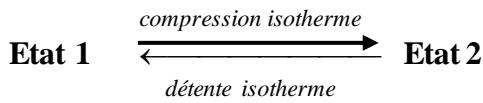


Exercice 1



$$\begin{array}{ll}
 V_1 = 2 \text{ litres} & V_2 = 10 \text{ litres} \\
 T_1 = 298 \text{ K} & T_2 = T_1 = 298 \text{ K} \\
 P_1 = 5 \text{ atm.} & P_2 = ? \text{ atm.}
 \end{array}$$

à $T = \text{constante}$, nous avons : $P_1 V_1 = P_2 V_2 = nRT \rightarrow P_2 = \frac{nRT}{V_2}$ (ou bien $P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}$) $\rightarrow P_2 = 1 \text{ atm}$

a) Travail mis en jeu pour la détente réversible isotherme :

$P_{\text{ext}} = P_{\text{gaz}}$ à chaque instant (transformation très lente)

$$W_{\text{rev}}(1 \rightarrow 2) = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \rightarrow W_{\text{rev}}(1 \rightarrow 2) = -1630,4 \text{ J}$$

(P en Pascal et V en m^3 $\Rightarrow P \cdot V$ en Joule)

b) Travail mis en jeu pour la détente irréversible isotherme :

$P_{\text{ext}} = P_{\text{finale}} = P_2 = \text{Constante}$ (transformation rapide)

On prend le cas d'une transformation isochore suivie d'une isobare. Dans ce cas le travail est celui de la transformation isobare.

$$W_{\text{irrev}}(1 \rightarrow 2) = - \int_1^2 P_{\text{ext}} dV = - \int_1^2 P_{\text{gaz}} dV = - \int_1^2 P_{\text{final}} dV = -P_{\text{final}} \int_1^2 dV = -P_2 (V_2 - V_1)$$

$$W_{\text{irrev}}(1 \rightarrow 2) = -810,4 \text{ J} \quad (\text{P en Pascal et V en } \text{m}^3 \Rightarrow P \cdot V \text{ en Joules})$$

Remarque : On récupère moins de travail quand le gaz se détend d'une manière irréversible.

c) Travail mis en jeu pour la compression réversible isotherme :

$P_{\text{ext}} = P_{\text{gaz}}$ à chaque instant (transformation très lente)

$$W_{\text{rev}}(2 \rightarrow 1) = - \int_2^1 P_{\text{ext}} dV = - \int_2^1 P_{\text{gaz}} dV = - \int_2^1 \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = P_1 V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{\text{rev}}(2 \rightarrow 1) = 1630,4 \text{ J}$$

d) Travail mis en jeu pour la compression irréversible isotherme :

$P_{\text{ext}} = P_{\text{final}}$ transformation rapide = Cte

$$W_{\text{irrev}}(1 \rightarrow 2) = - \int_2^1 P_{\text{ext}} dV = - \int_2^1 P_{\text{gaz}} dV = - \int_2^1 P_{\text{final}} dV = -P_{\text{final}} \int_2^1 dV = -P_1 (V_1 - V_2)$$

$$W_{\text{irrev}}(2 \rightarrow 1) = 4052 \text{ J}$$

La compression irréversible demande beaucoup plus de travail ($W_{\text{irrev}} > W_{\text{rev}}$).

Exercice 2

1. Calcul de la température d'équilibre si la capacité calorifique du calorimètre et de ses accessoires était négligeable :

Système 1 : m_1 (eau) = 300g, $T_1=15^\circ\text{C}$

Système 2 : m_2 (eau) = 250 g, $T_2=50^\circ\text{C}$

$$Q_1 = Q_{\text{reçue}} = (m_1 \cdot c_e) \cdot (T_{\text{eq}} - T_1)$$

(la capacité calorifique du calorimètre et de ses accessoires est négligeable)

$$Q_2 = Q_{\text{cédée}} = m_2 \cdot c_e \cdot (T_{\text{eq}} - T_2)$$

Le système est isolé $\sum Q_i = 0 \rightarrow Q_{\text{cédée}} + Q_{\text{reçue}} = 0$, Donc : $Q_1 + Q_2 = 0$

$$\rightarrow (m_1 \cdot c_e) \cdot (T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (T_{\text{eq}} - T_2) = 0$$

$$T_{\text{eq}} = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_1 + m_2} = \frac{300 \cdot 15 + 250 \cdot 50}{300 + 250} = 30,9^\circ\text{C} = 303,9^\circ\text{K}. \text{ Donc : } T_{\text{eq}} = 303,9 \text{ K}$$

