

## Série de TD n°4 Travail et Energie (à traiter par les chargés de cours)

### Exercice 1

Dans la base vectorielle  $(\vec{i}, \vec{j})$  d'axes  $Ox$  et  $Oy$ , un point matériel est soumis à une force:

$$\vec{F}(x, y) = (2xy)\vec{i} + (x^2)\vec{j}$$

1. La force  $\vec{F}$  est-elle conservative ?
2. Sous l'action de cette force  $\vec{F}$ , le point matériel se déplace du point  $O(0,0)$  au point  $A(2,0)$ .  
Calculer le travail reçu par ce point matériel (le travail de la force  $\vec{F}$ ) lors de ce déplacement.
3. Calculer le travail de la force  $\vec{F}$  quand le point est déplacé du point  $A(2,0)$  au point  $B(2,4)$ .
4. Calculer le travail total lors de ces deux déplacements successifs.
5. Calculer le travail de la force  $\vec{F}$  quand le point matériel se déplace suivant la courbe  $y = x^2$  comprise entre les deux points  $O$  et  $B$  directement sans passer par le point  $A$ .
6. Est-elle une force conservative ? Pourquoi ?

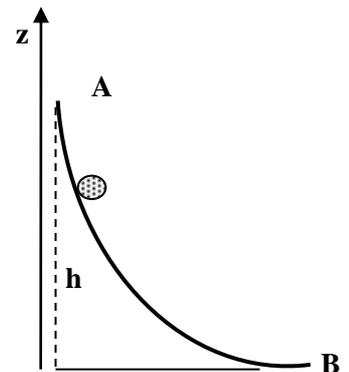
### Exercice 3

L'énergie potentielle d'un point matériel est donnée par  $E_p = k(x^2 + y^2 + z^2)$  où  $k$  est une constante. Quelle est la force agissant sur ce point ?

### Exercice 03

Sur une piste  $AB$ , Une bille de masse  $m$  est lâchée du point  $A$  sans vitesse initiale. La bille parvienne le point  $B$  de la piste avec une vitesse  $v_B = 6m/s$ . La hauteur de la piste  $AB$  est  $h = 2m$ . On prend  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

- 1- Montrer que la bille est soumise à des forces de frottement.
- 2- Calculer le travail de ces forces entre le point  $A$  et  $B$  si la masse de la bille est  $m = 3kg$



## Exercices supplémentaires

### Exercice S1

Dans une base cartésienne  $(\vec{i}, \vec{j})$  d'axes  $Ox$  et  $Oy$ , un point matériel est soumis à une force  $\vec{F}(x, y)$ , telle que:

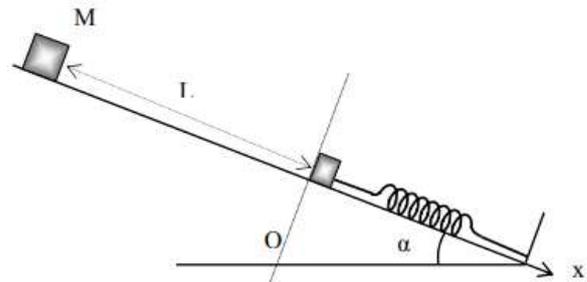
$$\vec{F}(x, y) = (x^2y^3)\vec{i} + (x^3y^2)\vec{j}$$

1. Trouver le travail fourni par cette force le long de ligne droite menant du point  $(0,0)$  au point  $(1,1)$ .
2. Montrer que cette force est conservative.
3. Trouver l'expression de l'énergie potentielle  $E_p(x, y)$  de laquelle la force  $\vec{F}$  dérive.

### Exercice S2

Un objet assimilé à un point matériel  $M$  de masse  $m$  est abandonné sans vitesse initiale sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale où les frottements sont nulles. Après une distance  $L$ , l'objet rencontre un butoir solide d'un ressort idéal de masse négligeable et de raideur  $k$  (voir figure ci-contre).

1. Etablir un bilan des forces qui travaillent lors du mouvement de l'objet. Ces forces dérivent-elles d'une énergie potentielle ?
2. En prenant l'origine des énergies potentielles au point de contact  $O$ , exprimer chacune des énergies potentielles.
3. Ecrire l'énergie mécanique à l'instant initial. Ecrire l'énergie mécanique quand l'objet atteint le butoir ( $x = 0, v = v_0$ ). Ecrire l'énergie mécanique quand le ressort est comprimé ( $x > 0$ ). Quelle est la relation entre les énergies mécaniques trouvées à divers instants ? (justifier votre réponse)
4. En déduire  $x_{max}$ , la compression maximale du ressort.



### Exercice S3

On considère le système mécanique représenté sur la figure ci-contre. Il est formé par un parcours  $ABC$  et un solide de masse  $m = 20g$ , assimilable à un point matériel. La partie  $AB$  est rectiligne confondue avec le plan horizontal. La partie  $BC$  est une boucle circulaire de rayon  $r$ . On repère le solide dans cette boucle par l'abscisse angulaire  $\theta = \widehat{BOM}$ . Les frottements sont négligeables sur tout le parcours  $ABC$ . On prend l'état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal et l'axe  $(Oz)$  orienté vers le haut. On donne  $g = 10 N/kg$ .

1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur du solide en fonction de  $m, g$  et  $z$  l'altitude du solide mesurée à partir de l'état de référence choisi.
2. Déduire l'énergie potentielle de pesanteur au point  $M$  en fonction de  $m, g, r$  et  $\alpha$ .
3. Pour quelle position l'énergie potentielle de pesanteur est maximale ? Justifier votre réponse.
4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du solide aux points suivants :  $A, B$  et  $C$ , sachant que le solide arrive au point  $C$  avec une vitesse  $v_C$ .
5. Montrer que le solide parcourt le périmètre du boucle, on doit avoir  $E_C(A) > 2mgr$ .



6. On donne  $r = 1.5 \text{ m}$ , calculer la valeur de la vitesse initiale  $v_A$  pour que le solide arrête au point C.

#### **Exercice S4**

On laisse tomber un objet de masse  $m = 1 \text{ kg}$  du haut d'une tour de hauteur  $h = 50 \text{ m}$  avec une vitesse initiale  $v_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Désignons par  $v_s$  la vitesse de l'objet au niveau du sol.

1. Calculer l'énergie cinétique de l'objet à l'instant initial.
2. Ecrire l'expression de l'énergie cinétique de l'objet lorsqu'il arrive au niveau du sol en fonction de  $v_s$ .
3. Quelles sont les forces agissant sur l'objet pendant sa chute en l'absence de frottement ? Exprimer le travail de chacune de ces forces.
4. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique. En déduire  $v_s$  la vitesse de l'objet et son énergie au niveau du sol. g). En déduire la valeur de son énergie cinétique lorsqu'il arrive au niveau du sol.

On suppose maintenant que la force de frottement de l'air existe et a comme valeur 1 N.

1. Exprimer le travail de la force de frottement de l'air.
2. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique en présence de la force de frottement de l'air. En déduire  $v_s$  la valeur de l'énergie cinétique du corps lorsqu'il arrive au niveau du sol