Université A. Mira de Bejaïa
Faculté de Technologie
Département de Technologie (1ère année ingénieur)

Série N°02 (Cinématique)

Exercice 01

Un point matériel M est animé d'un mouvement rectiligne suivant l'axe(OX). Son équation horaire est :

$$x(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1$$

1. Déterminer les expressions de la vitesse et de l'accélération du point matériel.
2. Déterminer les instants où le point matériel s'arrête.
3. Déterminer les périodes durant lesquelles le point matériel se déplace vers les$x$ positifs et négatifs.
4. Déterminer les périodes pendant lesquelles le mouvement de ce point matériel est accéléré ou retardé.

Exercice02

Dans un référentiel$\mathfrak{R}$, un point M décrit un cercle de centre O et de rayon $r$avec une vitesse $\vec{V}\,(M/\mathfrak{R})$ de module $\left\|\vec{V}\,(M/\mathfrak{R})\right\| = \frac{V_0}{1+\alpha t}$où V_0 et αsont deux constantes positives.

1. Calculer l'abscisse curviligne $s(t)$ du point M sachant que $s(t = 0) = 0$.

2. En déduire la durée du 1er tour effectué par le point M.

3. Exprimer $\vec{\gamma}\,(M/\mathfrak{R})$ l'accélération du point M dans la base de Frénet.

Exercice 03

Les équations horaires d'un mouvement plan sont:

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 4(t^2 + 1) \end{cases}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire et quelle est sa nature.
2. Déterminer le vecteur vitesse et son module.
3. Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération. Trouver son module
4. Trouver les composantes normale et tangentielle du vecteur accélération (repère de Freinet). Déduire le rayon de courbure.

Exercice 04

Dans un repère R(O,$\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$), le vecteur accélération d'un mobile M est $\vec{a} = -5\vec{\jmath}$. A l'instant $t = 0,\overrightarrow{OM} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{v_0} = 5\vec{\imath} + 10\vec{\jmath}$

1. Trouver les expressions des vecteurs de vitesse et de position à l'instant t quelconque.
2. Quelle est l'équation de la trajectoire.
3. Déterminer les accélérations tangentielle$a_T$et normal $a_N$et déduire le rayon de courbure de la trajectoire. A quel instant la composante tangentielle de l'accélération est-elle nulle.

Exercice 05

On considère une courbe (C) sur laquelle se déplace un point matériel M d'abscisse curviligne $s(t)$. Le vecteur vitesse du point Mdans un repère orthonormé direct $\mathfrak{R}(O,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,,\vec{k}\,)$ est $\vec{V}\,(M/\mathfrak{R})$ de module V. On définit la base locale (ou base de Frenet) $(\vec{e}_T\,,\vec{e}_N\,,\vec{b}\,)$ telle que $\vec{V}\,(M/\mathfrak{R}) = V\vec{e}_T$.

1. Que désignent les vecteurs $\vec{e}_T$,$\vec{e}_N$et $\vec{b}$?

2. Quelle relation existe-t-il entre $s(t)$ et V ?

3. Montrer que le vecteur accélération du point M dans le repère $\mathfrak{R}$ est donné par :

$$\vec{\gamma}\,(M/\mathfrak{R}) = \frac{dV}{dt}\vec{e}_T + \frac{V^2}{R_c}\vec{e}_N$$

$R_c$étant le rayon de courbure de la trajectoire (C) au point M.

Exercice 06

Une voiture de course se déplace sur **une piste circulaire** de rayon b. La voiture part du repos et sa vitesse augmente linéairement avec le temps $v = \alpha t$ ($\alpha constante$).

1. Trouver L'abscisse curviligne s, sachant que à t=0s, s=0.
2. Calculer la composante tangentielle et normale de l'accélération
3. Trouver l'angle entre le vecteur de vitesse et d'accélération à l'instant t.

Exercice 07

Dans un plan OXY, une particule M est repérée à tout instant t par ses coordonnées polaires (ρ, θ) telles que :
$\begin{cases} \rho(t) = \mathrm{b}\cos(\omega t) \\ \theta(t) = \omega t \end{cases}$ où b et ω sont des constantes positives.