2.a) Calcul de la capacité thermique du calorimètre :

Le bilan des échanges thermiques s'écrit : $\sum Q_i = 0 \rightarrow Q_1 + Q_{\text{Cal}} + Q_2 = 0$

$$m_1 \cdot c_e \cdot (T_{\text{eq}} - T_1) + C_{\text{cal}} \cdot (T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (T_{\text{eq}} - T_2) = 0$$

$$C_{\text{cal}} = \frac{m_1 c_e (T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 c_e (T_{\text{eq}} - T_2)}{T_1 - T_{\text{eq}}} = \frac{0,300 \times 4185 \times (307 - 288) + 0,250 \times 4185 \times (307 - 333)}{288 - 307} = 176,21 \text{ J.K}^{-1}$$

Donc la capacité thermique du calorimètre est : $C_{\text{cal}} = 176,21 \text{ J.K}^{-1}$

2.b) Calcul de la capacité thermique du cuivre :

Le nouveau bilan thermique s'écrit :

$$\sum Q_i = 0 \rightarrow Q_1 + Q_{\text{Cal}} + Q_3 = 0 \rightarrow m_1 c_e (T_{\text{eq}'} - T_1) + C_{\text{cal}} (T_{\text{eq}'} - T_1) + m_3 c_{\text{Cu}} (T_{\text{eq}'} - T_3) = 0$$

$$C_{\text{Cu}} = \frac{(m_1 c_e + C_{\text{cal}}) (T_{\text{eq}'} - T_1)}{m_3 (T_3 - T_{\text{eq}'})} = \frac{(0,300 \times 4185 + 176,21) (289,7 - 288)}{0,295 \times (353 - 289,7)} = 130,34 \text{ J.K}^{-1}$$

Donc la capacité thermique du cuivre est : $C_{\text{Cu}} = 130,34 \text{ J.K}^{-1}$

3) Détermination de l'état final d'équilibre du système (T_{eq}):

Rq : On suppose que le glaçon fond dans sa totalité

• Soit Q_1 l'énergie cédée par l'eau et le calorimètre (La température de l'eau et du calorimètre diminue) :

Le Système 1 chaud (S_1) : $T_1 = 70^\circ\text{C}$; $m_1 = 200 \text{ g}$.

L'eau initialement chaude et le calorimètre vont céder une quantité de chaleur Q_1 .

La température de l'eau va passer de $T_1 = 70^\circ\text{C}$ à $T_{\text{eq}} = ?^\circ\text{C}$

$$Q_1 = (m_1 \cdot c_e + C_{\text{Cal}}) \cdot (T_{\text{eq}} - T_1)$$

• **Soit Q_2 l'énergie reçue par le bloc de glace :**

Le système froid (S_2) : glaçon de masse m_2 .

La température de la glace passe de $T_2 = -23^\circ\text{C}$ à 0°C , puis la glace va fondre à 0°C , puis l'eau formée va passer de 0°C à $T_{\text{eq}} = ?$.

Ce système S_2 va capter une quantité de chaleur $Q_2 > 0$:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_g (0 - T_2) + m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot c_e (T_{\text{eq}} - 0)$$

• **Le système (eau + glace + calorimètre) est isolé :**

Lorsque l'équilibre est atteint : $\sum Q_i = 0 \rightarrow Q_1 + Q_2 = 0$

$$Q_1 + Q_2 = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot (T_{\text{eq}} - T_1) + m_2 \cdot c_g (0 - T_2) + m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot c_e (T_{\text{eq}} - 0) = 0$$

$$m_1 \cdot c_e \cdot T_{\text{eq}} - m_1 \cdot c_e \cdot T_1 + C \cdot T_{\text{eq}} - C \cdot T_1 - m_2 \cdot c_g \cdot T_2 + m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot c_e \cdot T_{\text{eq}} = 0$$

$$(m_1 \cdot c_e + m_2 \cdot c_g + C) \cdot T_{\text{eq}} = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot T_1 + m_2 \cdot c_g \cdot T_2 - m_2 \cdot L_f = 0$$

$$T_{\text{eq}} = \frac{(m_1 c_e + C) T_1 + m_2 (c_g T_2 - L_f)}{c_e (m_1 + m_2) + C} = \frac{(200 \cdot 10^{-3} \times 4185 + 150) \cdot 70 + 80 \cdot 10^{-3} [2090 \cdot (-23) - 3,34 \cdot 10^5]}{4185 (200 \cdot 10^{-3} + 80 \cdot 10^{-3}) + 150}$$

