EXERCICES AVEC SOLUTIONS (STATIQUE)

Exercice 01 :

Déterminer les tensions des câbles dans les figures suivantes :

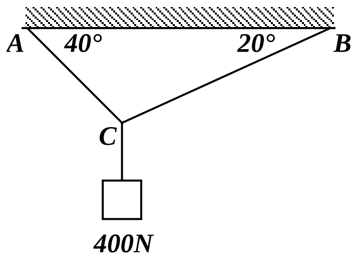


figure: 1

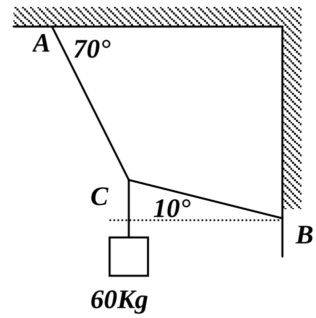


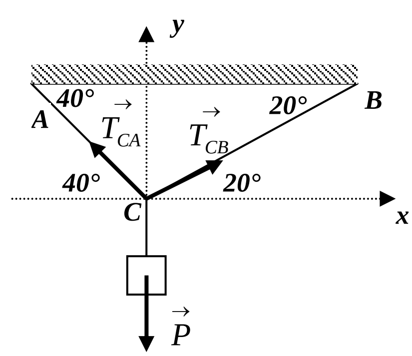
figure : 2

Solution :

Figure 1 :

Au point ***C*** nous avons :

$$\vec{T}_{CA} + \vec{T}_{CB} + \vec{P} = \vec{0}$$



La projection sur les axes donne :

$$-T_{CA}\cos 40° + T_{CB}\cos 20° = 0$$

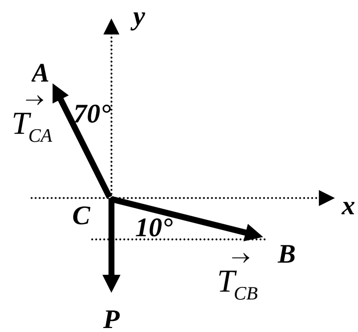
$$T_{CA}\sin 40° + T_{CB}\sin 20° - P = 0$$

d'où : $T_{CA} = 354\ N$. $T_{CB} = 288{,}5\ N$

Figure 2 :

Au point ***C*** nous avons :

$$\vec{T}_{CA} + \vec{T}_{CB} + \vec{P} = \vec{0}$$



La projection sur les axes donne :

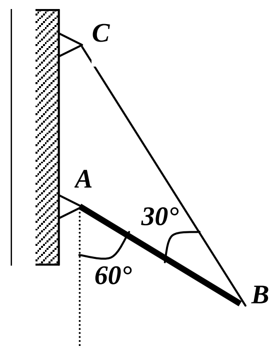
$$-T_{CA}\sin 70° + T_{CB}\cos 10° = 0$$

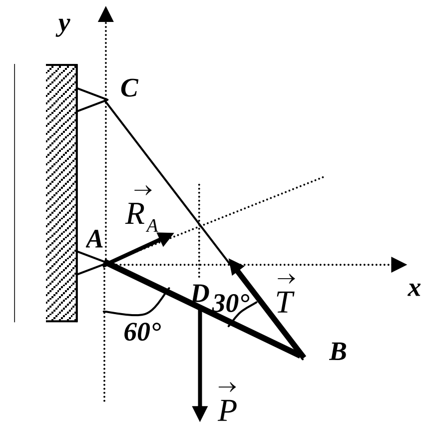
$$T_{CA}\cos 70° - T_{CB}\sin 10° - P = 0$$

d'où : $T_{CA} = 3390\ N$; $T_{CB} = 3234\ N$

Exercice 02 :

Une barre homogène pesant ***80 N*** est liée par une articulation cylindrique en son extrémité ***A*** à un mur. Elle est retenue sous un angle de ***60°*** avec la verticale par un câble inextensible de masse négligeable à l'autre extrémité ***B***. Le câble fait un angle de ***30°*** avec la barre. Déterminer la tension dans le câble et la réaction au point ***A***.





Solution :

Le système est en équilibre statique dans le plan *(xoy)*, nous avons alors :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{R}_A + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T} + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{cases} L\cos 30° \\ L\sin 30° \end{cases} \; ; \quad \overrightarrow{AD}\begin{cases} (L/2)\cos 30° \\ (L/2)\sin 30° \end{cases} \; ; \quad \vec{P}\begin{cases} 0 \\ -P \end{cases} \; ; \quad \vec{T}\begin{cases} -T\cos 60° \\ T\sin 60° \end{cases}$$

