

Chapitre 2

Champ et potentiel électriques créés par des charges ponctuelles

I. Champ électrique

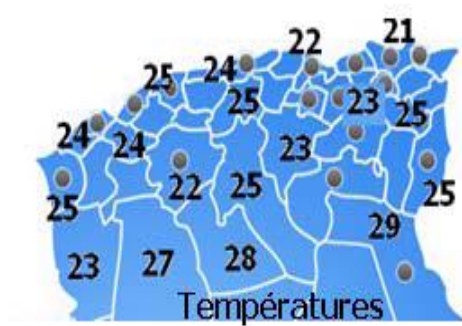
1. Champ de scalaires et champ de vecteurs

Si à tout point de l'espace $M(x, y, z)$ on associe une fonction scalaire (nombre) $F(x, y, z)$, on dit qu'on a créé un champ de scalaires.

Exemples : température (T), pression, masse volumique (ρ),etc.

Si à tout point de l'espace $M(x, y, z)$ on associe une fonction vectorielle (vecteur) $\vec{V}(x, y, z)$, on dit qu'on a créé un champ de vecteurs.

Exemples : vitesse du vent $\vec{v}$, accélération de la pesanteur $\vec{g}$, force $\vec{F}$,etc.



Champ de scalaires (Température T (°C))



Champ de vecteurs (vitesse de vent $\vec{v}$)

2. Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

Soient 2 points M1 et M2 distants de r. On place une charge q_1 (positive) au point M1 et une charge q_2 (positive) au point M2.

La charge q_1 exerce sur la charge q_2 la force répulsive $\vec{F}_{1/2}$.

$$\vec{F}_{1/2} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u}_{12} = q_2 \left(\frac{kq_1}{r^2} \vec{u}_{12} \right)$$



Simultanément, la charge q_2 exerce sur la charge q_1 la force répulsive $\vec{F}_{2/1}$.

$$\vec{F}_{2/1} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u}_{21} = q_1 \left(\frac{kq_2}{r^2} \vec{u}_{21} \right)$$



Maintenant on ôte la charge q_1 et on la remplace par une charge q_3 (positive).



La force exercée par la charge q_1 sur la charge q_3 est :

$$\vec{F}_{1/3} = \frac{kq_1q_3}{r^2} \vec{u}_{12} = q_3 \left(\frac{kq_1}{r^2} \vec{u}_{12} \right)$$

On constate que dans les expressions des forces $\vec{F}_{1/2}$ et $\vec{F}_{1/3}$ il y a un terme commun $\left(\frac{kq_1}{r^2} \vec{u}_{12} \right)$ qui ne dépend que de la charge q_1 et de la distance r entre les 2 points M1 et M2. Il est dû uniquement à la charge q_1 .

Comme le terme $\left(\frac{kq_1}{r^2} \vec{u}_{12} \right)$ est une grandeur vectorielle, on le remplace par $\vec{E}_1$:

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{r^2} \vec{u}_{12}$$



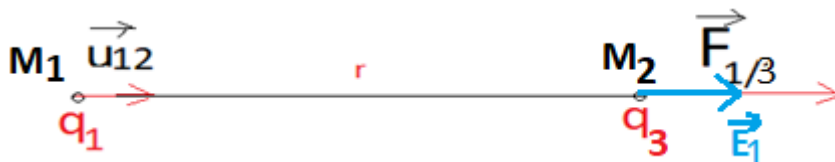
$\vec{E}$ est le champ électrostatique créé par la charge q_1 au point M2.

Si on place la charge q_2 au point M2, la force exercée par q_1 sur q_2 est :

$$\vec{F}_{1/2} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u}_{12} = q_2 \vec{E}_1 \Rightarrow \vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}_1 \Rightarrow \vec{E}_1 = \vec{F}_{1/2} / q_2$$

De même, la force exercée par q_1 sur q_3 est :

$$\vec{F}_{1/3} = q_3 \vec{E}_1$$



De son côté, la charge q_2 va créer au point M1 un champ électrostatique $\vec{E}_2$:



$$\vec{F}_{2/1} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u}_{21} = q_1 \left(\frac{kq_2}{r^2} \vec{u}_{21} \right) = q_1 \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_2 = \frac{kq_2}{r^2} \vec{u}_{21}$$

$\vec{E}_2$ est le champ électrostatique créé par au point M1.

De même, la force exercée par q_2 sur q_1 est :

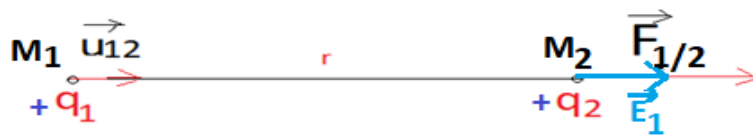
$$\vec{F}_{2/1} = q_1 \vec{E}_2$$

En résumé, le champ électrostatique $\vec{E}$ ne dépend que de la valeur de q et de la distance au point M. La connaissance de $\vec{E}$ en un point donné nous permet de calculer facilement la force électrostatique $\vec{F}$ exercée sur une charge quelconque q placée au point M.

Sens de $\vec{E}$:

On place aux points M1 et M2 les charges q_1 et q_2 .

- Si $q_1 (+)$ et $q_2 (+)$:



$\vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}_1$: comme q_2 est positive (force répulsive), la force et le champ sont dans le même sens.

- Si $q_1 (+)$ et $q_2 (-)$:



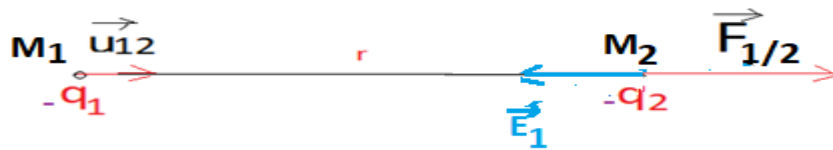
$\vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}_1$: comme q_2 est négative (force attractive) , la force et le champ sont dans des sens opposés.