Donc la température d'équilibre est : $T_{\text{eq}} = 29,14^\circ\text{C} = 302\text{ K}$

Exercice 3

1. Détermination du travail et l'échange thermique par le gaz avec le milieu extérieur au cours de cette détente.

$$P_1 = 10 \text{ bar} ; P_2 = 1 \text{ bar} ; V_1 = 1 \text{ m}^3$$

Isotherme : à n et T constante $P_1 V_1 = P_2 V_2$ d'où $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{10}{1} = 10$

$$\text{isotherme} : W = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_2 V_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\text{avec } nRT = P_1 V_1 = P_2 V_2 = 10^6 \text{ Pa.m}^3 ; \Rightarrow W = -10^6 \ln 10 = -2,3 \cdot 10^6 \text{ J} \rightarrow W = -2,3 \cdot 10^6 \text{ J}$$

L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température; si T = cst alors $\Delta U = 0$

$$\text{Donc, } \Delta U = W + Q = 0 \rightarrow Q = -W = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J}$$

2.a) Calcul du volume finale d'hélium pour une compression adiabatique réversible :

$$\text{Compression adiabatique} : P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{1}{3} = 0,333 ;$$

$$\gamma = 5/3 \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right) = (0,3333)^{(3/5)} = 0,517 \rightarrow V_1 = 10 \text{ L} \Rightarrow V_2 = 0,517 \times V_1 \rightarrow V_2 = 5,17 \text{ L}$$

2.b) Calcule du travail échangé par le gaz avec le milieu extérieur :

$$\text{Compression adiabatique} : W = -Cst \int_1^2 \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$

$$\Rightarrow W = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 5,17 \cdot 10^{-3} - 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{1,66 - 1} = 834,84 \text{ J} \quad W = 834,84 \text{ J} \text{ Ou bien } W = \Delta U = nC_V(T_2 - T_1)$$

c) La variation d'énergie interne du gaz :

$$\text{Adiabatique} : Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W + Q = W = 834,84 \text{ J}$$

d) Déduire la variation de température du gaz sans calculer sa température initiale :

$$\Delta U = n C_V \Delta T = W$$

$$\text{on a : } n = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ mol} ; R = C_P - C_V \text{ et } \gamma = C_P/C_V \Rightarrow C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \text{ alors } \Delta T = \frac{\Delta U (\gamma - 1)}{nR}$$

$$\Delta T = 133,78 \text{ K}$$

3. Calcul de la variation d'énergie interne

a) Un système absorbe $Q = 2 \text{ kJ}$ tandis qu'il fournit à l'extérieur un travail $W = 500 \text{ J}$:

$$\Delta U = W + Q ;$$

Les système absorbe $2000 \text{ J} \Rightarrow Q = +2000 \text{ J}$ et fournit un travail $\Rightarrow W = -500 \text{ J} ; \Delta U = +1500 \text{ J}$.

b) Un gaz maintenu à volume constant cède $Q = 5 \text{ kJ}$:

