbite de la Terre autour du Soleil est 1.495×10^{11} m, celui de l'orbite de la Lune autour de la Terre est 3.84×10^{8} m.

1. Quelle est la valeur moyenne de la force gravitationnelle entre le Soleil et la Terre.
2. Quelle est la valeur moyenne de la force gravitationnelle entre la Lune la Terre.

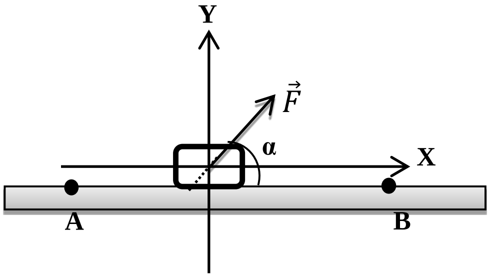
Exercice 3 :

Une boite, assimilée à un point matériel de masse $m = 5\ kg$, se déplace sans vitesse initiale sous l'action d'une force d'entrainement $\vec{F}$du point A au point B sur un plan horizontal, la force $\vec{F}$ faisant un angle α=30° par rapport au plan horizontal (voir la figure ci-contre).

Le plan exerce sur la boite une réaction normale $\vec{R}$ ainsi que des frottements solides $\overrightarrow{f_s}$ et $\overrightarrow{f_c}$ tel que la force de frottement statique $f_s = 8.86\ N$ et le coefficient de frottement cinétique est $\mu_c = 0.1$, On prend $g = 9.81 m.s^2$

Partie 1 : A l'équilibre

1- Représenter les différentes forces agissant sur la boite.
2- Ecrire le principe fondamental de la dynamique (PFD) appliqué au mouvement de la boite (à l'équilibre).
3- Projeter l'équation vectorielle obtenue sur les deux axes (OX) et (OY).
4- Déterminer la valeur minimale de la force d'entrainement F_{min}, pour faire bouger la boite de sa position d'équilibre.
5- Déduire le coefficient de frottement statique μ_s.



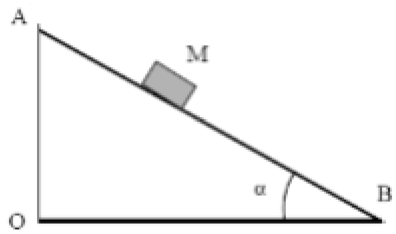
Partie 2 : En mouvement

On applique une force d'entrainement $F = 12N$ $(F > F_{min})$.

1- En appliquant le PFD sur la boite, déterminer l'expression de l'accélération a.Calculer sa valeur.
2- Quelle est la nature de son mouvement ?
3- Déterminer les expressions de sa vitesse $v(t)$ et son équation horaire $x(t)$, sachant que $x(t = 0) = 0$.
4- Quel est le temps t_b nécessaire à la boite pour qu'elle atteigne le point B, sachant que $AB = 5m$.

Exercice 4 :

Un paquet de masse m = 10 kg, supposé comme un point matériel, glisse sans vitesse initiale à partir du point A sur un plan incliné de hauteur $OA = h$ = 4m et de base $OB = h$ (voir figure ci-contre). Les frottements entre les surfaces en contact sont caractérisés par un coefficient cinétique μ_c = 0.5. On prend g = 9.81 $m.\, s^{-2}$.



1. Représenter et écrire les différentes forces agissant sur le paquet ;
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique ;
3. Projeter cette équation vectorielle selon les deux axes X et Y (qu'il faut définir), pour trouver les deux équations scalaires qui régissent le mouvement du paquet ;
4. En déduire les expressions de la force de frottement et de la force normale (réaction) en fonction de m, g, μ_c et α ;
5. Trouver l'expression de l'accélération a du paquet. Quelle est la nature de son mouvement ? En déduire celle de sa vitesse $v\,(t)$;
6. Donner l'équation horaire $x\,(t)$ du paquet ;
7. Quel est le temps nécessaire au paquet pour qu'il atteigne le point B ?

Exercice 5 :

Un homme fait tourner une balle de masse m assimilée à un point matériel M attachée à un fil de masse négligeable et de longueur $R = OM$. La trajectoire de la balle est un cercle de centre O qui se fait dans le plan vertical (OXY). On néglige les frottements ainsi que le mouvement de la main de l'homme.