- Si $q_1 (-)$ et $q_2 (+)$:



$\vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}_1$: Comme q_2 est positive (force attractive), la force et le champ sont dans le même sens.

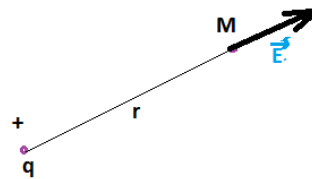
- Si $q_1 (-)$ et $q_2 (-)$:



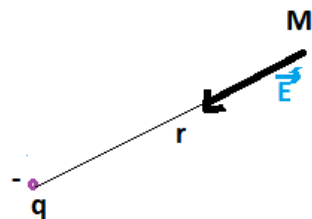
$\vec{F}_{1/2} = q_2 \vec{E}_1$: Comme q_2 est négative (force répulsive), la force et le champ sont dans des sens opposés.

Conclusion :

Si q est positive, le champ $\vec{E}$ est orienté loin de cette charge.

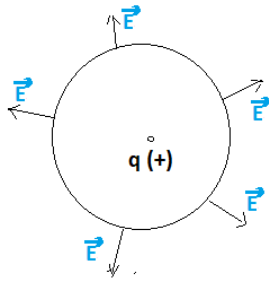


Si q est négative, le champ $\vec{E}$ est orienté vers cette charge.

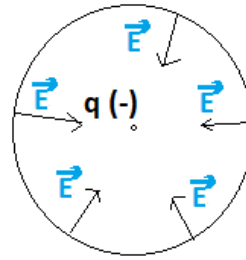


Remarque :

Si la distance à la charge (distance r entre M et la charge) est constante (cercle ou sphère), le module du champ est toujours constant mais reste toujours soit orienté vers le centre de la charge (si elle est négative), soit s'éloigne du centre de la charge (si elle est positive). En d'autre terme, le champ est toujours perpendiculaire au cercle dont le centre est la charge.



Charge positive $E = kq/r^2 = Cte$



Charge négative $E = k|q|/r^2 = Cte$

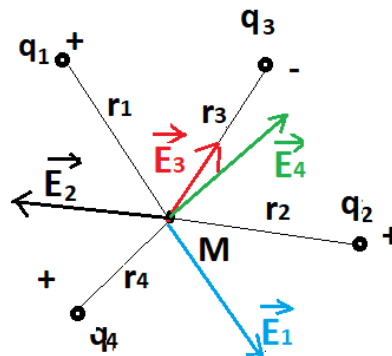
Unité du champ :

$$F = q E \Rightarrow E = \frac{F}{q} \Rightarrow [E] = \frac{N}{C} \text{ (Newton par Coulomb).}$$

$\vec{E}$ est donc la force exercée par unité de charge.

3. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges

Soit un ensemble de charges ponctuelles q_1, q_2, q_3 et q_4 . Pour tracer les vecteurs-champs on considère les signes suivants : $q_1(+), q_2(+), q_3(-)$ et $q_4(+)$.



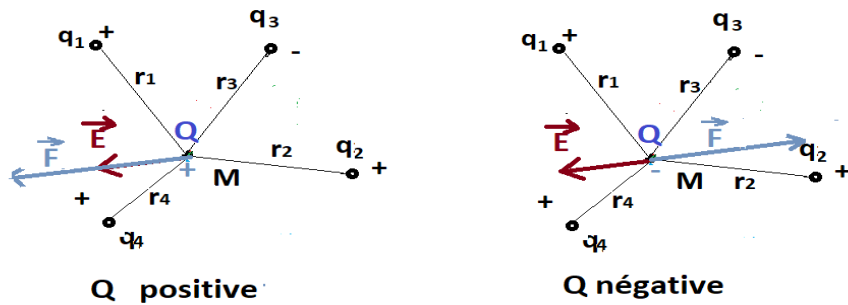
Le champ résultant créé au point M par ces charges est :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \sum_{i=1}^{i=4} \frac{k q_i}{r_i^2} \vec{u}_i = \sum_{i=1}^{i=4} \vec{E}_i$$

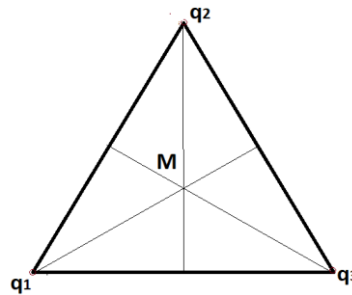
C'est le principe de superposition. Si on place au point M une charge Q , la force exercée par ces 4 charges sur Q est : $\vec{F} = Q \vec{E}$

La force $\vec{F}$ est dans le même sens que $\vec{E}$ si Q est positive.

La force $\vec{F}$ est dans le sens opposé à $\vec{E}$ si Q est négative.

**Exemple :**

1. Déterminer le champ électrostatique créé au centre d'un triangle équilatéral (les angles et les côtés sont égaux) de côté $a = 1 \text{ m}$ par 3 charges électriques ponctuelles situées à ses sommets. On donne : $q_1 = -1 \text{ nC}$, $q_2 = 2 \text{ nC}$ et $q_3 = +3 \text{ nC}$.

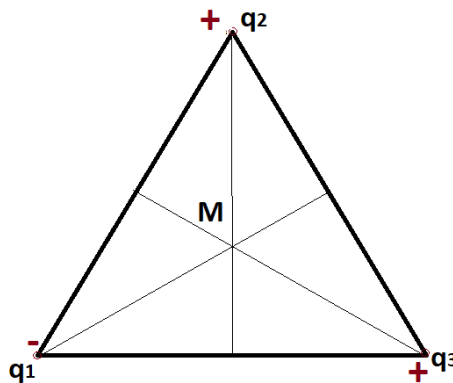


2. Quelle est la force électrostatique exercée par ces 3 charges sur un électron qui se trouve au centre de ce triangle ?