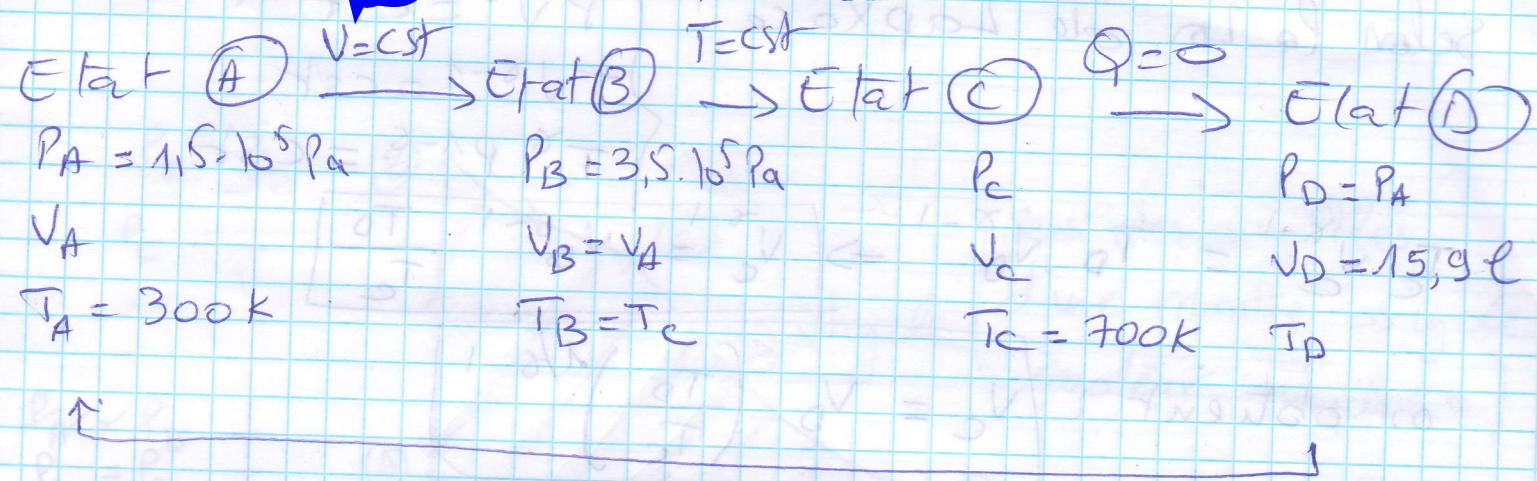
Volume constant, donc : $W = 0$; cède donc : $Q = -5000 \text{ J} ; \Delta U = -5000 \text{ J}$.

c) La compression adiabatique d'un gaz s'accomplit par un travail $W = 80 \text{ J}$:

Adiabatique, donc : $Q = 0$ et $W = 80 \text{ J} ; \Delta U = +80 \text{ J}$.

Exercice 4

$n = 0,5 \text{ mole}$



1) Calcul des variables d'état :

$$\textcircled{1} \quad P_A V_A = n R T_A \Rightarrow V_A = \frac{n R T_A}{P_A}$$

$$V_A = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 300}{1,5 \cdot 10^5} = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 8,31 \text{ l.}$$

$$\boxed{V_A = 8,31 \text{ l}}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{à l'état D: } P_D V_D = n R T_D \Rightarrow T_D = \frac{P_D \cdot V_D}{n R}$$

on selon la loi de Gay-Lussac ($P = cst$) de l'état D
 à l'état A: $\frac{V}{T} = cst \Rightarrow \frac{V_D}{T_D} = \frac{V_A}{T_A}$
 donc $\boxed{T_D = T_A \frac{V_D}{V_A}}$

$$\text{ou: } P_A V_A = n R T_A \text{ et } P_D V_D = n R T_D$$

$$\Rightarrow \frac{P_A V_A}{P_D V_D} = \frac{n R T_A}{n R T_D} \Leftrightarrow \frac{V_A}{V_D} = \frac{T_A}{T_D} \Rightarrow \boxed{T_D = T_A \frac{V_D}{V_A}}$$

$$T_D = 300 \frac{15,9}{8,31} \Rightarrow \boxed{T_D = 574 \text{ K}}$$

8

• Etat C \rightarrow Etat D : $Q = 0$ AD

Selon la loi de Laplace : $\left\{ \begin{array}{l} PV^\gamma = \text{cst} \\ TV^{\gamma-1} = \text{cst} \\ T^{\gamma} P^{1-\gamma} = \text{cst} \end{array} \right.$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{V_C^{\gamma-1} = V_D^{\gamma-1} \cdot \frac{T_D}{T_C}}$$

on obtient : $\boxed{V_C = V_D \left(\frac{T_D}{T_C} \right)^{1/\gamma-1}}$

$$\frac{A \cdot N}{V_C} = 15,9 \left(\frac{574}{700} \right)^{1/\gamma-1} \Rightarrow \boxed{V_C = 9,68 \text{ l.}}$$