1. Dans la base locale $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ associée aux coordonnées polaires, déterminer les vecteurs position, vitesse et accélération de la particule M.

2. Toujours dans la même base, déterminer puis représenter les vecteurs position, vitesse et accélération aux instants $t_1 = 0s$ et $t_2 = \frac{\pi}{4\omega}s$.

Exercice 08

Dans un référentiel cartésien $\mathcal{R}(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, le mouvement d'un mobile M est décrit par les équations horaires suivantes :
$\vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) = e^{-\alpha t}\cos(\omega t) \\ y(t) = e^{-\alpha t}\sin(\omega t) \end{cases}$ Où α et ω sont des constantes réelles positives.
Dans la base des coordonnées polaires $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$, déterminer l'équation de la trajectoire, écrire le vecteur position, calculer les composantes des vecteurs vitesse et accélérations et donner leurs modules.

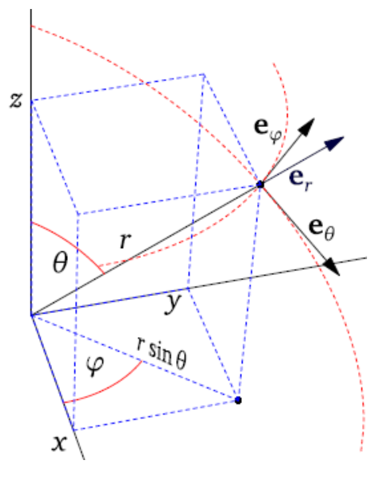
Exercice 09

Un point matériel se déplace sur une courbe (C) tel que sa position est donnée à chaque instant par :

$$\vec{r}(\mathrm{t}) = 3\cos(\mathrm{t})\,\vec{\mathrm{i}} + 3\sin(\mathrm{t})\,\vec{\mathrm{j}} + (4\mathrm{t} - 2)\vec{\mathrm{k}}$$

1. Trouver les expressions des vecteurs vitesse et accélération. En déduire leur module.
2. Trouver les expressions des vecteurs unitaires tangentiel $\vec{u}_t$ et normal $\vec{u}_n$ de la base intrinsèque. En déduire le rayon de courbure de la courbe (C) .
3. Ecrire le vecteur position $\vec{r}(\mathrm{t})$ dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ associée aux coordonnées cylindriques (ρ, θ, z).
4. Déduire les expressions des vecteurs vitesse et accélération dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

Exercice 10



Le repérage d'un point M dans l'espace en utilisant les coordonnées cartésiennes est donné par ses coordonnés (x, y, z) avec x : l'abscisse, y : l'ordonné et z : la hauteur (le côte). Le même point peut être repéré dans un autre système de coordonnés appelé « système de coordonnés sphérique par les coordonnés (r, θ, φ), avec r : le rayon, θ: la latitude et φ la longitude. Comme le montre la figure ci-contre.

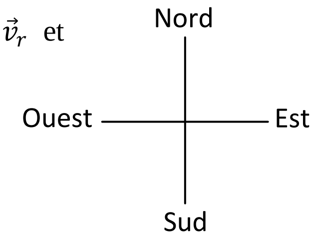
1. Ecrire les coordonnés (r, θ, φ) en fonction de (x, y, z).
2. Ecrire les coordonnés (x, y, z) en fonction de (r, θ, φ).

Le système de coordonnées sphérique est mené d'une base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$.

3. Ecrire le vecteur $\vec{e}_r$ en fonction des vecteurs de la base cartésienne $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$
4. Ecrire le vecteur position, vitesse et accélération en coordonnées sphériques

Exercice 11

Un avion se déplace vers le Nord à la vitesse $\vec{w}$ par rapport au vent. Si le vent souffle à la vitesse $\vec{u}$ dans la direction Ouest-Est et la vitesse de l'avion par rapport à la terre est $\vec{v}$.