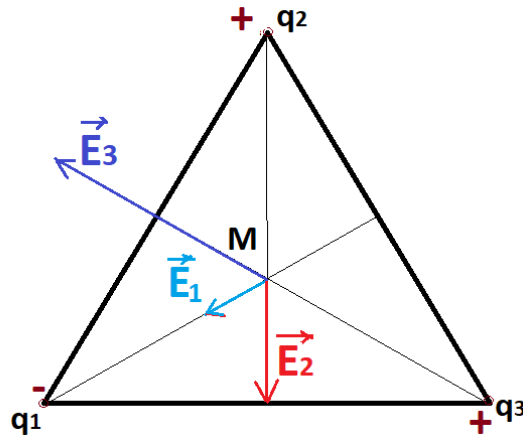
Réponse**Première question :**

Pour répondre correctement à ce type d'exercices il faut suivre les étapes suivantes.

1. Affecter les signes aux charges (+ ou -).



2. Tracer les vecteurs-champs électrostatique en respectant la loi de Coulomb.



3. Calculer le module de chaque champ.

On calcule d'abord la distance r entre le centre et chacune des charges.

$$\text{On a : } \cos \alpha = \cos 30 = (a/2)/r = \sqrt{3}/2$$

$$\Rightarrow r = a \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

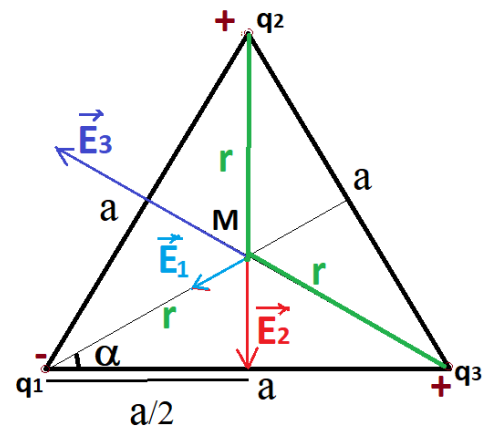
Les modules sont :

$$\|\vec{E}_1\| = E_1 = k|q_1|/r^2 = 27 \text{ N/m}$$

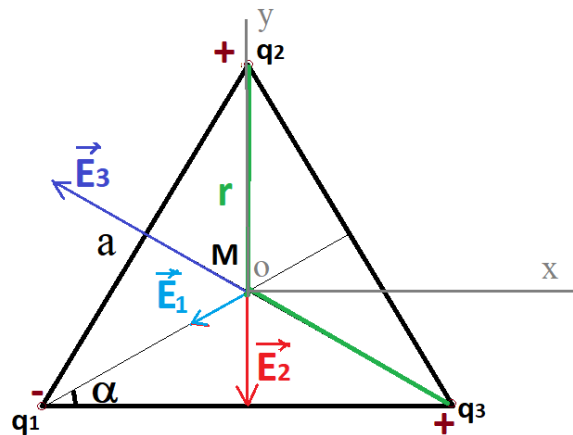
$$\|\vec{E}_2\| = E_2 = k|q_2|/r^2 = 54 \text{ N/m}$$

$$\|\vec{E}_3\| = E_3 = k|q_3|/r^2 = 81 \text{ N/m}$$

On constate que : $E_1 = \frac{1}{2}E_2 = \frac{1}{3}E_3$



4. On choisit une base (Oxy) dont l'origine O coïncide avec le centre M .



5. On calcule les composantes $\vec{E}_x$ et $\vec{E}_y$ de $\vec{E}$ en appliquant le principe de superposition et les projections sur les axes Ox et Oy .

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \vec{E}_x + \vec{E}_y = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$$

Les projections sur Ox donnent :

$$E_x = -E_1 \cos 30 - E_3 \cos 30 = -\frac{27\sqrt{3}}{2} - 81 \sqrt{3}/2 = -54\sqrt{3} N/C$$

Les projections sur Oy donnent :

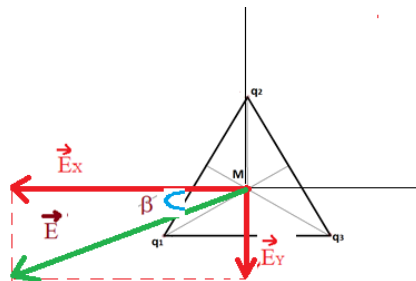
$$E_y = -E_2 - E_1 \sin 30 + E_3 \sin 30 = -54 - \frac{27}{2} + \frac{81}{2} = -27 \frac{N}{C}$$

6. On calcule le module de $\vec{E}$ et sa direction :

$$\|\vec{E}\| = E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(-54\sqrt{3})^2 + (-27)^2} = 97.34 N/C$$

Pour la direction, elle est donnée par l'angle β avec : $tg\beta = \frac{\|\vec{E}_y\|}{\|\vec{E}_x\|} = \frac{27}{54\sqrt{3}} = 0.288$

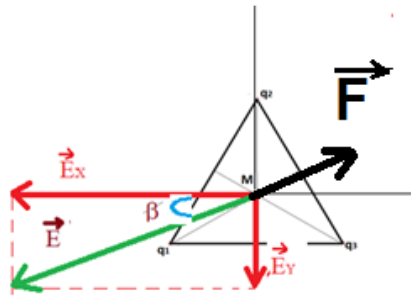
Ce qui donne : $\beta = 16.1^\circ$.