1. Faire un schéma et établir un bilan des forces appliquées au point matériel M dans la base locale des coordonnées polaires $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ liée au point matériel.
2. Ecrire l'expression de $\vec{a}(M)$, le vecteur accélération du point matériel dans la même base.
3. Etablir l'équation vectorielle du mouvement à partir de l'application du principe fondamental de la dynamique.
4. Etablir les deux équations scalaires en projetant cette équation vectorielle selon les axes de la base locale des coordonnées polaires.
5. Parmi ces deux équations, identifier l'équation du mouvement.
6. Déterminer l'expression de la tension du fil T.
7. Pour que la balle reste sur le cercle, il faut que le fil ne se détende pas, c'est-à-dire qu'il faut que $T \geq 0$. Déterminer la vitesse minimale v_{min} que doit avoir la balle dans la plus haute position $(\theta = \pi/2)$ sans que le fil ne se détende.

Exercices supplémentaires

Exercice S1:

Un corps de masse $m = 10\ kg$, soumis à la force $F = (120t + 40)N$ se déplace suivant une ligne droite. Au temps t = 0, le corps occupe la position $x_0 = 5\ m$ avec une vitesse $v_0 = 6\ m/s$. Trouver la vitesse et la position du mobile en fonction du temps.

Exercice S2 :

Un corps de poids 80 N est posé sur la surface d'un plan horizontal rugueux. On applique à ce corps une force d'intensité 20 N faisant un angle de30° avec l'horizontale. Le coefficient de frottement statique étant 0,30.

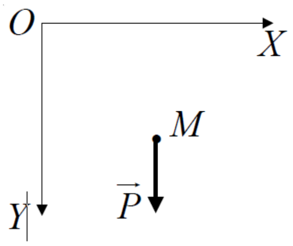
1. Quelle est l'intensité de la force de frottement ?
2. Quelle est l'intensité de la force normale ?
3. Quelle est l'intensité de la force de frottement maximale ?
4. Quelle doit être l'intensité de la force appliquée pour que le corps se décroche ?

Exercice S3 :

Un corps de masse m =10.2 kg glisse sur un plan horizontal rugueux sous l'effet d'une force d'intensité 20 *N*. La direction de la force fait un angle de 45° vers le haut avec l'horizontale. Le coefficient de frottement dynamique est 0,15. On prend $g = 9{,}8\ m/s^2$. Calculer :
1. La force normale, **2.** La force de frottement cinétique, **3.** La résultante des forces, **4.** L'accélération acquise.

Exercice S4 :

Un point matériel M de masse m vibre autour d'un axe horizontal OZ perpendiculaire au plan vertical (OX, OY) du mouvement. Sa position est définie à chaque instant par ses coordonnées cartésiennes. Calculer directement :

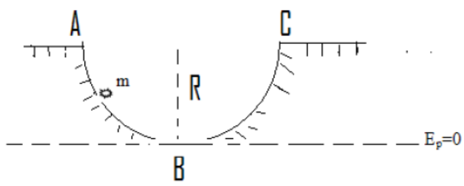


1. Le moment du poids $\vec{P}$ par rapport au point O, puis par rapport à l'axe OZ en fonction de x, g et m.
2. Le moment cinétique du point M par rapport au point O, puis par rapport à l'axe OZ en fonction de $m, x, y, \dot{x}\ et\ \dot{y}$.
3. Trouver l'équation du mouvement en appliquant le théorème du moment cinétique sur le point M.

Exercice S5 :

Une masse m glisse sans vitesse initiale d'un point A dans un demi-cercle de rayon R (voir figure ci-contre).

I - Si on néglige les frottements :
- **1-** Est-ce que l'énergie totale (mécanique) de la masse se conserve durant son mouvement ?
- **2-** Déterminer sa vitesse au point B.
- **3-** Quelle est la hauteur h_1 atteinte par la masse m?



II- Si on a la présence de frottements sur l'arc AB et la vitesse de la masse au point B vaut $\sqrt{gR}$, calculer le travail des forces de frottements. Quelle hauteur h_2 atteinte par la masse si l'arc BC est lisse (pas de frottements).
III- si on suppose qu'on se trouve dans le 2ème cas, et la masse m démarre avec une vitesse initiale v_0. On remarque qu'elle arrive au point C avec une vitesse nulle. Déterminer le travail de la force de frottement. Calculer la vitesse de la masse au point B.

Exercice S6 :

On considère un pendule élastique vertical constitué d'un ressort de constante de raideur $k=20N/m$ et d'un corps solide de masse $m = 200g$.
On écarte le corps *S* verticalement vers le bas à partir de sa position d'équilibre d'une distance égale à 3cm et on le lâche sans vitesse initiale.
A l'instant $t=0$ le corps passe de la position d'équilibre stable G_o dans le sens positif.

1. Déterminer l'allongement du ressort à l'équilibre Δl_0
2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement.
3. Donner l'équation horaire du mouvement.
4. Déterminer la période propre du mouvement. On donne $g=10N/kg$.