1. Identifier chacune des vitesses $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ aux vitesses absolue $\vec{v}_a$, relative $\vec{v}_r$ et d'entraînement $\vec{v}_e$.

2. Quelle est la direction de la vitesse de l'avion $\vec{v}$. Faites un schéma.

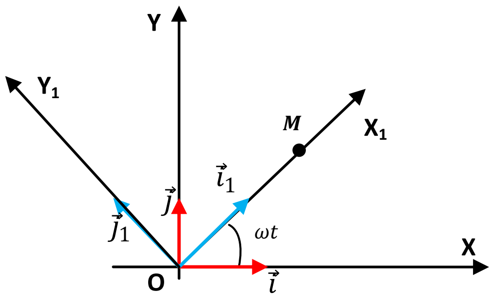
3. Calculer la vitesse du vent par rapport à la terre.

A.N. $w = 240 km/h, v = 260 km/h$.

Exercice 12

On considère un repère absolu $R(O, X, Y, Z)$de base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et un repère relatif $R_1(O, X_1, Y_1, Z_1 = z)$de base orthonormée $(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$. L'axe $\overrightarrow{OX_1}$ tourne au tour de l'axe $\overrightarrow{OZ}$ avec une vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$

La position d'un mobile M sur l'axe $\overrightarrow{OX_1}$ est donnée par $\overrightarrow{OM} = b\cos(\omega t)\vec{i}_1$ (b une constant positive).Dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ exprimer



1. La vitesse relative $\vec{v}_r$ et l'accélération relative$\vec{a}_r$ de la particule M.
2. Sa vitesse d'entrainement $\vec{v}_e$ et son accélération d'entrainement $\vec{a}_e$.
3. Son accélération de Coriolis $\vec{a}_C$.

Exercices Supplémentaires

Exercice S1

Un conducteur roule à une vitesse constante $v0 = 120\, kmh - 1$ sur une route réctiligne dépassant la limite autorisée. Un gendarme à moto démarre à l'instant où la voiture passe à sa hauteur et accélère uniformément. Le gendarme atteint la vitesse $100\, kmh - 1$ au bout de 12s.
1. Quel sera le temps nécessaire au gendarme pour rattraper la voiture ?
2. Quelle distance aura-t-il parcourue ?
3. Quelle vitesse aura-t-il atteinte ?

Exercice S2

Une particule M se déplace sur l'axe Ox, de vecteur unitaire $\vec{i}$, avec une accélérationnégative, proportionnelle à la vitesse à chaque instant□$\vec{a} = -kv\vec{i}$□ (k est une constantepositive). A l'instant$t$ = 0, elle passe en O avec une vitesse $v_0 = 20\, ms^{-1}$.
1. Déterminer la loi $v(x)$ (la vitesse au point x).
2. A quelle vitesse et à quel instant la particule passera-t-elle à 150 m de l'origine O, si lemodule de l'accélération à l'instant 0 vaut 2 m s-2 ?

Exercice S3

Un point matériel A décrit une courbe plane de coordonnées polaires :
$\theta = 2t^3 \rho = R$ tel que R constant.
1.Trouver les composantes de la vitesse et de l'accélération. Déduire leurs normes.
2. Exprimer la vitesse et l'accélération dans la base intrinsèque (Frenet).
3. Quel est le rayon de courbure ρ de la trajectoire ?
Sachant que le centre de courbure est donné par $\vec{C} = \overrightarrow{OM} + \frac{\rho^2}{v}\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{v}}{v}\right)$. Déterminer les coordonnées de ce centre C.
4. Montrer que $\vec{u}\theta = \vec{u}t$et $\vec{u}_N = -\vec{u}_\rho$

Exercice S4

Le passager d'une voiture observe que la neige tombe en formant un angle de 80°par rapport à la verticale lorsque celui-ci roule à une vitesse de $110\ km\ h-1$. Lorsque lavoiture s'arrête au feu rouge, le passager regarde la neige tomber et constate que celle-citombe verticalement. Calculer la vitesse de la neige par rapport au sol puis par rapportà la voiture qui roule à $110\ km\ h-1$.