Deuxième question :

La force électrostatique exercée par ces 3 charges sur un électron qui se trouve au point M est : $\vec{F} = q_e * \vec{E}$ (comme la charge de l'électron est négative, la force F est dans le sens opposé à $\vec{E}$)

Son module est : $\|\vec{F}\| = \|q_e * \vec{E}\| = 1.6 \cdot 10^{-19} * 97.34 = 1.55 \cdot 10^{-17} \text{ N}$.



II. Potentiel électrostatique

1. Introduction

Nous avons constaté que le calcul de la force et du champ électrostatique présente des défis en raison de leur nature vectorielle. Il est essentiel de prendre en compte le sens, la direction et le module de ces grandeurs à chaque étape du calcul. Pour simplifier cette approche, il est judicieux de remplacer le champ électrostatique $\vec{E}(x, y, z)$, qui est une grandeur vectorielle, par une fonction scalaire $V(x, y, z)$. En effet, travailler avec des quantités scalaires facilite considérablement les calculs par rapport à l'utilisation de fonctions vectorielles.

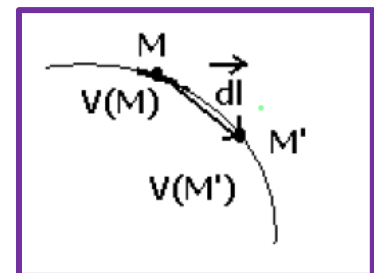
On définit :

- Au point $M(x, y, z)$ on définit un scalaire $V(x, y, z)$
- Au point $M'(x', y', z')$ on définit un autre scalaire $V'(x', y', z')$

La différence entre ces 2 scalaires s'écrit :

$$dV(M) = V'(M) - V(M) = \frac{dV}{dl} \cdot dl = \overrightarrow{\text{grad}V} \cdot \overrightarrow{dl}$$

$$dV(x, y, z) = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = \overrightarrow{\text{grad}V} \cdot \overrightarrow{dl}$$



Cette expression est obtenue par analogie à la loi de gravitation universelle :

- Force gravitationnelle : $\vec{F} = G \frac{mM}{r^2} \vec{u} \Rightarrow \vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}E_p}$ (Newton 1687)
- Force électrique : $\vec{F} = G \frac{qQ'}{r^2} \vec{u} = Q'\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}V}$ (Poisson 1813)

2. Relation entre le champ et le potentiel

Le potentiel électrostatique est relié au champ électrostatique par la relation :

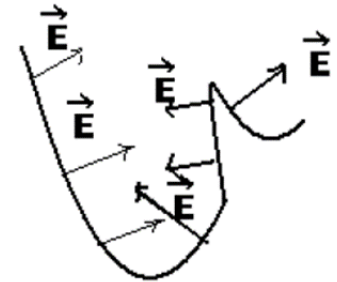
$$\vec{E} = -\text{grad } V$$

Le signe "-" est choisi par convention.

Lorsque le potentiel V augmente le champ électrostatique diminue.

3. Ligne ou courbe équipotentielle

Si sur une courbe (C) on a $\vec{E} = 0$, donc le potentiel est constant sur cette courbe. Cette courbe est dite "*équipotentielle*" et le champ électrique est perpendiculaire à cette courbe ($\vec{E} \perp (C)$).

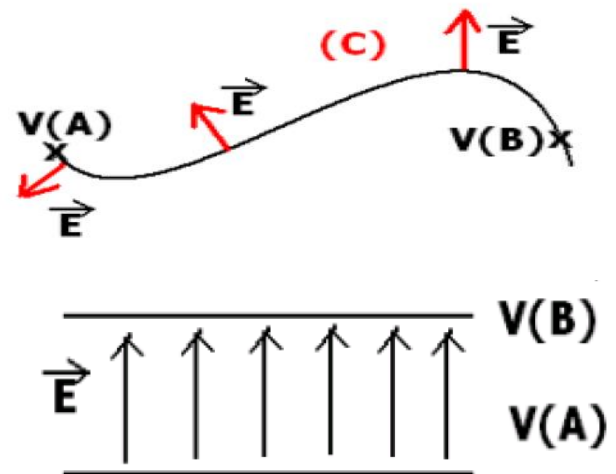


4. Circulation du champ électrostatique

On appelle la circulation du champ électrostatique $\vec{E}$ le long de la courbe (C) entre les points A et B, l'intégrale suivante :

$$C = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A^B dV = V(A) - V(B)$$



Les lignes de champ vont des régions à grands potentiels vers des régions à faibles potentiels.

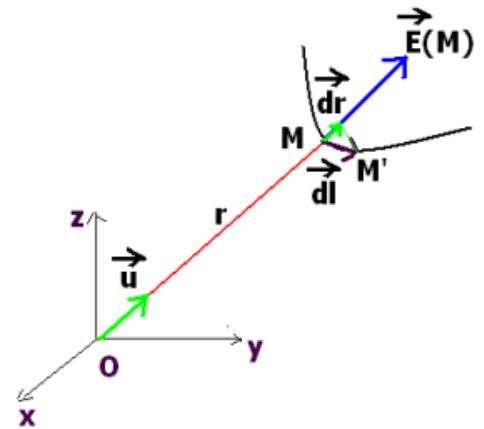
Dans notre cas, les lignes de champ vont de A vers B :
 $\vec{E} \cdot d\vec{l} > 0 \Rightarrow V(A) > V(B)$

5. Potentiel créé par une charge ponctuelle

Soit une charge ponctuelle q située au point M d'une courbe (C) et distante de r de l'origine O (donc $OM = r$)

Soit $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dl}$ (M et M' sont des points très proches sur la courbe (C)).

