Corrigé de la série 2

Corrigé de l'exercice 1

Nous avons P(A) = 1/4, P(B) = 2/3 et P(A ∩ B) = 1/8

1 – Calcul de probabilité de *E* = « au moins l'un de ces événements se produit :

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{8} = \frac{19}{24}$$

$$2 - P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{16}$$

$$3- P(\overline{B}/A) = 1 - P(B/A) = 1 - P(\overline{B}/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

4- On a $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ et $P(A) * P(B) = \frac{1}{4} * \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

- Comme P(A ∩ B) ≠ P(A) * P(B), donc les deux événements A et B ne sont pas indépendants.
- Comme $P(A \cap B) = \frac{1}{8} \neq 0$, donc les deux événements A et B ne sont pas incompatibles.

Corrigé de l'exercice 2

On a un groupe de 25 personnes (20 hommes et 5 femmes), on veut former des comités de 5 personnes.

1- La probabilité que le comité se compose de 4 hommes et 1 femme

Soit l'événement **A :** le comité se compose de 4 hommes et 1 femme

$$P(A) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{C_{20}^{4} C_{5}^{1}}{C_{25}^{5}} = \frac{4845*5}{53130} = 0.456$$

2 - La probabilité que le comité se compose au plus de 2 femmes

Soit l'événement **B :** le comité se compose au plus de 2 femmes

$$P(B) = p(0F) + p(1F) + p(2F) = \frac{NCF}{NCP} = \frac{C_{20}^{5} C_{5}^{0} + C_{20}^{4} C_{5}^{1} + C_{20}^{3} C_{5}^{2}}{C_{25}^{5}}$$

$$= \frac{3876 + 24225 + 11400}{53130} = \frac{39501}{53130} = 0.74$$

3- La probabilité que le comité se compose au moins de 3 femmes

Soit l'événement **C :** le comité se compose au moins de 3 femmes

P(C) = p(3 F) + p(4 F) + p(5 F) = $\frac{NCF}{NCP}$ = $\frac{C_{20}^{2}C_{5}^{3}+C_{20}^{1}C_{5}^{4}+\ C_{20}^{0}C_{5}^{5}}{C_{25}^{5}}$

$$= \frac{1900+100+1}{53130} = \frac{2001}{53130} = 0.038$$

Corrigé de l'exercice 3

a**)** La probabilité de gagner 20 dinars

Soit l'événement **A :** gagner 20 dinars

Donc A= {20 P P}

P(A) = $\frac{\text{Card (A)}}{\text{Card }(\Omega)}$

Tel que $\text{Card }(\Omega) = 2^3 = 8$

et $\text{Card (A)} = 1$

D'où **P(A)** = $\frac{\boldsymbol{Card\ (A)}}{\boldsymbol{Card\ (\Omega)}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8}}$

b**)** La probabilité de gagner moins de 50 dinars

Soit l'événement **B :** gagner moins de 50 dinars

B = {10 20 P ; P 20 P ; 10 P P ; P P P }

P(B) = $\frac{\boldsymbol{Card\ (B)}}{\boldsymbol{Card\ (\Omega)}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{8}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

C**)** La probabilité de gagner plus de 20 dinars

Soit l'événement **C :** gagner moins de 50 dinars

C = {10 20 P; 10 20 50 ; P 20 50 ; 10 P 50 ; P P 50}

P(C) = $\frac{\boldsymbol{Card\ (C)}}{\boldsymbol{Card\ (\Omega)}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{8}}$

Corrigé de l'exercice 4

1- Un circuit correspond à une liste ordonnée sans répétition, c'est-à-dire à un arrangement de 4 villes parmi 12. Il y a donc A_{12}^{4} = $\frac{12!}{(12-4)!}$ = 11880 circuits différents possibles.

2- Un tel circuit correspond à un arrangement de trois villes parmi les 11 restantes.

P	M	R	Autre ville (9 choix)

1*11*10*9 = 990 circuits

Il y a $A_1^1\ A_{11}^3 = \frac{11!}{(11-3)!}$ = **990 circuits** de ce type.

