Université A. MIRA de Béjaia
Faculté Sciences Exactes **L2**
Département de Recherche Opérationnele

Examen de rattrapage du module Analyse Complexe, S02(2023-2024)

Exercice 1: (07 Pts)

- **(01 pt)** Donner le nombre complexe suivant sous forme algèbrique en utilisant la formule de De Moivre : $(1+i)^{1000}$.
- **(02 pts)** Soient $z = 2 - i;\ w = 1 + 3i$. Ecrire sous forme algèbrique les nombres complexes suivants :

$$\frac{z}{w}; \quad \frac{zw}{z+w}.$$

- **(02 pt)** Calculer :

$$Log(1+i); \quad i^i.$$

- **(01 pt)** Calculer la limite suivante :

$$\lim_{z \to -i\frac{\pi}{2}} \frac{e^{2z}+1}{e^z+i}.$$

- **(01 pt)** Montrer que $\lim\limits_{z \to 0} \frac{\overline{z}}{z}$ n'existe pas.

Exercice 2: (04 pts)

- **(02 pts)** Déterminer le développement en série de Laurent de la fonction suivante au voisinage de la singularitée indiquée : $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3};\ \ z = 1$.
- **(02 pts)** Trouver le développement en série de Taylor de la fonction holomorphe suivante $f(z) = cos(z)$ autour de $z = 0$.

Exercice 3: (05 pts)

Evaluer $\oint_C \frac{1}{z-a} dz$ où C désigne une courbe fermée et $z = a$ est :

- **(02 pts)** à l'extérieur de C ;
- **(03 pts)** à l'intérieur de C.

Exercice 4: (05 pts) Soit C le cercle $|z| = 3$: Evaluer :

$$\oint_C \frac{sin(\pi z^2) + cos(\pi z^2)}{(z-1)(z-2)}\, dz.$$

Bonne chance

Pr Ouiza LEKADIR.