Le champ électrostatique créé par cette charge au point M est :



$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}$$

$$\Rightarrow dV = -\vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow V(M) = \int -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + cte$$

Le potentiel à l'infini est supposé égal à une constante V_0 , donc:

$$V(M) = \int -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + V_0$$

Remarques :

- $V_0 = 0$ pour $r = \infty$
- V se mesure en Volts (V)
- Le potentiel mesure le degré de l'électrification de la substance. Plus le potentiel est grand et plus le nombre de charges contenues dans cette substance est grand. C'est comme en thermodynamique lorsque la température augmente, la quantité de chaleur augmente.

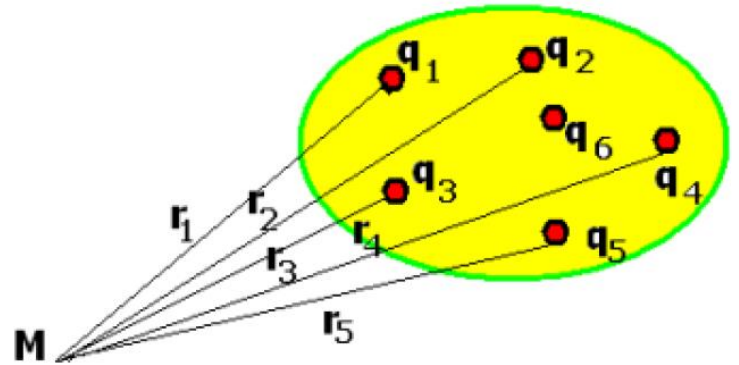
6. Potentiel créé par un ensemble de charges ponctuelles

Soient n charges ponctuelles. Le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créé par ces charges en un point M de l'espace est :

$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(M)$$

Le potentiel créé par ces charges au point M est :

$$V(M) = \sum_{i=1}^n V_i(M)$$



Comme la relation $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}} V(M)$ est toujours vérifiée, on aura :

$$V(M) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i} + V_0$$

Exemple 1 :

Soit une charge ponctuelle q placée à l'origine $O(0,0,0)$ de l'espace muni d'une base orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Calculer le potentiel créé par q aux points $M_1(1, \sqrt{3}, 0)$, $M_2(1, -\sqrt{3}, 0)$, $M_3(-1, \sqrt{3}, 0)$, et $M_4(-1, -\sqrt{3}, 0)$.

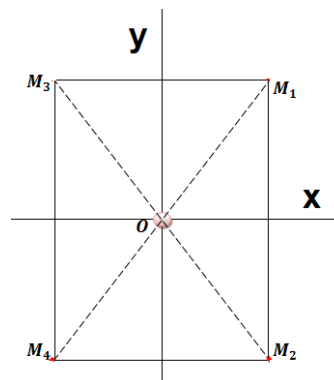
Solution :

$$V_{M_1} = k \frac{q}{OM_1}$$

$$V_{M_2} = k \frac{q}{OM_2}$$

$$V_{M_3} = k \frac{q}{OM_3}$$

$$V_{M_4} = k \frac{q}{OM_4}$$



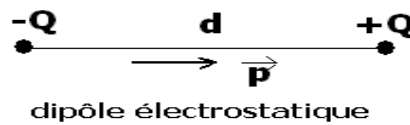
$$\|\overrightarrow{OM_1}\| = \|\overrightarrow{OM_2}\| = \|\overrightarrow{OM_3}\| = \|\overrightarrow{OM_4}\| = 2$$

$$\text{Et } V_{M_1} = V_{M_2} = V_{M_3} = V_{M_4} = kq/2$$

5. Dipôle électrostatique :

Définition : il est constitué de 2 charges égales et opposées (+Q et -Q) séparées par une distance d .Il est caractérisé par son moment dipolaire dont le module est :

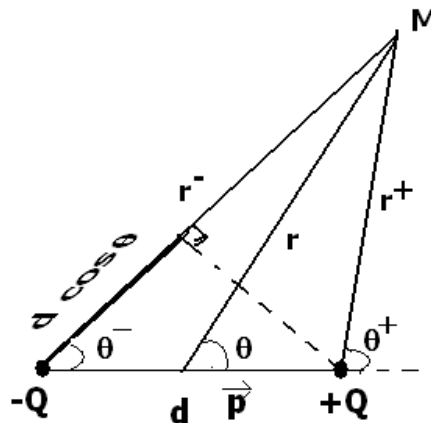
$$p = Q \cdot d$$



Le moment dipolaire est une grandeur vectorielle et elle est toujours dirigée de la charge négative (-) vers la charge positive (+).

Potentiel créé par un dipôle

Soit un dipôle constitué de 2 charges (+Q et -Q) séparées par une distance d. On va calculer le potentiel électrostatique créé par ce dipôle en un point M de l'espace. On a :



$$V(M) = V^+ + V^- = \frac{kQ}{r^+} - \frac{kQ}{r^-} = kQ \left(\frac{1}{r^+} - \frac{1}{r^-} \right) = kQ \left(\frac{r^- - r^+}{r^+ r^-} \right)$$

Lorsque le point M est très éloigné dans l'espace, on peut faire les approximations suivantes:

$$r \gg d \Rightarrow \theta \approx \theta^+ \approx \theta^-$$

$$\Rightarrow r^- - r^+ = d \cos \theta \text{ et } r^- r^+ = r^2$$

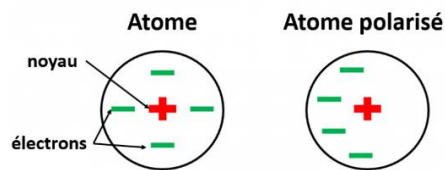
On obtient finalement:

$$V(M) = kQ \left(\frac{r^- - r^+}{r^+ r^-} \right) = \frac{kQ d \cos \theta}{r^2} = \frac{kp \cos \theta}{r^2}$$

***Atome polarisé :**

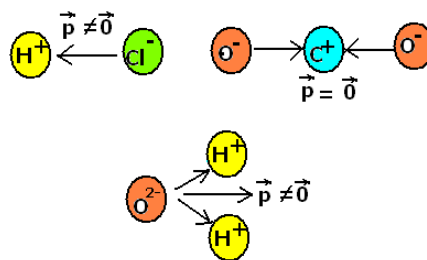
Généralement les atomes sont neutres car les centres de masse des charges positives (noyau) et négatives (électrons) sont confondus. Le moment dipolaire est donc nul ($\vec{p} = \vec{0}$).

