Cours 1

Les Lois de Newton et les Forces

Ce premier cours traite essentiellement de deux sujets. Dans une première partie, je rappelle les trois lois fondamentales de la mécanique, découvertes par Newton. Dans une seconde partie, je passe en revue quelques exemples de forces observées quotidiennement à notre échelle. Avant de commencer, quelques rappels sur les vecteurs.

1 – Les vecteurs

Pour décrire les mouvements des objets dans notre environnement quotidien à trois dimensions, nous devons utiliser des vecteurs à trois dimensions. On rappelle qu'un vecteur est défini par sa direction (la droite suivant laquelle il est orienté), son sens (le sens suivi sur la droite orientée) et par sa norme ou son intensité. On représente généralement un tel vecteur dans un repère orthonormé composé de trois vecteurs orthogonaux les uns aux autres et de norme un. On note traditionnellement les trois vecteurs $\hat{x}$, $\hat{y}$ et $\hat{z}$ (le chapeau indique qu'il s'agit de vecteurs unitaires).

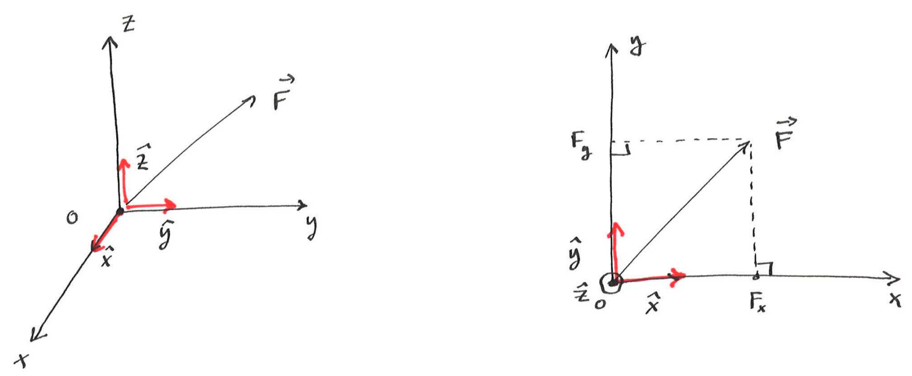


Figure 1: *Un vecteur dans un repère orthonormé.*

On adoptera les notations suivantes, par exemple pour le vecteur force $\vec{F}$. On représente ce vecteur par ses trois composantes dans un repère orthonormé.

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = F_x\,\hat{x} + F_y\,\hat{y} + F_z\,\hat{z} \tag{1}$$

Attention : F_x, F_y et F_z sont des nombres réels tandis que $\hat{x}$, $\hat{y}$ et $\hat{z}$ sont trois vecteurs. La norme du vecteur est notée F et vaut

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \tag{2}$$

Attention : F est un nombre réel positif ou nul. Contrairement aux composantes $F_x \cdots$ qui sont des réels et peuvent être négatifs.

Très souvent, on étudie des mouvements le long d'un axe (mouvement unidimensionnel). Généralement, on choisit l'axe $\hat{x}$ comme axe du mouvement. Dans ce cas, une seule composante de (par exemple) la force est non nulle. On a alors les simplifications suivantes

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = F_x\,\hat{x} \quad \text{et} \quad F = |F_x| \tag{3}$$

Attention : dans ce cas on a souvent tendance à confondre F et F_x. Il faut faire attention au signe car les deux quantités ne sont égales qu'en valeur absolue.

2 – Loi d'inertie

Dans un référentiel inertiel ou galiléen, tout corps garde le même vecteur vitesse tant qu'on ne lui applique aucune force.

Pour comprendre, il faut déjà définir ce qu'est un référentiel inertiel. C'est un référentiel dans lequel si je place un objet au repos et que je n'agis pas sur lui, l'objet reste au repos. Par exemple une pièce dans une maison, un train qui parcourt à vitesse constante une portion de voie ferrée droite... sont des référentiels inertiels. Au contraire, un train en train de freiner, d'accélérer ou de prendre une courbe n'est plus un référentiel inertiel. Sans aucune action de notre part, un objet au repos va se mettre à bouger dans ce référentiel. De même pour une pièce d'une maison si un tremblement de Terre se déclenche. Un référentiel galiléen est donc un référentiel qui n'est pas lui même en train de subir une accélération et de changer sa vitesse.

