EX04 : $A + B \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} C + \Delta$, Reacteur : R.A.F.
φ; liquide

à $t = 0$ $\begin{cases} C_{A0} = 5\,mol/l \\ C_{B0} = 15\,mol/l \\ C_{D0} = 18\,mol/l \end{cases}$ $r_1 = k_1 C_A$ (ordre 1)
$k_1 = 6{,}77.10^{-4}\,min^{-1}$
$r_2 = k_2 C_c$

La Densité du mélange $\Rightarrow d = 103$. $k_2 = 1{,}482.10^{-4}\,min^{-1}$.

1. Determiner le taux de Conversion X_A à l'equilibre.

A l'equilibre. $r_1 = r_2$. $\Rightarrow r = r_1 - r_2 = 0$.

$\Rightarrow k_1 C_{Ae} = k_2 C_{ce}$

φ_{liq} : $\begin{cases} C_A = C_{A0} - C_{A0}X_A = C_{A0}(1 - X_A) \\ C_B = C_{B0} - C_{A0}X_A = C_{A0}\left(\frac{C_{B0}}{C_{A0}} - X_A\right) = C_{A0}(M - X_A) \quad \text{avec } M = \frac{C_{B0}}{C_{A0}} \\ C_C = \cancel{C_{C0}} + C_{A0}X_A = C_{A0}X_A \\ C_D = C_{D0} + C_{A0}X_A \end{cases}$

ici $M = \frac{C_{B0}}{C_{A0}} = \frac{15}{5} = 3$. $\boxed{M = 3}$

à l'equilibre : $k_1 C_{Ae} = k_2 C_{Ce} \Rightarrow k_1 C_{A0}(1 - X_{Ae}) = k_2 C_{A0} X_{Ae}$.

$\Rightarrow k_1 (1 - X_{Ae}) = k_2 X_{Ae} \Rightarrow \boxed{X_{Ae} = \frac{k_1}{k_1 + k_2}}$

A.N : $X_{Ae} = \frac{6{,}77.10^{-4}}{(6{,}77 + 1{,}482)10^{-4}}$ $\boxed{X_{Ae} = 0{,}8204 = 82{,}04\,\%}$

• Les concentrations à l'equilibre.

$C_{Ae} = C_{A0}(1 - X_{Ae}) = 5.(1 - 0{,}8204) = 0{,}898\,mol/l$.

$C_{Be} = C_{A0}(M - X_{Ae}) = 5.(3 - 0{,}8204 = 10{,}898\,mol/l$.

$C_{ce} = C_{A0}X_{Ae} = 5.\,0{,}8204 = 4{,}102\,mol/l$

$C_{De} = C_{D0} + C_{A0}X_{Ae} = 18 + 5.0{,}8204 = 22{,}102\,mol/l$.

2- Le temps de Séjour pour une Conversion de 30%
($X_A = 0,3$)

R.A.F en ϕ liquide $\Rightarrow t_s = C_{A0} \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{-r_A}$; $-r_A = r = r_1 - r_2$.

$-r_A = r = r_1 - r_2 = k_1 C_A - k_2 C_C = k_1 C_{A0}(1 - X_A) - k_2 C_{A0} X_A$.

$\Rightarrow t_s = C_{A0} \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{k_1 C_{A0}(1-X_A) - k_2 C_{A0} X_A} = \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{k_1 - k_1 X_A - k_2 X_A}$

$$\boxed{t_s = \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{k_1 - (k_1 + k_2) X_A}}$$ cette integral est de type :

$$\int_0^{X} \frac{dX}{\alpha + \varepsilon X} = \frac{1}{\varepsilon} \ln(\alpha + \varepsilon X) \Big|_0^X$$

avec $\boxed{\alpha = k_1}$ et $\boxed{\varepsilon = -(k_1 + k_2)}$

$$\Rightarrow t_s = \int_0^{X_A} \frac{dX_A}{k_1 - (k_1 + k_2) X_A} = \frac{1}{-(k_1 + k_2)} \ln\left(k_1 - (k_1 + k_2) X_A\right)\Big|_0^{X_A}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_s = \frac{1}{-(k_1 + k_2)} \left[\ln(k_1 - (k_1 + k_2) X_A) - \ln k_1 \right]}$$

on arrange l'integrale. ; $\ln a - \ln b = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$.

$$t_s = \frac{1}{-(k_1 + k_2)} \left[\ln \frac{(k_1 - (k_1 + k_2) X_A)}{(k_1)} \right] = \frac{1}{-(k_1 + k_2)} \left[\ln\left(1 - \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1}\right) X_A\right) \right]$$

Donc $$\boxed{t_s = \left(\frac{1}{-(k_1 + k_2)}\right) \ln\left(1 - \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1}\right) \cdot X_A\right)}$$

A.N : $t_s = \frac{1}{-(8,252.10^{-4})} \left[\ln\left(1 - \frac{8,252.10^{-4}}{6,77.10^{-4}} \cdot 0,3\right) \right]$

car $k_1 + k_2 = 8,252.10^{-4} \equiv 6,770.10^{-4} + 1,482.10^{-4} = 8,252.10^{-4}$.

$t_s = \frac{1}{-8,252.10^{-4}} \cdot \left[\ln 0,6343 \right] = 551,66\ min$

$\boxed{t_s = 551,66\ min}$

3- Le temps de séjour pour Atteindre une Conversion $X_A = 0,9$.

$\left\{ \begin{array}{l} X_A = 0,9 \\ X_e = 0,8204 \end{array} \right\} \Rightarrow X_A > X_e \Rightarrow$ cette conversion est impossible

On va le verifier !

Pour un R.A.F Ctis

$t_s = \left(\frac{-1}{k_1 + k_2}\right) \cdot \ln\left(1 - \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1}\right) X_A\right)$

A.N : $t_s = \frac{-1}{8,252.10^{-4}} \ln\left(1 - \frac{8,252.10^{-4}}{6,77.10^{-4}} \cdot 0,9\right)$.

$t_s = \frac{-1}{8,252.10^{-4}} \ln\left(-0,097\right)$

impossible !