Si un champ électrique est appliqué, il y aura un déplacement des charges et les centres de masse des charges vont se séparer. Le moment dipolaire sera donc différent de zéro ($\vec{p} \neq \vec{0}$). L'atome est dit **polarisé**.

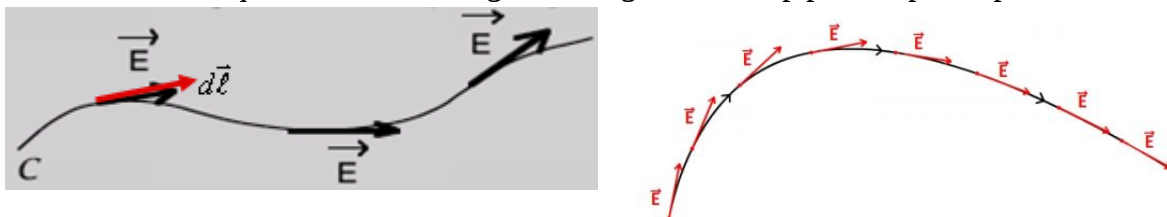
**Molécule polarisée :**

Certaines molécules possèdent un moment dipolaire permanent car les centres de masse des charges positives et négatives sont tout le temps différents : ce sont des molécules polaires.

Exemples : HCl, CO₂, H₂O



6. Lignes de champ ou lignes de force La ligne de champ représente l'orientation du champ électrique résultant en un point de l'espace. En tout point, le champ électrique résultant est tangent à la ligne de champ passant par ce point.

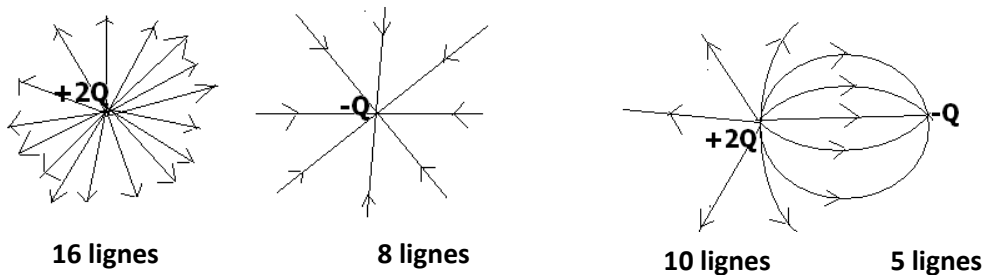


Pour tracer convenablement les lignes de champ certaines règles s'appliquent :

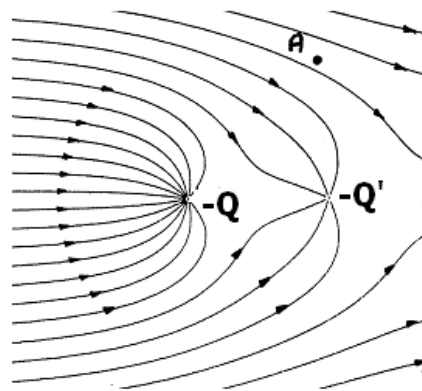
1. Les lignes de champ sont continues entre les charges positives et négatives. Les lignes de champ sont produites par les charges positives et absorbées par les charges négatives.



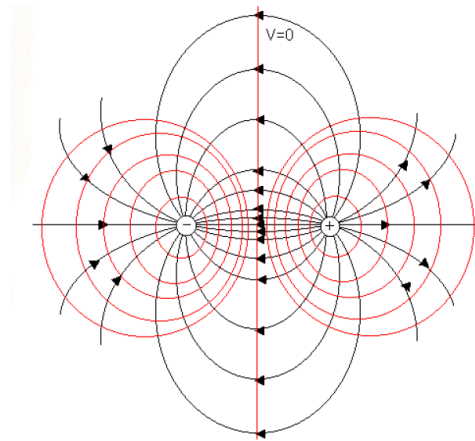
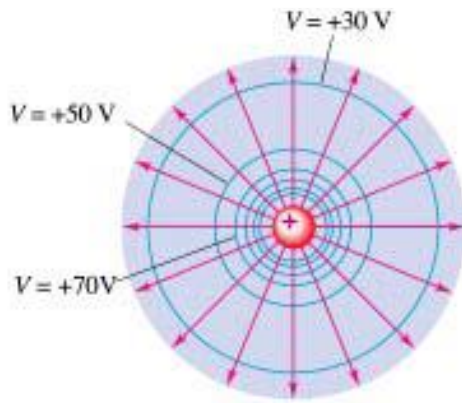
2. Le nombre de lignes de champ produites ou absorbées par une charge est proportionnel à la grandeur de la charge (une charge $+2Q$ produit 2 fois plus de lignes qu'en absorbe une charge $-Q$).



3. Les lignes de champ ne se croisent pas.



4. Surfaces équipotentielles : Les surfaces équipotentielles sont des espaces où le potentiel est constant. Ces surfaces sont toujours perpendiculaires aux lignes de champ.



Lignes de champ et les surfaces équipotentiellles dans un dipôle :

Les lignes de champ sont créées par les charges positives et absorbées par les charges négatives (vont de la charge positive vers la charge négatives). Le champ est « fort » là où les lignes de champ sont serrées et il est « faible » là où les lignes de champ sont écartées. Les surfaces équipotentiellles entourent les charges.