Dans un tel référentiel la loi indique que, si on n'agit pas sur un objet, il conserve sa vitesse initiale. C'est ce résultat assez contre intuitif qui représente la nouveauté apportée par Galilée et Newton par rapport à la science qui les précédait (vision Aristotélicienne du monde). En effet sur Terre, un objet est toujours soumis à des frottements et à la gravitation et va toujours finir par s'arrêter si on ne continue pas à appliquer une force en permanence. Galilée a imaginé ce qui adviendrait à un objet si on arrivait à éliminer complètement les frottements et a trouvé cette loi d'inertie.

Cette première loi nous indique que l'action qu'on exerce sur un objet, c'est à dire les forces, n'est donc pas reliée à la vitesse puisqu'on peut avoir une vitesse non nulle sans aucune force. Au contraire, les forces provoquent des changements de vitesse, c'est à dire des accélérations. C'est ce qui va être précisé dans la seconde loi.

3 – Loi fondamentale de la dynamique

Dans un référentiel Galiléen, l'accélération $\vec{a}$ d'un objet est égale à la somme (vectorielle) des forces qui s'appliquent sur lui divisée par sa masse m.

Autrement dit :

$$\sum_i \vec{F_i} = m\vec{a} \tag{4}$$

Par rapport à la discussion précédente, l'important est l'intervention de la masse. Le facteur de proportionnalité entre l'accélération et la force exercée sur l'objet dépend de l'objet considéré via sa masse. En clair en poussant sur des objets pendant une durée donnée avec une force donnée, je n'obtiendrai pas la même variation de vitesse pour différents objets (parce qu'ils auront différentes masses) : plus facile de mettre en mouvement un caddie vide que plein.

En fait on voit que la somme des forces ne donne pas directement le taux de variation de la vitesse, mais le taux de variation du produit $m\vec{v}$.

$$\sum_i \vec{F_i} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \tag{5}$$

Cette quantité $m\vec{v}$ s'appelle la *quantité de mouvement* et elle caractérise mieux que la vitesse le mouvement d'un objet. Nous verrons plus tard qu'elle relève une importance particulière.

Une conséquence importante de cette loi est que, lorsqu'on connait les forces qui agissent, on ne connaît que les variations de vitesse. En clair, pour connaître la vitesse, il faudra donner la vitesse initiale d'un objet. De même pour la position, une fois la vitesse connue, il faudra donner la position initiale de l'objet pour connaître sa position au cours du temps.

4 – Principe d'action et de réaction

A chaque action correspond toujours une réaction égale et opposée.

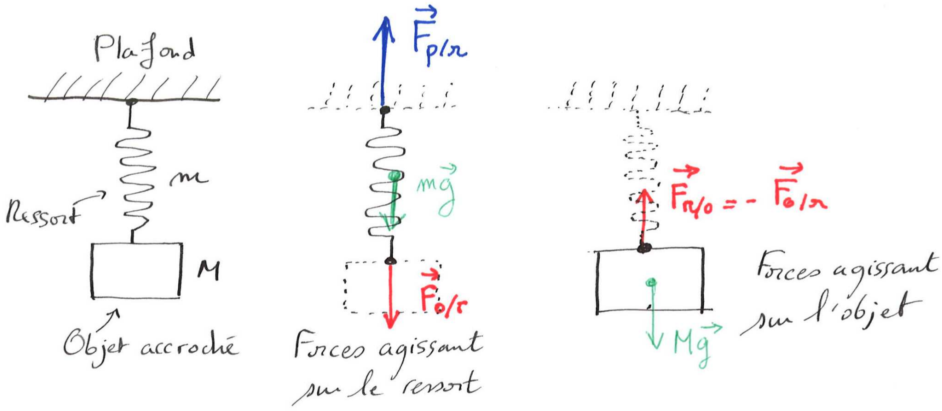
En clair, si un objet A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un objet B alors, réciproquement l'objet B agit sur l'objet A avec une force $\vec{F}_{B/A}$ opposée

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B} \tag{6}$$

Les deux force sont donc de même direction, de même module mais de sens opposés.

Exemple

Imaginons un ressort de masse m attaché au plafond auquel pend un objet de masse M. Les forces agissant sur le ressort et l'objet sont détaillées dans le schéma ci-dessous.