Soit l'événement A : le circuit commence à paris

P(A) = $\frac{NCF}{NCP} = \frac{990}{11880} = \frac{1}{12}$ = **0.083**

3- Il s'agit là d'une probabilité conditionnelle.

Combien y a-t-il de circuits commençant à Paris et comprenant Madrid et Rome ?

De tels circuits nécessitent de choisir une quatrième ville parmi les 9 restantes. Il y a bien sûr 9 façons de le faire. Puis de ranger les trois villes : Madrid, Rome et cette ville dans un ordre. Il y a 3! façons de le faire.

P	M	R	Autre ville (9 choix)

Il y a donc 9 * 3! = 54 circuits commençant à Paris et comprenant également Madrid et Rome.

Il y a 990 circuits commençant à Paris.

Soit l'événement B : le circuit passe par Madrid et Rome

La probabilité pour qu'un circuit passe par Madrid et Rome sachant qu'il commence à Paris est égale à : p (B/A) = $\frac{NCF}{NCP} = \frac{54}{990} = \frac{3}{55}$ = **0.05**

Corrigé de l'exercice 5

Notons :

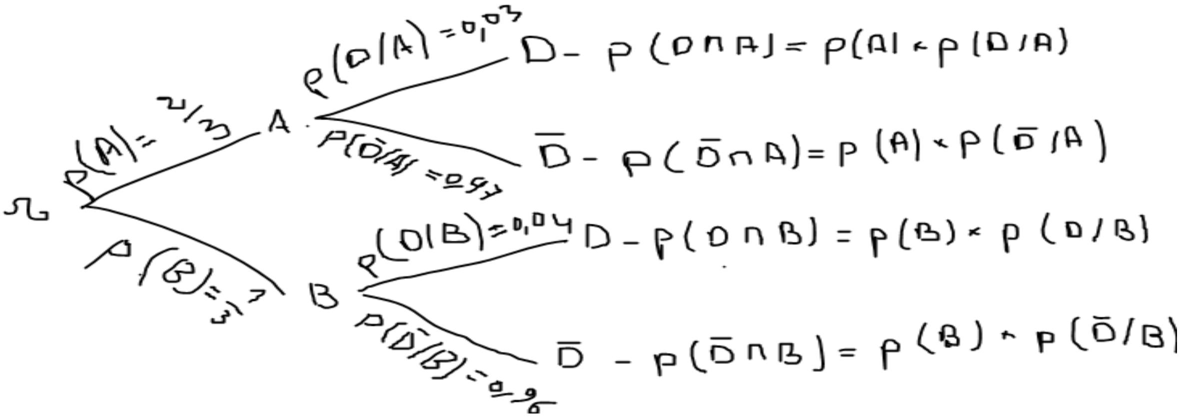
L'événement A: "la pièce provient de l'atelier 1",

L'événement B: "la pièce provient de l'atelier 2" et

L'événement D: "la pièce est défectueuse".

Puisque A et B forment un système complet d'événements, donc P(A) = $\frac{2}{3}$ et P(B) = $\frac{1}{3}$

1- L'arbre des probabilités



2 - La probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1

P(A) = $\mathbf{\frac{2}{3}}$

3- la probabilité qu’elle soit défectueuse sachant qu’elle est prélevée de l'atelier 2

P (D/B) = 0.04

4 - La probabilité que la pièce soit défectueuse et prélevée de l'atelier 1

P(D ∩ A) = P(A) * P (D/A) = $\frac{2}{3}$ * 0.03 = **0.02**

5 - La probabilité que la pièce soit défectueuse

P(D) = P(D ∩ A) + P(D ∩ B) = P(A).P (D/A) + P(B).P (D/B)

= $\frac{2}{3}$ * 0.03 + $\frac{1}{3}$ * 0.04 = **0.033**

6 - La probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 sachant qu'elle est défectueuse

(A/D) = $\frac{P(D \cap A)}{P\ (D)}$ = $\frac{0.02}{0.033}$ = **0.606**