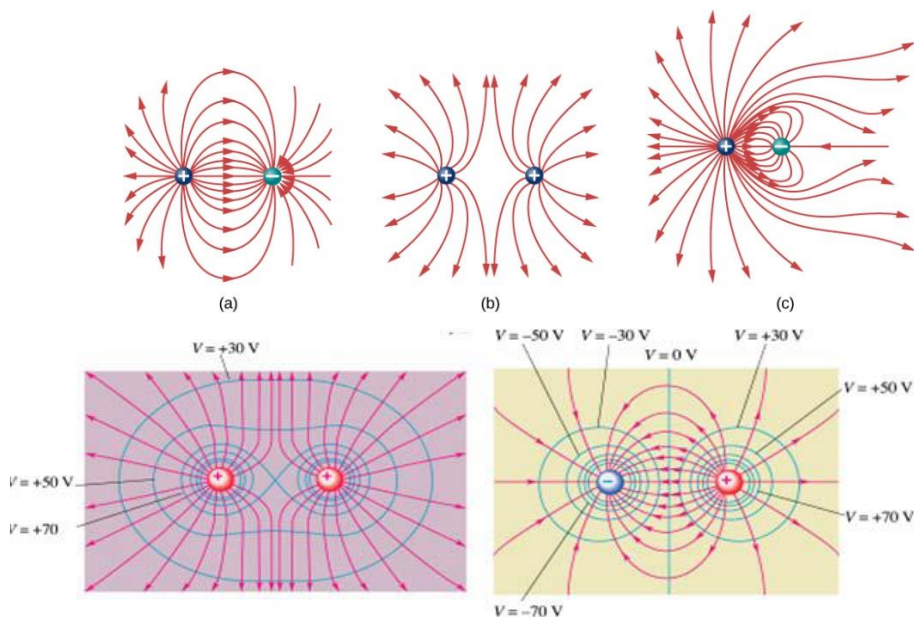
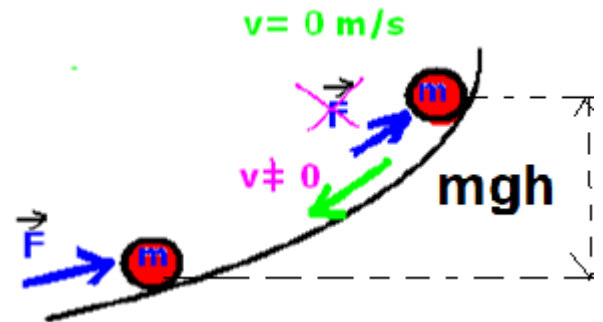


Illustration : En se mettant en contact avec un objet électrisé, les cheveux suivent les lignes de force (de champ).



7. Energie potentielle électrostatique d'une charge ponctuelle

En mécanique, si on pousse la masse m jusqu'au point M puis on l'abandonne, elle sera animée d'un mouvement. L'énergie potentielle qu'elle a gagnée en altitude ($E_p = mgh$) sera transformée en énergie cinétique (de vitesse) ($E_c = \frac{1}{2}mv^2$). Lorsqu'on supprime la force $\vec{F}$ au point M , la vitesse n'est plus nulle et la masse commence à descendre avec une énergie cinétique qui augmente au détriment de l'énergie potentielle.



Comme $E_m = E_p + E_c$ est constante, l'énergie E_c provient d'un autre réservoir énergétique E_p : l'énergie potentielle.

Soit une charge q qui se trouve dans un endroit où règne un champ électrique $\vec{E}$. Elle est soumise à la force électrique :

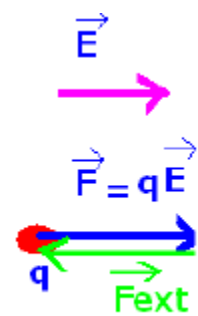
$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Pour éviter le déplacement de q (maintenir q en équilibre), on applique sur cette charge une force extérieure (égale et opposée à $\vec{F}$) :

$$\vec{F}_{ex} = -\vec{F} = -q \vec{E}$$

On suppose que $\vec{F}_{ex}$ est la force extérieure qui déplace la charge q de l'infini jusqu'au point M . Le travail de cette force est égale à :

$$W(M) = \int_{\infty}^M dW(M) = \int_{\infty}^M \vec{F}_{ex} \cdot d\vec{l} = \int_{\infty}^M -q \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{\infty}^M q \cdot dV \quad \text{car } dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$



$$\Rightarrow W(M) = q[V(M) - V(\infty)]$$

Comme $V(\infty) = 0 \Rightarrow W(M) = q \cdot V(M)$

$W(M) = q \cdot V(M)$ représente l'énergie potentielle électrostatique de la charge q . Il ne dépend pas de chemin suivi mais uniquement des potentiels des points : **initial et final**.

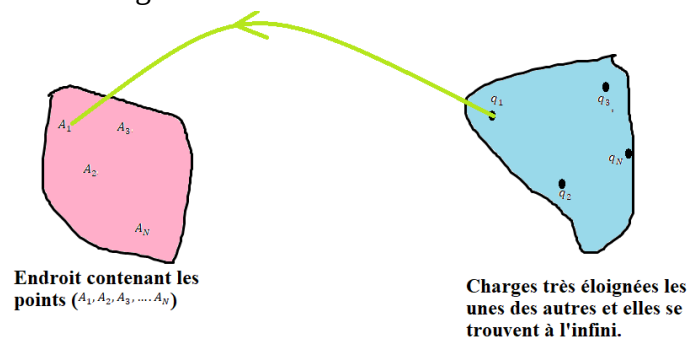
L'énergie électrostatique est aussi appelé le potentiel électrostatique.