Comme l'ensemble est immobile, l'accélération est nulle et la somme des forces est donc égale à zéro pour les deux.

$$M\vec{a}_{\mathrm{o}} = \vec{0} = M\vec{g} + \vec{F}_{\mathrm{r/o}} = \vec{0} \qquad m\vec{a}_{\mathrm{r}} = m\vec{g} + \vec{F}_{\mathrm{o/r}} + \vec{F}_{\mathrm{p/r}} = \vec{0} \tag{7}$$

où $\vec{F}_{\mathrm{r/o}}$ est la force du ressort sur l'objet, $\vec{F}_{\mathrm{o/r}}$ la force de l'objet sur le ressort et $\vec{F}_{\mathrm{p/r}}$ la force du plafond sur le ressort et où, par le principe d'action et de réaction, on a

$$\vec{F}_{\mathrm{r/o}} = -\vec{F}_{\mathrm{o/r}} \qquad \vec{F}_{\mathrm{r/p}} = -\vec{F}_{\mathrm{p/r}} \tag{8}$$

On voit immédiatement que $\vec{F}_{\mathrm{r/o}} = -M\vec{g}$ et donc que les forces prennent les valeurs suivantes :

$$\vec{F}_{\mathrm{r/o}} = -\vec{F}_{\mathrm{o/r}} = -M\vec{g} \qquad \vec{F}_{\mathrm{r/p}} = -\vec{F}_{\mathrm{p/r}} = +(M+m)\vec{g} \tag{9}$$

et on remarque que, contrairement à ce qu'on pense généralement, le module de la force exercée à chaque bout du ressort n'est pas la même : $F_{\mathrm{r/o}} \neq F_{\mathrm{r/p}}$. Ces forces ne deviennent approximativement égales que quand la masse m est très petite devant M. En faisant ce genre d'approximation, on suppose donc que la masse du ressort est négligeable devant les autres masses mises en jeu dans le problème.

---

5 – Principe de relativité

Les lois de Newton implique le principe de relativité du mouvement. Celui-ci postule que deux expériences identiques faites dans deux référentiels en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre donneront le même résultat. En clair, par une expérience, on ne peut pas dire si le référentiel dans lequel on se trouve est en mouvement ou pas. Le résultat de l'expérience ne dépendra pas de la vitesse du référentiel.

Par exemple, si à l'arrêt sur le sol, je prends une pièce de monnaie et que je la lâche, elle tombera à mes pieds. Si je refais la même expérience dans un TGV roulant à 360 km/h, j'obtiens exactement le même résultat : la pièce tombe encore à mes pieds (alors que le TGV avance de plusieurs dizaines de mètres durant la durée de la chute de la pièce). La même expérience menée dans les deux référentiels de la Terre et du train donne le même résultat.

Cela n'a donc aucun sens de se demander si le référentiel dans lequel on se trouve est en mouvement ou pas. La seule notion qui existe est celle du *mouvement relatif*, c'est à dire du mouvement d'un objet par rapport à un autre : le train est en mouvement par rapport à la Terre, le passager est au repos par rapport au train mais en mouvement par rapport à la Terre.

Conséquence immédiate : il n'y a pas de référentiel "préféré", tous les référentiels (inertiels) sont équivalents. Le référentiel lié à la Terre n'a donc rien de particulier et la Terre n'occupe pas un statut à part dans l'univers (contrairement à la vision Aristotélicienne de la Terre fixe au centre de l'Univers avec les autres astres tournant autour d'elle).

6 – Quatre forces fondamentales

On pense aujourd'hui qu'existent quatre forces fondamentales dans la nature.

- La force de gravitation qui est une force d'attraction entre n'importe quels objets ayant une masse. C'est une force faible et à longue portée.

- La force électromagnétique qui est une force répulsive (entre particules de charge électrique de même signe) ou attractive (entre charges opposées). Elle est beaucoup plus forte que la force gravitationnelle mais se manifeste peu à notre échelle car la matière est globalement neutre. Elle assure la cohésion des atomes (les électrons étant attirés par les noyaux), des molécules...
- La force nucléaire forte assure la cohésion du noyau en créant une attraction très forte entre les composants du noyau atomique mais c'est une force à courte portée.
- La force nucléaire faible, responsable de certaines désintégrations radioactives.