Exercice S5

Dans un référentiel cartésien$\mathcal{R}(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, le mouvement d'un mobile$M$ est décrit par les équations horaires suivantes :

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) = e^{-\alpha t}\cos(\omega t) \\ y(t) = e^{-\alpha t}\sin(\omega t) \end{cases}$$ Oùα etω sont des constantes réelles positives.

Dans la base des coordonnées polaires$(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$, déterminer l'équation de la trajectoire, écrire le vecteur position, calculer les composantes des vecteurs vitesse et accélérations et donner leurs modules

Exercice S6

Un avion atteint une vitesse de $500\ km\ /\ h$ par rapport au vent. Le pilote établit une destination de $800 km$ vers nord, mais découvre qu'il faut diriger l'avion vers le nord-est avec un angle de $20{,}0°$ pout y voler directement. L'avion arrive à sa destination après $2.00\ h$.

1- Calculer la vitesse de l'avion par rapport au sol?

2- Calculer la vitesse de vent ainsi que sa direction?

Recommandations

L'assiduité des étudiants aux travaux dirigés et aux travaux pratiques est obligatoire tout au long du semestre.

- Le caractère obligatoire ou non de la présence en cours est laissé à l'appréciation de l'enseignant et doit être porté à la connaissance des étudiants.
- L'étudiant ouvre droit à 03 absences non justifiées ou 05 absences justifiées en TD. Au-delà, il est considéré comme exclu.
- Toute absence à une séance de TD doit être justifiée dans un délai ne dépassant pas les 72 heures. Le justificatif doit être délivré par l'administration avec son cachet.
- L'étudiant doit remettre une copie du justificatif à son enseignant dans un délai ne dépassant pas une semaine. Il doit garder une copie de ce justificatif.
- L'étudiant doit respecter le quart d'heure pédagogique (15 minutes) au début de chaque séance. Son accès après cette durée est laissé à l'appréciation de l'enseignant.
- En cas d'absence collective, la séance de TD est considérée faite et l'absence des étudiants sera validée.
- L'étudiant doit suivre les recommandations de l'administration et des ses enseignants.
- L'étudiant doit veiller au bon déroulement des séances d'enseignement, à la propreté des locaux, à la préservation du matériel pédagogique et au respect des règles de l'éthique et de la morale.
- La relation entre l'étudiant et ses enseignants doit être une relation de confiance et de respect.
- En cas de conflits, l'étudiant est invité à bien se comporter. Il doit également signaler au département tout abus ou absence.
- L'étudiant est invité à se présenter au département de Technologie pour tout questionnement ou éclaircissement.
- L'étudiant doit suivre l'affichage du département de technologie à travers le site elearning. L'accès à ce site est anonyme. L'étudiant n'a pas besoin de nom d'utilisateur et de mot de passe. La procédure est la suivante:

Google --->elearning Bejaia ------> affichage --------->choisir l'année (2022/2023) -----> choisir l'espace d'affichage du département de Technologie.

Exercice 01 :

1. $x(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1 \rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 18t + 12 \rightarrow a = \frac{dv}{dx} = 12t - 18$

2. Le mobile s'arrête→ $\boldsymbol{v = 0} \rightarrow 6t^2 - 18t + 12 \rightarrow \Delta = 36 \quad t_1 = \frac{18-6}{12} = 1s\,, t_2 = \frac{18+6}{12} = 2s$

3. matériel se déplace vers les$x$ positifs : $v > 0 \;\rightarrow t \in [0{,}1[\cup]2 \quad \infty[;$

matériel se déplace vers les$x$ négaitifs : $v < 0 \;\rightarrow t \in]1{,}2[$

4. $a = \frac{dv}{dx} = 12t - 18 \rightarrow t = \frac{3}{2} \rightarrow a < 0 \;\rightarrow t \in]0{,}3/2[\;\; et\; a > 0 \;\rightarrow t \in]3/2 \qquad +\infty[$

t		1	3/2	2
v	+	-	-	+
a	-	-	+	+
a.v	-	+	-	+

Exercice 02 :

