

Interrogation n°2

Exercice : selon une étude, le prix moyen d'une chambre d'hôtel dans un pays européen est de 300 euro par nuit, sachant que les prix des chambres soient normalement distribués avec écart type de 80 euro.

- 1- Quelle est la probabilité qu'une chambre d'hôtel coûte au moins 200 euro par nuit ?
- 2- Quelle est la probabilité qu'une chambre d'hôtel coûte au plus 160 euro par nuit ?
- 3- Quelle est la probabilité qu'une chambre d'hôtel coûte entre 250 euro et 360 euro par nuit ?
- 4- Quel est le prix des 20 % des chambres les plus chères dans le pays.

SOLUTION DE L'EXERCICE (INTERROGATION 2)

X suit la loi normale de paramètres ; $\mu = 300$ et $\sigma = 80$

$$1- P[x \geq 200] = P\left[\frac{x - \mu}{\sigma} \geq \frac{200 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \geq \frac{200 - 300}{80}\right] = P[Z \geq -1,25] = 1 - \Phi(-1,25) \\ = 1 - (1 - \Phi(1,25)) = \Phi(1,25) = 0,8944$$

$$2- P[x \leq 160] = P\left[\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{160 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \leq \frac{160 - 300}{80}\right] = P[Z \leq -1,75] = 1 - \Phi(1,75) \\ = 1 - 0,9599 = 0,0401$$

$$3- P[250 \leq x \leq 360] = P\left[\frac{250 - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{360 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[\frac{250 - 300}{80} \leq Z \leq \frac{360 - 300}{80}\right] \\ = P[-0,625 \leq Z \leq 0,75] = \Phi(0,75) - \Phi(-0,625) = 0,5$$

4-

$$P[X > p] = 0,2 \Leftrightarrow P\left[\frac{x - \mu}{\sigma} > \frac{p - \mu}{\sigma}\right] = 0,2 \Leftrightarrow P\left[Z > \frac{p - 300}{80}\right] = 0,2$$

$$\Leftrightarrow 1 - P\left[Z \leq \frac{p - 300}{80}\right] = 0,2 \Leftrightarrow 0,8 = P\left[Z \leq \frac{p - 300}{80}\right] \Leftrightarrow$$

$$\frac{p - 300}{80} = 0,84 \Rightarrow p = 367,2 \text{ euro}$$

Donc 20% des chambres les plus chères coûtent au minimum 367,2 euro.

Interrogation n°2

Exercice : pour être accepter à suivre des cours dans une université, il faut passer un test d'anglais sachant que les notes obtenues soient normalement distribuées, avec une moyenne de 500 points et un écart-type de 150 points.

- 1- Quelle est la probabilité de personnes qui ont une note comprise entre 450 et 550 ?
- 2- Supposant que quelqu'un ait une note de 640, quelle est la probabilité de personnes qui ont une meilleure note par rapport à 640 ? Quelle est la probabilité de personnes qui ont une moins bonne note par à 640 ?
- 3- Si l'université n'admet pas les personnes qui ont une note inférieure à 480 points, quelle est la probabilité de personnes qui ayant fait ce test pourrons être admises à l'université ? interpréter le résultat.

SOLUTION DE L'EXERCICE (INTERROGATION 2)

X suit la loi normale de paramètres ; $\mu = 500$ et $\sigma = 150$

- 1-
$$P[450 \leq x \leq 550] = P\left[\frac{450 - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{550 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[\frac{450 - 500}{150} \leq Z \leq \frac{550 - 500}{150}\right]$$
$$= P[-0,333 \leq Z \leq 0,333] = \Phi(0,333) - \Phi(-0,333) = 2\Phi(0,333) - 1 = 0,2586$$
- 2-
$$P[x \geq 640] = P\left[\frac{x - \mu}{\sigma} \geq \frac{640 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \geq \frac{640 - 500}{150}\right] = P[Z \geq 0,93] = 1 - \Phi(0,93)$$
$$= 1 - 0,8238 = 0,1762$$
$$P[x < 640] = P\left[\frac{x - \mu}{\sigma} \leq \frac{640 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \leq \frac{640 - 500}{150}\right] = P[Z \leq 0,93] = \Phi(0,93)$$
$$= 0,8238$$
- 3-
$$P[x \geq 480] = P\left[\frac{x - \mu}{\sigma} \geq \frac{480 - \mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \geq \frac{480 - 500}{150}\right] = P[Z \geq -0,133] = 1 - \Phi(-0,133)$$
$$= \Phi(0,133) = 0,5517$$

Donc 55,17% des étudiants sont acceptés à l'université.