Toutes les forces que nous observons dans la vie de tous les jours sont donc dérivées de ces quatre forces fondamentales. Essentiellement, les forces d'un ressort, les forces de frottement... sont uniquement liées aux forces électromagnétiques entre atomes. On peut généralement les décrire de manière empirique, c'est à dire mesurer expérimentalement ces forces et trouver une "loi" les décrivant approximativement.

7 – Force de gravitation

La force de gravitation s'exerçant entre deux objets est toujours attractive. Pour deux objets de masse m_1 et m_2 sa norme vaut :

$$F_{1/2} = F_{2/1} = \mathcal{G}\,\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

où d est la distance entre les centre de masse des deux objets et où $\mathcal{G} = 6.674 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ est la constante de gravitation universelle. La force qu'exerce l'objet 1 sur l'objet 2 est dirigée suivant la droite qui relie les centres de masse des deux objets, de l'objet 2 vers l'objet 1 (puisqu'elle est attractive).

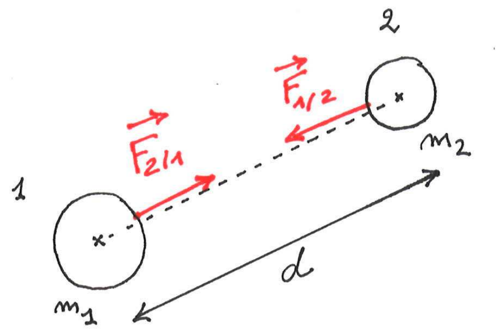


Figure 2: *Force d'interaction gravitationnelle entre deux objets.*

A la surface de la Terre, nous sommes toujours à une distance égale au rayon de la Terre $R_\mathrm{T} = 6360\,\mathrm{km}$ du centre. La masse de la Terre vaut $m_\mathrm{T} = 5,9736 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$. On peut donc simplifier la formule précédente et on obtient la force d'attraction exercée par la Terre sur un objet de masse m situé à sa surface, c'est à dire son poids P

$$P = \frac{\mathcal{G} m_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}^2} \times m = \frac{6.674 \times 10^{-11} \times 5,9736 \times 10^{24}}{(6360 \times 10^3)^2} \times m = 9.81 \times m = mg$$

où on définit l'accélération de la gravité à la surface de la terre

$$g = \frac{\mathcal{G} m_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}^2} = 9.81\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}.$$

Dirigé vers le centre de la Terre, $\vec{P}$ est vertical et dirigé vers le bas. Le poids P peut être supposé constant pour tous les phénomènes se situant à la surface de la Terre. En effet, même si on se place dans un avion à 10 km d'altitude, cela ne représente qu'une petite variation de distance par rapport au rayon terrestre et cela ne modifie donc que très peu la force de gravitation.

On peut calculer de la même manière l'accélération de gravitation à la surface de la Lune. Le rayon et la masse de la Lune étant différents de ceux de la Terre, on obtient une autre valeur de l'accélération à sa surface $g_{\mathrm{L}} = 1.62\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ (cf. *"On a marché sur la Lune"*, Hergé).

8 – Forces élastiques

De nombreux objets solides ont pour propriété de reprendre leur forme initiale après avoir été déformé. Par exemple, une éponge s'aplatit quand on appuie dessus, mais reprend sa forme initiale une fois que l'on finit d'appuyer. De même pour un ressort. Une règle en métal ou en plastique qu'on plie (sans la casser) redevient droite si on cesse d'exercer une action sur elle. Cette propriété commune à une grande partie des matériaux solides est *l'élasticité*.

L'élasticité trouve son origine dans l'organisation microscopique de la matière. Si des corps solides se forment, c'est que les atomes qui les composent sont attirés les uns par les autres et s'agglomèrent. C'est à dire que les forces d'interaction entre ces atomes sont attractives lorsque deux atomes sont loin l'un de l'autre. A courtes distances, les interactions entre atomes sont nécessairement répulsives (les charges positives des noyaux se repoussant fortement). Il existe donc une distance intermédiaire a où la force entre deux atomes s'annule (voir shéma ci-dessous représentant la force de l'atome A sur l'atome B en fonction de la position x_{B} de l'atome B, l'atome A étant situé à l'origine du repère).