1.$ds = \frac{dv}{dt} \rightarrow ds = vdt \rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t vdt \rightarrow s = \frac{V_0}{\alpha}\ln(1+\alpha t)$

2.$s = 2\pi r \rightarrow 1 + \alpha t = \exp\left(\frac{2\pi\alpha r}{V_0}\right) \rightarrow \frac{1-\exp\left(\frac{2\pi\alpha r}{V_0}\right)}{\alpha}$

3. L'accélération :$\vec{a} = a_T\overrightarrow{e_T} + a_N\overrightarrow{e_N} = \alpha\overrightarrow{e_T} + \frac{\alpha^2 t^2}{b}\overrightarrow{e_N}$

$$a_T = \frac{dv}{dt} = -\frac{V_0\alpha}{(1+\alpha t)^2}, \qquad a_N = \frac{v^2}{r} = \frac{V_0^2}{r(1+\alpha t)^2}$$

Exercice 03

1.l'équation de la trajectories:

$$\overrightarrow{OM} = \begin{cases} x = 2t \\ y = 4(t^2+1) \end{cases} \rightarrow y = x^2 + 4$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 8t \end{cases}$$

$$\vec{v} = 2\vec{\imath} + 8t\vec{\jmath}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2 + (8t)^2} = 2\sqrt{1+16t^2}$$

2.$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ v_y = \frac{dv_y}{dt} = 8 \end{cases}$

$$\vec{a} = 8\vec{\jmath}$$

$$\|\vec{a}\| = 8$$

3. Calcul de a_T, a_N et R_C

Accélération tangentielle: $a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{32t}{\sqrt{1+16t^2}}$

Accélération normale:$a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \frac{8}{\sqrt{1+16t^2}}$

Rayon de courbure: $a_N = \frac{v^2}{R_C} \Leftrightarrow R_C = \frac{v^2}{a_N} = \frac{1}{2}(1+16t^2)^{3/2}$

Exercice 04

1.$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \vec{v} = \int \vec{a}\,dt \rightarrow \begin{cases} v_x = \int a_x dt \\ v_y = -\int a_y dt \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x = c_x \\ v_y = -5t + c_y \end{cases} \grave{a}t = 0s\text{:}\begin{cases} 5 = c_x \\ 10 = 0 + c_y \end{cases}$ donc,

$\vec{v} = 5\vec{\imath} - (5t-10)\vec{\jmath}$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25 + (5t-10)^2} = 5\sqrt{1+(t-2)^2}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \to \vec{r} = \int \vec{v}\, dt \to \begin{cases} x = 5t + c1 \\ v_y = -\frac{5}{2}t^2 + 10t + c2 \end{cases}$ à $t = 0s$: $\begin{cases} 0 = c1 \\ 0 = c2 \end{cases}$ donc,

$$\vec{r} = 5t\vec{\imath} + 5\left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t\right)\vec{\jmath}$$

2. L'équationde la trajectoire:

$$\vec{r} = \begin{cases} x = 5t \\ y = 5\left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t\right) \end{cases} \to y = -\frac{x^2}{10} + 2x$$

3. Calcul de a_T, a_N et R_C

Accélération tangentielle: $a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{5(t-2)}{\sqrt{1+(t-2)^2}}$

Accélération normale:$a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \frac{5}{\sqrt{1+(t-2)^2}}$

Rayon de courbure: $a_N = \frac{v^2}{R_C} \Leftrightarrow R_C = \frac{v^2}{a_N} = \frac{5}{(1+(t-2)^2)^{3/2}}$

