

Solution de la Série de TD N°4

Exercice 1 :

1. $\Delta S_{\text{systeme}} = \Delta S_{\text{échangée}} + \Delta S_{\text{créée}}$

Quelque soit la transformation : $dS_{\text{syst}} = \frac{\delta Q}{T}$

- Pour une transformation réversible $\Delta S_{\text{créée}} = 0$

$\Rightarrow \Delta S_{\text{systeme}} = \Delta S_{\text{échangée}}$

- Pour une transformation irréversible $\Delta S_{\text{créée}} > 0$

$\Rightarrow \Delta S_{\text{systeme}} > \Delta S_{\text{échangée}}$

a) La variation d'entropie du gaz parfait lors de la détente isotherme irréversible

$$dS_{\text{syst}} = \frac{\delta Q_{\text{syst}}}{T} \quad \text{et} \quad dU = \delta Q + \delta W$$

La variation de l'énergie interne $dU = n C_v dT = 0$ car $T = \text{constante}$ (transformation isotherme)

$$\delta Q = -\delta W = p dV$$

$$dS = \frac{p dV}{T} = \frac{nRT dV}{TV} = \frac{nR dV}{V}$$

Entropie du système :

$$\Delta S_1^2(\text{système}) = nR \int_1^2 \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S_1^2(\text{système}) = 2.2 \ln \frac{50}{30} = 2,04 \text{ cal.K}^{-1}$$

Entropie échangée :

$$\Delta S_1^2(\text{échangée}) = \frac{Q_{\text{irr}}}{T} = \frac{W_{\text{irr}}}{T} = P_{\text{final}} \frac{\Delta V}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_1^2(\text{échangée}) = nR \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Rightarrow \Delta S_1^2(\text{échangée}) = nR \frac{\Delta V}{V_2}$$

$$\Rightarrow \Delta S_1^2(\text{échangée}) = 2.2 \cdot \frac{20}{50} = 1,6 \text{ cal.K}^{-1}$$

b) Entropie créée : $\Delta S_{\text{créée}} = \Delta S_{\text{systeme}} - \Delta S_{\text{échangée}}$

$$\Delta S_1^2 \text{ créée} = 2,04 - 1,6 = 0,44 \text{ cal.K}^{-1}$$

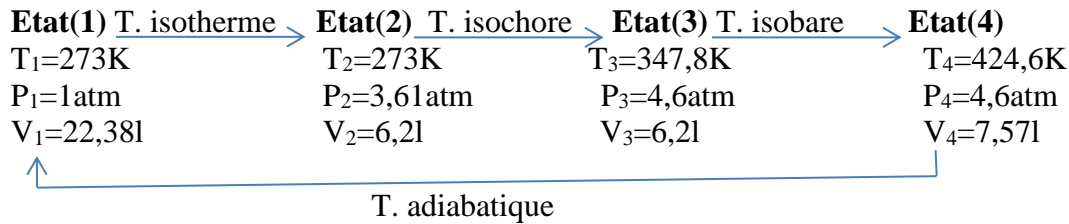
$$2. dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{dU - \delta W_{\text{rev}}}{T} = n \left(\frac{C_v dT}{T} + \frac{R dV}{V} \right)$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} dS = n \left(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\Delta S = 2 \left(5 \ln \frac{290}{300} + 2 \ln \frac{50}{30} \right) = 1,70 \text{ cal.K}^{-1}$$

Exercice 2 :

Le schéma des transformations :



1. 1^{ère} transformation : état 1 vers l'état 2 transformation isotherme :

D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique on a $\delta Q = -\delta W = nRT \frac{dV}{V}$

On a la variation d'entropie de système $\Delta S_{\text{système}}$ est calculer par la relation suivante :

$$\Delta S_{\text{système}} = \frac{\delta Q}{T} \quad \text{Alors :}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -10,67 \text{ J K}^{-1}$$

2. 2^{ème} transformation : état 2 vers l'état 3 transformation isochore :

$$\delta Q = -\delta Q_V = nC_V dT$$

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = nC_V \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = nC_V \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = 5,061 \text{ J K}^{-1}$$

3. 3^{ème} transformation : état 3 vers l'état 4 transformation isobare :

$$\delta Q = -\delta Q_p = nC_p dT$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4} = nC_p \int_{T_3}^{T_4} \frac{dT}{T} = nC_p \left(\frac{T_4}{T_3} \right) = 5,61 \text{ J K}^{-1}$$

4. 4^{ème} transformation : état 4 vers l'état 1 transformation adiabatique :

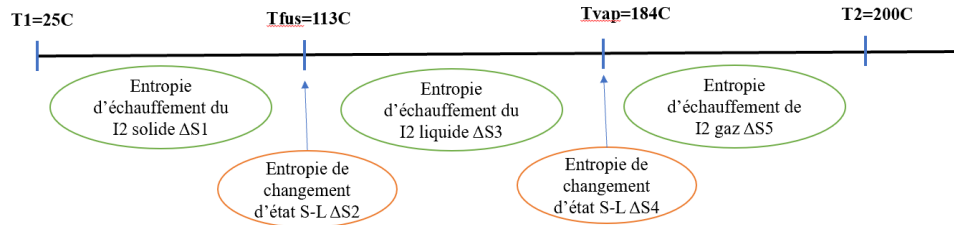
$$\delta Q = 0$$

$$\text{Alors } \Delta S_{4 \rightarrow 1} = \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\text{Pour le cycle : } \Delta S_{\text{cycle}} = \sum \Delta S_1 = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$$

Exercice 3

D'après l'énoncé de cet exercice on voit clairement que le I_2 passe de l'état solide à 25°C ensuite il passe à l'état liquide à la température $113,6^\circ\text{C}$ puis il passe à l'état gaz à la température de 184°C . Pour mieux comprendre ces changements on trace l'échelle des températures comme suit :



D'après ce diagramme on constate qu'il y a 5 États, Alors :

$$S_T = \int_{T_1}^{T_{fus}} n C_{p(s)} \frac{dT}{T} + n \frac{\Delta H_{fus}}{T_{fus}} + \int_{T_{fus}}^{T_{vap}} n C_{p(l)} \frac{dT}{T} + n \frac{\Delta H_{vap}}{T_{vap}} + \int_{T_{vap}}^{T_2} n C_{p(g)} \frac{dT}{T}$$

Après cette intégration de cette relation on trouve :

$$S_T = C_{p(I_2)(s)} \ln \left(\frac{T_{fus}}{T_1} \right) + n \frac{\Delta H_{fus}}{T_{fus}} + C_{p(I_2)(l)} \ln \left(\frac{T_{vap}}{T_{fus}} \right) + n \frac{\Delta H_{vap}}{T_{vap}} + C_{p(I_2)(g)} \ln \left(\frac{T_2}{T_{vap}} \right)$$

$$S_T = 54,6 \ln \left(\frac{113}{25} \right) + \frac{15633}{113} + 81,5 \ln \left(\frac{184}{113} \right) + \frac{25498}{184} + 93,2 \ln \left(\frac{200}{184} \right)$$

$$S_T = 406,79 \text{ JK}^{-1}$$