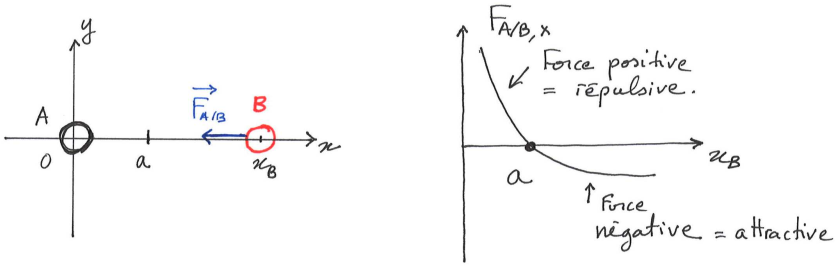


Figure 3: *Forces d'attraction entre atomes de même type formant un solide*

Si on met donc deux atomes à cette distance, ils sont au repos (aucune force n'agit sur eux). Mieux, si on les écarte un peu ils subissent alors une force attractive qui tend à les rapprocher. Et si on les rapproche, au contraire, ils subissent une force répulsive qui tend à les éloigner à nouveau. Au final, les atomes vont donc toujours revenir vers une situation où ils sont à cette distance a l'un de l'autre.

Dans un solide les atomes se placent à des positions particulières de manière à ce que la force totale exercée par tous les autres atomes sur un atome donné soit nulle (en gros, les atomes se placent à une distance a les uns des autres). C'est ce qu'on appelle un *cristal*.

Quand on tord ce cristal, on rapproche certains atomes (qui vont alors se repousser) et on en éloigne d'autres (qui vont alors s'attirer) et une force va apparaître dans le matériau qui aura tendance à nous ramener dans la situation d'équilibre (lorsque les forces agissant sur les atomes sont nuls). C'est pourquoi les objets macroscopiques ont ce comportement élastique.

8.1 – Ressort

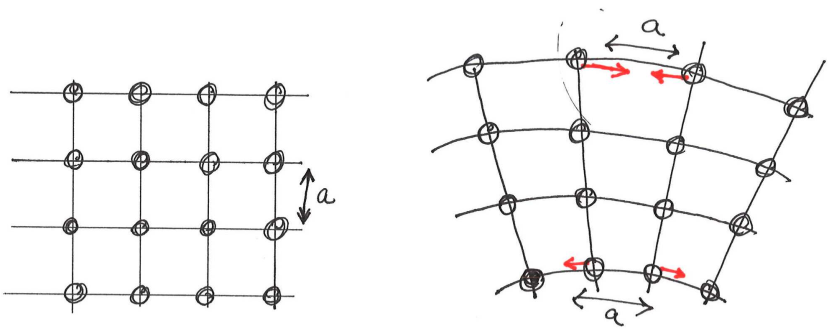


Figure 4: *Matière solide cristalline et déformation de ce cristal*

Le ressort est évidemment l'objet avec le comportement élastique le plus simple. Quand il n'est soumis à aucune force, un ressort a une longueur à vide L_{R}. Quand il est dans cet état il n'exerce aucune force. Dès qu'on le déforme (qu'on le comprime ou qu'on l'étire) et qu'on lui donne une autre longueur L il se met à exercer une force F_{R} qui tend à le ramener à sa taille (forme) initiale. Pour de petites déformations, la force du ressort est proportionnelle à la variation de longueur $L - L_{\mathrm{R}}$ qu'il a subie. On appelle le coefficient de proportionnalité la constante de raideur notée k.

$$F_{\mathrm{R}} = k|L - L_{\mathrm{R}}|$$

Dans le cas d'un ressort attaché à un support, il est pratique de faire coïncider l'origine du repère avec le bout du ressort lorsqu'il est au repos et l'axe des x avec l'axe du ressort (voir schéma).

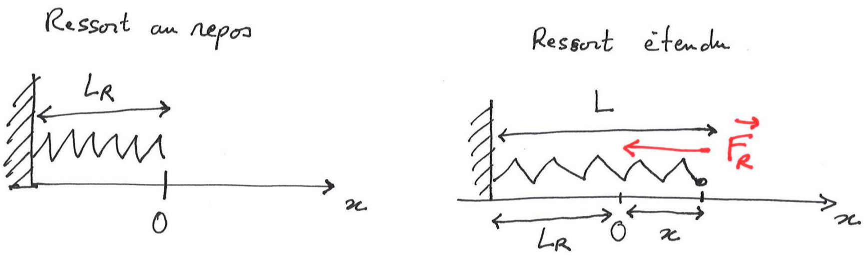


Figure 5: *Déformation et force exercée par un ressort.*

Dans ce cas, la variation de longueur du ressort $|L - L_{\mathrm{R}}|$ est simplement égale à $|x|$ où la variable x repère la position du bout du ressort. De plus, on voit que quand $x > 0$ la projection $F_{\mathrm{R}x}$ de $\vec{F}_{\mathrm{R}}$ sur l'axe x est négative (inversement quand $x < 0$). On a alors $\vec{F}_{\mathrm{R}} = F_{\mathrm{R}x}\,\hat{x}$ et

