

SERIE N°02 : Techniques d'interpolations nodales

Exercice 01 :

Soit un élément à une dimension quadratique (à trois nœuds), défini en 2D dans le plan (x,y). Les coordonnées des nœuds de cet élément sont les suivantes (dans l'ordre) : nœud 1 (0 , 0) nœud 2 (1, 0.5) et nœud 3 (2 , 0). On associe cet élément réel à son élément de référence. Déterminer les expressions de $x(\xi)$ et $y(\xi)$.

Exercice 02 :

Soit un élément triangulaire linéaire (à trois nœuds), défini en 2D dans le plan (x , y). Les coordonnées des nœuds de cet élément sont les suivantes (dans l'ordre) : nœud 1 (x_1 , y_1), nœud 2 (x_2 , y_2) et le nœud 3 (x_3 , y_3). On associe cet élément réel à son élément de référence. Déterminer les expressions de $x(\xi,\eta)$ et $y(\xi,\eta)$.

Exercice 03 :

Soit un élément triangulaire linéaire, défini en 2D dans le plan (x, y). Les coordonnées des nœuds de l'élément sont les suivantes : nœud 1 (0,0), nœud 2 (1,0), nœud 3 (1,1)

On interpole ensuite un champ de températures $T(x, y)$ à l'intérieur de cet élément. Les températures aux nœuds sont respectivement T_1 , T_2 et T_3 .

1- En passant par l'élément de référence associé à cet élément réel, déterminer l'expression de l'interpolation $T(x, y)$.

2- Sans passer par l'élément de référence, retrouver le résultat précédent en posant que l'interpolation $T(x, y)$ est de la forme :

$$T(x, y) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y$$

Exercice 04 :

On considère une barre étudiée en transfert de chaleur le long de l'axe x. La barre est définie entre $x = 0$ et $x = 4$. On mesure la température le long cette barre en 3 points.

Pour $x = 0$ (nœud 1) on a $T_1 = 0$

Pour $x = 1$ (nœud 2) on a $T_2 = 1$

Pour $x = 4$ (nœud 3) on a $T_3 = 2$

On cherche à interpoler à partir de ces mesures un champ de températures $T(x)$ pour $x \in [0,4]$.

1- Déterminer l'interpolation $T(x)$ en utilisant un maillage avec un seul élément 1D quadratique et en passant par l'élément de référence.

2- Déterminer ensuite cette interpolation $T(x)$ par interpolation directe sur l'élément réel.