8. Energie électrostatique d'un système de charges ponctuelles

L'énergie électrostatique d'un système de N charges est égale à la somme des énergies potentielles électrostatiques de chacune des charges.

Lorsque les N charges ponctuelle q_i sont rapprochées, chacune d'entre elles va créer sur les autres, un champ électrostatique et ainsi mettre en jeu une énergie d'interaction électrostatique.

Soit un système (endroit) contenant les points $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_N)$. Soient N charges ponctuelles $(q_1, q_2, q_3, \dots, q_N)$ supposées initialement très éloignées les unes des autres et se trouvent à l'infini. Dans ce cas, aucun champ électrique ou potentiel n'est créé aux points $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ par ces charges.



1. On ramène la charge q_1 de l'infini jusqu'au point A_1 . Initialement au point A_1 , le champ et le potentiel sont nuls ($\vec{E} = \vec{0}$ et $V=0$). Donc le travail nécessaire pour ramener q_1 de l'infini jusqu'au point A_1 est nul : $W_1=0$ car ($\vec{E} = \vec{0}$ et $V=0$).

2. Une fois la charge q_1 est au point A_1 , elle va créer aux différents endroits qui l'entourent des potentiels électrostatiques. Au point A_2 , le potentiel V_2 créé par q_1 est :

$$V_2 = V_1(A_2) = \frac{kq_1}{r_{12}}$$

On amène maintenant q_2 de l'infini à A_2 . Le travail fourni est :

$$W_2 = q_2 V_2 = \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} = q_2 V_1$$

Où $r_{12} = \|\overrightarrow{A_1 A_2}\|$ est la distance entre les charges q_1 et q_2 .

Au point A_1 , le potentiel V_1 créé par q_2 est : $V_1 = V_2(A_1) = \frac{kq_2}{r_{12}}$. C'est-à-dire identique au travail qu'il fallait fournir pour ramener q_1 de l'infini au point A_1 , en présence de q_2 déjà située au point A_2 .

Cela signifie que ce système constitué de deux charges possède une énergie électrostatique :

$$W = E_p = W_1 + W_2 = 0 + \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} = \frac{1}{2} \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{2} \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} = \frac{1}{2} \left[q_1 \left(\frac{kq_2}{r_{12}} \right) + q_2 \left(\frac{kq_1}{r_{12}} \right) \right] \\ = \frac{1}{2} [q_1 V_1 + q_2 V_2]$$

Cette énergie potentielle W peut être vue comme :

- L'énergie de q_1 dans le champ de q_2 .
- L'énergie de q_2 dans le champ de q_1 .
- L'énergie potentielle du système isolé, constitué par les deux charges q_1 et q_2 .

3. Maintenant on a un système constitué de 2 charges : q_1 fixe au point A_1 et q_2 fixe au point A_2 . Ces 2 charges vont créer dans l'espace qui les entoure des potentiels électrostatiques.

Le potentiel électrostatique créé au point par les charges q_1 et q_2 au point A_3 est :

$$V_3 = V_1(A_3) + V_2(A_3) = \frac{kq_1}{r_{13}} + \frac{kq_2}{r_{23}}$$

Où :

- $V_1(A_3)$ est le potentiel créé par la charge q_1 au point A_3 .
- $V_2(A_3)$ est le potentiel créé par la charge q_2 au point A_3 .
- $r_{13} = \|\overrightarrow{A_1 A_3}\|$ est la distance entre les charges q_1 et q_3 .
- $r_{23} = \|\overrightarrow{A_2 A_3}\|$ est la distance entre les charges q_2 et q_3 .

L'énergie potentielle de la charge q_3 ou le travail nécessaire pour la ramener de l'infini jusqu'au point A_3 est :

$$W_3 = q_3 V_3 = q_3 \left(\frac{kq_1}{r_{13}} + \frac{kq_2}{r_{23}} \right) = \frac{kq_3 q_1}{r_{13}} + \frac{kq_3 q_2}{r_{23}}$$

L'énergie électrostatique de ce système constitué de 3 charges est :

$$W = E_p = W_1 + W_2 + W_3 = 0 + \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} + \frac{kq_3 q_1}{r_{13}} + \frac{kq_3 q_2}{r_{23}} \\ = k \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_3 q_1}{r_{13}} + \frac{q_3 q_2}{r_{23}} \right]$$

Ainsi, on voit qu'à chaque couple $q_i q_j$ est associé une énergie potentielle d'interaction.

En continuant cette procédure, c'est-à-dire, en amenant de l'infini les charges restantes ($q_4, q_5, \dots, q_i, \dots, q_n$) à leurs positions finales ($A_4, A_5, \dots, A_i, \dots, A_n$), on montre que l'énergie totale de ce système de N charges ponctuelles sera :

$$W = E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{k q_i q_j}{r_{ij}}$$

Où $V_i = k \sum_{j \neq i}^N \frac{q_j}{r_{ij}}$

V_i représente le potentiel électrostatique crée par toutes les autres charges $q_j (j \neq i)$ au point A_i (où se trouve la charge q_i). La quantité r_{ij} représente la distance entre les charges q_i et q_j ($r_{ij} = \|\overrightarrow{A_i A_j}\|$)

Le terme $\frac{1}{2}$ provient du fait que dans l'interaction entre les charges q_i et q_j , l'énergie de ce couple est comptée deux fois.

L'énergie **potentielle électrostatique** d'une distribution de charges correspond à **l'énergie interne de cohésion** nécessaire pour maintenir ou dissocier cette distribution. Si cette énergie est **positive**, cela indique que la distribution **absorbe de l'énergie** lors de sa formation ou de sa dissociation (travail fourni par l'extérieur). À l'inverse, si elle est **négative**, cela signifie que la distribution **libère de l'énergie** au cours de ces processus (travail fourni par le système).

Fin du chapitre 2