$$F_{\mathrm{R}x} = -kx$$

8.2 – Réaction normale d'un support

Imaginons l'expérience suivante : on place un objet de masse m sur un ressort positionné verticalement. Le ressort s'enfonce et on attend qu'un équilibre se fasse. Deux forces s'exercent sur l'objet : la force du ressort $\vec{F}_{\mathrm{R}}$ et le poids $\vec{P} = m\vec{g}$. Comme le système ne bouge pas, on a nécessairement la somme des forces qui est nulle et donc $\vec{F}_{\mathrm{R}} = -\vec{P}$. Le ressort fournit donc une force qui s'adapte à la pression qu'exerce sur lui le paquet et donne juste la force nécessaire pour compenser le poids du paquet. Pour cela, le ressort s'est enfoncé d'une distance

$$|L - L_{\mathrm{R}}| = \frac{mg}{k}$$

Il se passe la même chose quand on pose un paquet sur une table. La table fournit exactement la force nécessaire pour compenser la pesée du paquet sur elle. Pourtant, on ne voit pas de compression visible de la table. C'est parce que la "constante de raideur de la table" est tellement grande que la déformation de la table est très petite et invisible à l'œil nu.

Cette force exercée par un support très rigide est appelée la réaction normale et est souvent notée $\vec{N}$. Elle s'adapte de manière à ce que l'objet posé sur le support ne s'enfonce pas dans celui-ci. Donc l'effet de cette force est d'annuler tout déplacement de l'objet vers le "bas" le long de l'axe perpendiculaire à la surface, c'est à dire d'empêcher l'objet d'avoir une accélération négative le long de cet axe. Elle agit donc comme une contrainte qui impose $a_y \geq 0$ (avec le choix de l'axe y représenté sur le schéma).

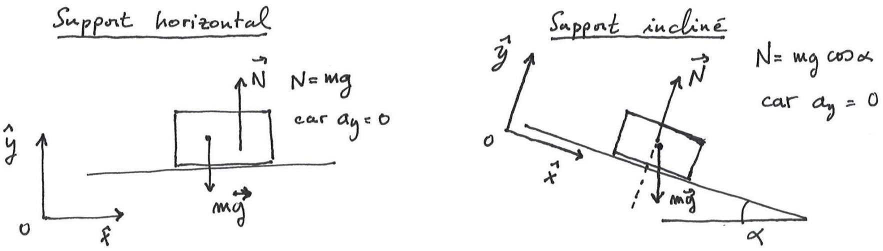


Figure 6: *Réaction normale d'un support horizontal ou incliné sur un objet posé dessus.*

9 – Forces de frottement solide

On va décrire le frottement d'un corps solide sur un autre corps solide, typiquement un carton que l'on pousse sur une table. On doit distinguer deux régimes : un régime statique où les frottements maintiennent l'objet fixe et un régime dynamique où l'objet se met à glisser.

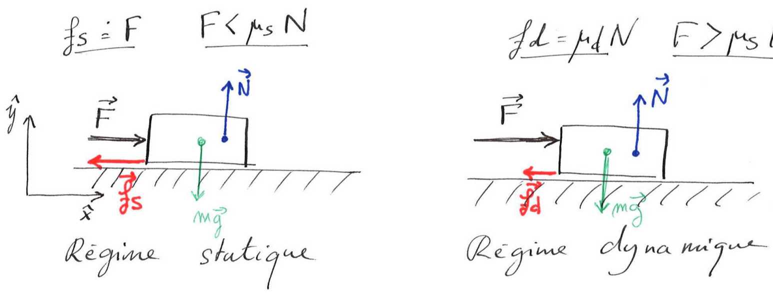


Figure 7: *Les deux régimes de frottement : statique ou dynamique.*

9.1 – Frottement statique

Imaginons que l'on pousse sur le coté un carton disposé sur une table. Si on exerce une petite poussée, on voit que le carton ne bouge pas. Cela veut dire qu'apparaît une force qui s'oppose à la poussée de la même manière que la réaction normale s'opposait au poids. La différence est que cette force n'est pas perpendiculaire au plan sur lequel est posé l'objet mais parallèle à celui-ci. Cette force est la *force de frottement statique* $\vec{f_s}$. Elle impose donc que l'accélération parallèle au plan soit nulle (dans notre exemple que l'accélération a_x suivant $\hat{x}$ soit nulle).