• Calcul de P_C :

$$P_C V_C = n R T_C \Rightarrow \boxed{P_C = \frac{n R T_C}{V_C}}$$

ou :

Selon la loi de Boyle - Mariotte : $P_B V_B = P_C V_C$

$$\boxed{P_C = P_B \frac{V_B}{V_C}} \text{ ou } P_C V_C^\gamma = P_D V_D^\gamma \Rightarrow \boxed{P_C = P_B \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^\gamma}$$

A.N : $P_C = 3,5 \cdot 10^5 \cdot \frac{8,31}{9,68} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$$\boxed{P_C = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

2) Calcul de C_P et C_V :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{C_P}{C_V} \\ C_P = \gamma C_V \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{C_P = \gamma C_V}$$

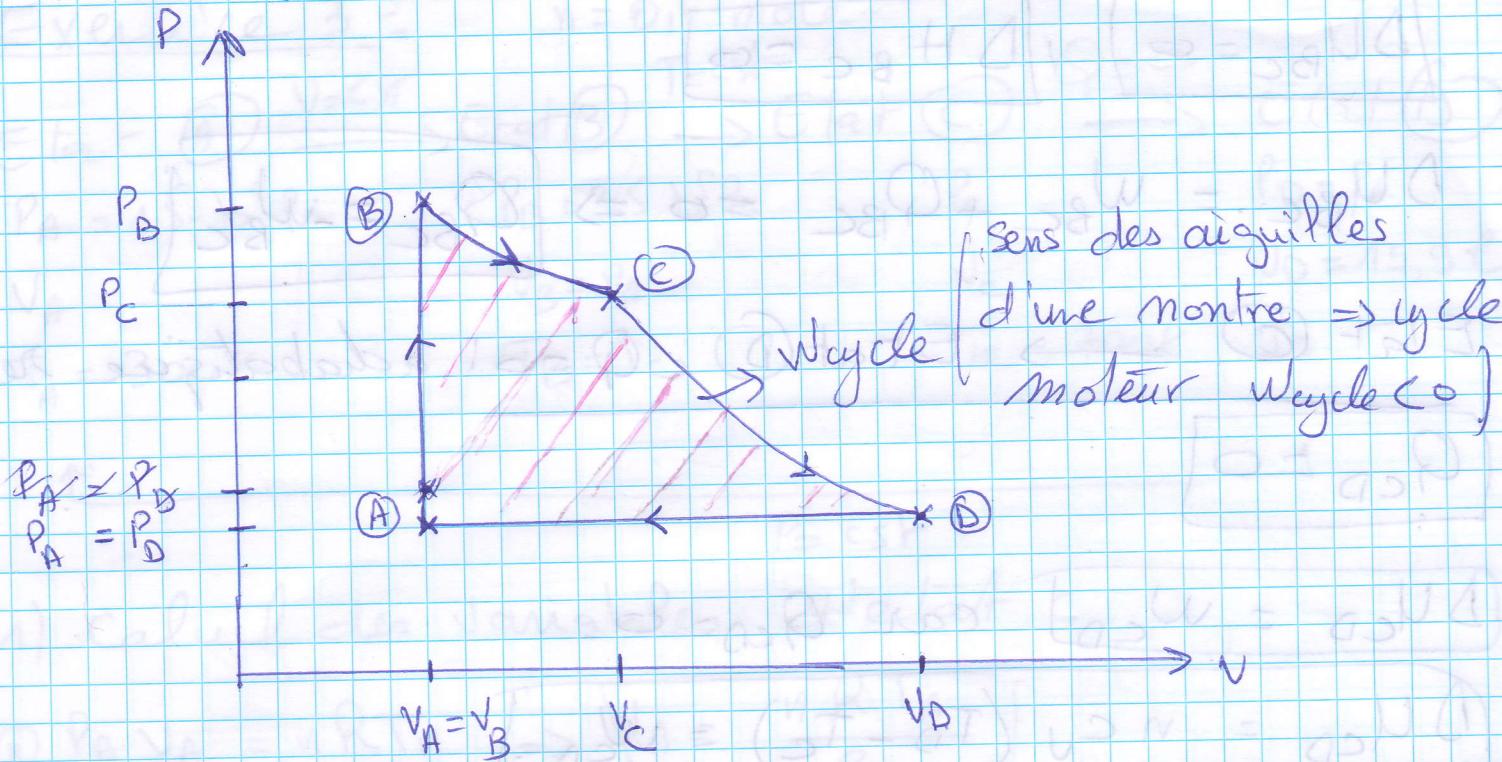
$$C_P - C_V = R \Rightarrow \gamma C_V - C_V = R \Rightarrow \boxed{C_V = \frac{R}{\gamma - 1}}$$

$$\boxed{C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}}$$

$$C_V = 20,77 \text{ J/mol K}$$

$$C_P = 29,088 \text{ J/mol K}$$

3) Diagramme Carnot (P, V)