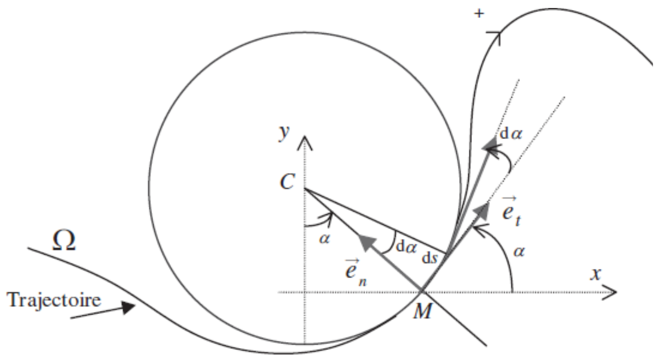
$$a_T = 0 \Leftrightarrow \frac{5(t-2)}{\sqrt{1+(t-2)^2}} \Leftrightarrow t = 2s$$

Exercice 05

1.$\vec{e}_T$: Vecteur unitaire tangent à la trajectoire en M et de même sens que le mouvement
$\vec{e}_N$: Vecteur unitaire normal à la trajectoire en M et dirigé vers le centre de la courbure
$\vec{b}$: Vecteur unitaire $\perp$ au plan qui contient les deux vecteurs $\vec{e}_T$et $\vec{e}_N$

2.Relation entre $s(t)$ et V

$V = \frac{ds}{dt}$



3.vecteur accélération du point M dans la base de frenet

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{e_t})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e_t} + v\frac{d\vec{e_t}}{dt}$$

Donc l'accélération tangentiel $\vec{a}_T = \frac{dv}{dt}\vec{e}_T$avec

$a_T = \frac{dv}{dt}$, $v = \|\vec{v}\|$

Calcul de $\frac{d\vec{e_t}}{dt}$

$$\frac{d\vec{e}_T}{dt} = \frac{d\vec{e}_T}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\vec{e}_T}{d\alpha}\frac{d\alpha}{ds}\frac{ds}{dt}$$

La dérivée du vecteur unitaire $\vec{e}_T$ par rapport à α correspond à un vecteur unitaire qui lui est perpendiculaire qu'on note$\vec{e}_N$ dirigé vers le centre du cercle osculateur C. Le vecteur $\vec{e}_N$est donc normal à la trajectoire au point M et dirigé vers la concavité de la courbe.

D'après la figure, l'arc de cercle$ds = R_C d\alpha$, donc,$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{R_C}$ avecR_C le rayon du cercle osculateur.

$\frac{ds}{dt} = \dot{s} = v$,

$\frac{d\vec{e}_T}{dt} = \frac{1}{R_C}v\vec{e}_N$, donc, $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_T + \frac{v^2}{R_C}\vec{e}_N$

Exercice 06

1. $ds = \frac{dv}{dt} \rightarrow ds = vdt \rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t vdt \rightarrow s = \frac{1}{2}\alpha t^2$

2. Le mouvement et circulaire (curviligne), alors le vecteur de vitesse s'exprima en cordonnées intrinsèque: $\vec{v} = \alpha t\vec{e}_T$

3. L'accélération, et $\vec{a} = a_T\vec{e}_T + a_N\vec{e}_N = \alpha\vec{e}_T + \frac{\alpha^2t^2}{b}\vec{e}_N$

4. L'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{a}$ est donné par: $cos\beta = \frac{\vec{v}.\vec{a}}{\|\vec{v}\|\|\vec{a}\|} = \frac{\alpha^2 t}{\alpha t\left(\frac{\alpha^4t^4}{b^2}+\alpha^2\right)^{1/2}} = \frac{b}{(b^2+\alpha^2t^4)^{1/2}} \rightarrow \beta = cos^{-1}(\frac{b}{(b^2+\alpha^2t^4)^{\frac{1}{2}}})$

Exercice 07

1.Vecteurs, position, vitesse et accélération

$$\rho = b\cos(\omega t), \quad \dot{\rho} = -b\omega\sin(\omega t), \quad \ddot{\rho} = -b\omega^2\cos(\omega t), \quad \theta = \omega t, \dot{\theta} = \omega, \quad \ddot{\theta} = 0$$

Vecteur position $\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{e_\rho} = \mathrm{b}\cos(\omega t)\overrightarrow{e_\rho}$