Cependant nous savons que si on pousse suffisamment fort, le carton va se mettre à bouger. Le contact entre le carton et la table est capable de fournir une force qui s'adapte, mais uniquement dans une certaine mesure. En clair, $\vec{f_\mathrm{s}}$ compense la poussée tant que celle-ci n'est pas trop forte. C'est à dire qu'il existe une valeur maximale possible f_max pour la force f_s. Si la poussée F est plus faible f_max, la force de frottement f_s compense la poussée F, sinon l'objet se met à bouger.

Tout se passe comme si l'objet était collé à la table et que, en poussant suffisamment fort, on "casse" la couche de colle, mettant alors l'objet en mouvement.

Quelle est donc la valeur de cette force limite f_max ? Intuitivement, si on ajoute des objets dans le carton et que celui devient plus lourd, appuie plus fortement sur la table, la force qu'il faudra exercer pour mettre le carton en mouvement va augmenter. On pose donc que la force f_max est proportionnelle à N la force avec laquelle les deux surfaces (celle du carton et la table) sont appuyées l'une sur l'autre. Le coefficient de proportionnalité entre f_max et N, sans dimension, est appelé le coefficient de frottement statique, noté μ_s. Il dépend de la nature des deux surfaces (plus ou moins lisses, type de matériau...).

$$f_\mathrm{max} = \mu_\mathrm{s} N \text{ et } f_\mathrm{s} \leq f_\mathrm{max} \tag{10}$$

9.2 – Frottement dynamique

Si la poussée qu'on exerce est plus grande que la valeur maximale que peut prendre la force de frottement statique, le carton se met en mouvement. A ce moment la force de frottement dynamique $\vec{f_\mathrm{d}}$ remplace la force de frottement statique. Là encore, intuitivement, le frottement sera plus important si on pousse un objet plus lourd et la force est proportionnelle à N avec un coefficient différent μ_d.

$$f_\mathrm{d} = \mu_\mathrm{d} N \tag{11}$$

De manière générale, pour une surface de contact donnée $\mu_\mathrm{d} < \mu_\mathrm{s}$ et la force qu'on a utilisée pour "décoller" l'objet est supérieure à la force de frottement dynamique.

Exemple

Prenons l'exemple suivant. Un carton pesant $m = 10$ kg est posé sur une table. Les coefficients de frottement entre le carton et la table sont $\mu_\mathrm{s} = 0.5$ et $\mu_\mathrm{d} = 0.3$. Comme la table est horizontale, N est égal à $mg = 98.1\,\mathrm{N}$. La force limite au delà de laquelle le carton se met à bouger est donc $f_\mathrm{max} = \mu_\mathrm{s} N = \mu_\mathrm{s} mg = 49.05\,\mathrm{N}$. Donc, si $F < \mu_\mathrm{s} mg$ le carton ne bouge car la force de frottement statique le maintient "collé" à la table. Si $F > \mu_\mathrm{s} mg$, le carton se met à bouger.

Prenons par exemple une force $F = 50\,\mathrm{N}$. Le carton se met à bouger et on a alors une force de frottement dynamique qui vaut $\mu_\mathrm{d} mg = 29.43\,\mathrm{N}$. L'accélération du carton suivant x vaut alors

$$ma_x = F - \mu_\mathrm{d} mg \Rightarrow a_x = F/m - \mu_\mathrm{d} g = 50/10 - 0.3 \times 9.81 = 2.057 \text{ m} \cdot \mathrm{s}^{-2}. \tag{12}$$

Si une fois le carton mis en mouvement, on veut le maintenir à une vitesse fixée, il suffit de pousser avec une force égale à la force de frottement dynamique, c'est à dire avec une force $F' = \mu_\mathrm{d} mg = 29.43\,\mathrm{N}$.