4) Calcul de W, Q, DU et DH

de l'état (A) $\xrightarrow{V=cst}$ Etat (B)

$$W_{AB} = - \int P_{ext} dV = 0 \quad (dV=0 \text{ car } V=cst)$$

$$DU_{AB} = \cancel{W_{AB}} + Q_{AB} \quad \text{selon le 1er principe}$$

$$\boxed{DU_{AB} = Q_{AB}} \quad \boxed{\cancel{W_{AB}} = 0}$$

$$\boxed{DU_{AB} = n C_V (T_B - T_A)}$$

$$DH_{AB} = n C_P (T_B - T_A) = n \gamma C_V (T_B - T_A)$$

$$\boxed{DH_{AB} = \gamma DU_{AB}}$$

* Etat (B) \rightarrow Etat (C) : $T=cst$

$$W_{BC} = - \int_{ext} P dV = - \int_{int} P dV = - \int \frac{nRT}{V} dV$$

$$\Delta U_{BC} = n c_v (T_c - T_B) = 0 \quad (T = cst)$$

$$\boxed{\Delta U_{BC} = 0} \quad , \quad \boxed{\Delta H_{BC} = 0}$$

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_{BC} = -W_{BC}}$$

Etat (C) \rightarrow Etat (D); $Q = 0$ (adiabatique rev)

$$\boxed{Q_{CD} = 0}$$

$$\boxed{\Delta U_{CD} = W_{CD}} \text{ car } Q_{CD} = 0.$$

$$\boxed{\Delta U_{CD} = n c_v (T_D - T_C) = W_{CD}}.$$

$$\text{ou } \boxed{W_{CD} = \frac{P_0 V_0 - P_D V_D}{\gamma - 1} = \Delta U_{CD}}$$

$$\text{et } \boxed{\Delta H_{CD} = \gamma \Delta U_{CD}}$$

Etat (D) $\xrightarrow{P = cst}$ Etat (A) (isobare)

$$W_{DA} = - \int_{V_D}^{V_A} P_0 dV = - P_D (V_A - V_D)$$

$$\boxed{W_{DA} = - P_A (V_A - V_D)}$$

$$Q_{DA} = Q_p = n c_p (T_A - T_D) = \Delta H_{DA} = \gamma \Delta U_{DA}$$

$$\boxed{\Delta U_{DA} = n c_p (T_A - T_D)}$$

$$\boxed{\Delta H_{DA} = Q_{DA} = \gamma \Delta U_{DA}}$$

M

Transformation	W(J)	Q(J)	DU(J)	DH(J)
Ⓐ vers Ⓛ isobare	0	4154	4154	5815,6
Ⓑ vers Ⓛ isotherme	-443,84	443,84	0	0
Ⓑ vers Ⓛ adiabatique	-1308,51	0	-1308,51	-1831,91
Ⓓ vers Ⓛ isobare	+1138,5	-3983,68	-2845,19	-3983,68
cycle	-613,8	614,16	0	0

$$\Delta U_{\text{cycle}} = Q_{\text{cycle}} + W_{\text{cycle}}$$

avec $\begin{cases} Q_{\text{cycle}} = 614,16 \\ W_{\text{cycle}} = -613,8 \end{cases} \Rightarrow Q_{\text{cycle}} + W_{\text{cycle}} = 0$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{cycle}} = 0 \text{ donc le 1er principe}$$

(d'équivalence) est vérifié.

v) calcul du rendement:

$$\eta = \frac{|W_{\text{cycle}}|}{Q_{\text{regue}}} = \frac{614}{Q_{AB} + Q_{BC}} \quad (12)$$

$$= \frac{614}{4154 + 443,84} = 0,13$$

$$\eta = 13\%$$