Vecteur vitesse : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\overrightarrow{e_\rho} + \rho\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} = b\omega\big(-\sin(\omega t)\overrightarrow{e_\rho} + \cos(\omega t)\overrightarrow{e_\theta}\big)$

Vecteur accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \big(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\big)\overrightarrow{e_\rho} + \big(2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta}\big)\overrightarrow{e_\theta} = -2b\omega^2\big(\cos(\omega t)\overrightarrow{e_\rho} + \sin(\omega t)\overrightarrow{e_\theta}\big)$

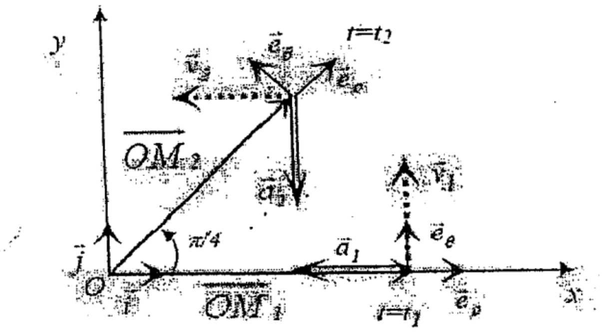
2.Détermination et représentation des vecteurs, position, vitesse et accélération aux instants t=0s et $t = \pi/4\omega s$

t(s)	**Positions**	**Vitesses**	**Accélérations**
t_1=0s	$\overrightarrow{OM}_1 = \rho\overrightarrow{e_\rho} = \mathrm{b}\overrightarrow{e_\rho}$	$\vec{v}_1 = b\omega\overrightarrow{e_\theta}$	$\vec{a}_1 = -2b\omega^2 e_\rho$
t_2=π/4ω s	$\overrightarrow{OM}_2 = \mathrm{b}\sqrt{2}/2\overrightarrow{e_\rho}$	$\vec{v}_2 = b\omega\big(-\sqrt{2}/2\overrightarrow{e_\rho} + \sqrt{2}/2\overrightarrow{e_\theta}\big)$	$\vec{a}_2 = -2b\omega^2\big(\sqrt{2}/2\overrightarrow{e_\rho} + \sqrt{2}/2\overrightarrow{e_\theta}\big)$

On a $\|\overrightarrow{OM_1}\| = b$ et $\|\overrightarrow{OM_2}\| = \mathrm{b}\sqrt{2}/2$, $\theta_1 = 0$,$\theta_2 = \pi/4$

$\|\overrightarrow{v_1}\| = \|\overrightarrow{v_2}\| = b$

$\|\overrightarrow{a_1}\| = \|\overrightarrow{a_2}\| = 2b\omega^2$



Exercice 08

$\rho = \sqrt{x^2+y^2} = e^{-\alpha t}$,$tg\theta = \frac{y}{x} = tg\omega t \rightarrow \theta = \omega t$, on a $t = \frac{\theta}{\omega}$ donc $\rho = e^{-\alpha\frac{\theta}{\omega}}$ (spirale logarithmique).

$\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{e_\rho} = e^{-\alpha t}\vec{e}_\rho$, $\vec{v} = \dot{\rho}\overrightarrow{e_\rho} + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta\vec{a} = \big(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\big)\overrightarrow{e_\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta}+\rho\ddot{\theta})\vec{e}_\theta$. On a $\dot{\rho} = -\alpha e^{-\alpha t}$,$\ddot{\rho} = \alpha^2e^{-\alpha t}$,$\dot{\theta} = \omega$ et $\ddot{\theta} = 0$, $\vec{v} = (-\alpha\overrightarrow{e_\rho} + \omega\vec{e}_\theta)e^{-\alpha t}$ et $\vec{a} = (\alpha^2e^{-\alpha t} - \omega^2e^{-\alpha t})\overrightarrow{e_\rho} - 2\alpha\omega e^{-\alpha t}\vec{e}_\theta$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{\alpha^2+\omega^2}e^{-\alpha t}$ et $\|\vec{a}\| =$