Corrigé type - Série n° 02

Exo 01 :

$N = 1060$ entreprises

$\bar{Y}$: nombre moyen d'employés par entreprise

1/ $\hat{\bar{Y}}_{st} = \sum_{h=1}^{k} \frac{N_h}{N} \bar{Y}_h$

$= \sum_{h=1}^{k} \frac{N_h}{N} \bar{y}_h$

$\hat{\bar{Y}}_{st} = \sum_{h=1}^{5} \frac{N_h}{N} \bar{y}_h = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{5} N_h \bar{y}_h$

$\hat{\bar{Y}}_{st} = \frac{1}{1060} \left[500(5) + 300(12) + 150(30) + 100(150) + 10(600) \right].$

$\hat{\bar{Y}}_{st} = \frac{31600}{1060} = 31$

$\boxed{\hat{\bar{Y}}_{st} = 29{,}51}$

La Précision : $\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{st}) = \sum_{h=1}^{5} \frac{N_h^2}{N^2} \frac{\hat{S}_h^2}{n_h}$

lorsque $n \geq 30$

TAR $\simeq$ TSR.

(1)

$$\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{st}) = \frac{1}{N^2}\left[\sum_{h=1}^{5} N_h^2 \cdot \frac{\hat{S}_h^2}{n_h}\right].$$

$$= \frac{1}{(1060)^2}\left[(500)^2 \cdot \frac{1{,}5}{120} + (300)^2 \cdot \frac{4}{800} + (150)^2 \cdot \frac{8}{60} + (100)^2 \frac{100}{25} + (10)^2 \cdot \frac{2500}{5}\right].$$

$$\boxed{\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{st}) = 0{,}089}$$

2) $IC_{\bar{Y}_{st}} = \left[\hat{\bar{Y}}_{st} \mp Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{st})}\right]$

$$= \left[29{,}81 \mp 1{,}96\sqrt{0{,}089}\right].$$

$$= \left[29{,}81 \mp 0{,}58\right]$$

Solution Exo 02 - Série n° 2

1/ La taille de la population (N)

$$N = \sum_{h=1}^{4} N_h = N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = 310 + 220 + 130 + 110 = 770$$

$N = 770$

2/ Le plan de sondage de type STP (stratifié proportionnel)

a) calcul des tailles des échantillons pour chacune des strates.

Nous avons $n = 77$, ~~alors~~ et $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$,

alors :

$$\begin{cases} n_1 = \frac{N_1}{N}(n) = \frac{310}{770}(77) = 31 \\ n_2 = \frac{N_2}{N}(n) = \frac{220}{770}(77) = 22 \\ n_3 = \frac{N_3}{N}(n) = \frac{130}{770}(77) = 13 \\ n_4 = \frac{N_4}{N}(n) = \frac{110}{770}(77) = 11 \end{cases}$$

d'où $31 + 22 + 13 + 11 = 77 = n$

1

h/ Estimation ponctuelle de la moyenne de la population ($\hat{\bar{Y}}_{st}$).

$$\hat{\bar{Y}}_{st} = \sum_{h=1}^{4} \frac{N_h}{N} \bar{y}_h = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{4} N_h \bar{y}_h$$

$$= \frac{1}{770} \left[310(5) + 220(10) + 130(15) + 110(3) \right]$$

$$= \frac{1}{770} \left[1550 + 2200 + 1950 + 330 \right]$$

$$\hat{\bar{Y}}_{st} = 7,83$$

i/ Intervalle de Confiance de $\bar{Y}_{st}$

$$\bar{Y}_{st} = \left[\hat{\bar{Y}}_{st} \mp Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(\hat{\bar{Y}}_{st})} \right].$$

$$\alpha = 5\% \Rightarrow Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96.$$

Donc:

$$\bar{Y}_{st} = \left[7,83 \mp 1,96 \sqrt{\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{st})} \right]$$

et $\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{st}) = \begin{cases} \sum_{h=1}^{4} \frac{N_h^2}{N^2} \frac{\hat{S}_h^2}{n_h} \rightarrow PEAR \\ \sum_{h=1}^{4} \frac{N_h^2}{N^2} \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{\hat{S}_h^2}{n_h} \rightarrow PESR \end{cases}$

— 2 —

Remarque : pour $n \geq 30 \Rightarrow PEAR \simeq PESR$

Donc :

$$\hat{V}(\hat{\bar{y}}_{st}) = \frac{1}{(770)^2}\left[(310)^2\left(\frac{3{,}5^2}{31}\right) + (220)^2\left(\frac{6{,}1^2}{22}\right) + (130)^2\left(\frac{3{,}5^2}{13}\right) + (110)^2\left(\frac{2{,}1^2}{11}\right)\right]$$

$$\hat{V}(\hat{\bar{y}}_{st}) = 0{,}644$$

d'où

$$IC_{\bar{y}_{st}} = \left[7{,}83 \mp 1{,}96\sqrt{0{,}644}\right]$$

$$IC_{\bar{y}_{st}} = \left[7{,}83 \mp 1{,}571\right].$$