L'équation ***(1)*** projetée sur les axes donne : $R_{Ax} - T\cos 60° = 0 \qquad \textbf{\textit{(3)}}$

$$R_{Ay} + T\sin 60° - P = 0 \qquad \textbf{\textit{(4)}}$$

L'équation ***(2)*** s'écrira : $\begin{pmatrix} L\cos 30° \\ L\sin 30° \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -T\cos 60° \\ T\sin 60° \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (L/2)\cos 30° \\ (L/2)\sin 30° \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$LT\cos 30° s\sin 60° + LT\cos 60°\sin 30° - \frac{PL}{2}\cos 30° = 0 \qquad \textbf{\textit{(5)}}$$

$$(5) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{P}{2}\cos 30° = 34{,}64N$$

$$(3) \quad \Rightarrow \quad R_{AX} = T\cos 60° = 17{,}32N$$

$$(4) \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} = P - T\sin 60° = 30N$$

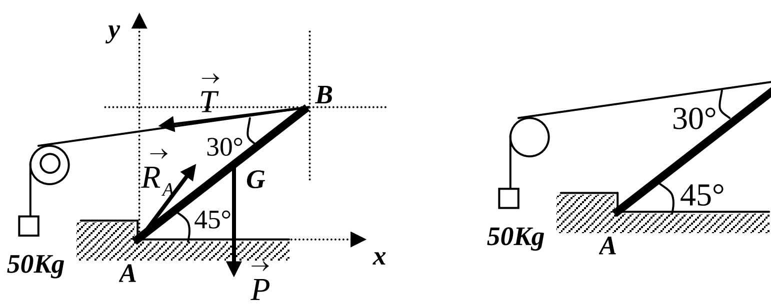
d'où $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{AY}^2} = 34.64N$ et l'angle que fait la réaction avec l'axe ***ox*** est donné par :

$$\cos\theta = \frac{R_{Ax}}{R_A} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad \theta = 60°$$

Exercice 03 :

On maintient une poutre en équilibre statique à l'aide d'une charge ***P*** suspendue à un câble inextensible de masse négligeable, passant par une poulie comme indiqué sur la figure. La poutre a une longueur de ***8m*** et une masse de ***50 Kg*** et fait un angle de ***45°*** avec l'horizontale et ***30°*** avec le câble.

Déterminer la tension dans le câble ainsi que la grandeur de la réaction en ***A*** ainsi que sa direction par rapport à l'horizontale.



Solution :

Toutes les forces agissant sur la poutre sont dans le plan *(xoy)* . Le système est en équilibre statique d'où

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{R}_A + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T} + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(2)}$$

Nous avons $T = P$, et $\overrightarrow{AB}\begin{cases}4\sqrt{2}\\4\sqrt{2}\end{cases}$; $\overrightarrow{AG}\begin{cases}2\sqrt{2}\\2\sqrt{2}\end{cases}$; $\vec{P}\begin{cases}0\\-P\end{cases}$; $\vec{T}\begin{cases}-T\cos15°\\-T\sin15°\end{cases}$; $\vec{R}_A\begin{cases}R_{Ax}\\R_{Ay}\end{cases}$

L'équation ***(1)*** projetée sur les axes donne : $R_{Ax} - T\cos15° = 0$ ***(3)***

$R_{Ay} - T\sin15° - P = 0$ ***(4)***

L'équation ***(2)*** s'écrira : $\begin{pmatrix}4\sqrt{2}\\4\sqrt{2}\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}-T\cos15°\\-T\sin15°\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\2\sqrt{2}\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\-P\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$$-4T\sqrt{2}\sin15° + 4T\sqrt{2}\cos15° - 2P\sqrt{2} = 0 \qquad \textbf{\textit{(5)}}$$

$$T = \frac{2P\sqrt{2}}{4\sqrt{2}(\cos15° - \sin15°)} \quad \Rightarrow \quad T = 353{,}55N$$

(3) $\Rightarrow$ $R_{Ax} = 341{,}50N$ et ***(4)*** $\Rightarrow$ $R_{Ay} = 591{,}50N$

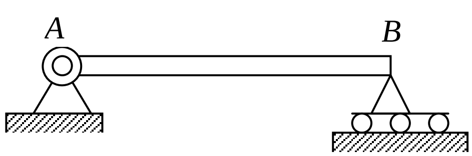
d'où $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{AY}^2} = 683N$ et l'angle que fait la réaction avec l'axe ***ox*** est donné par :

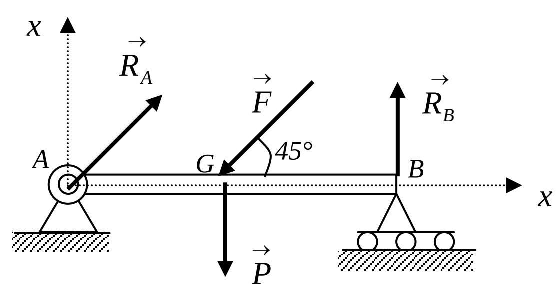
$$\cos\theta = \frac{R_{Ax}}{R_A} = 0{,}577 \qquad \Rightarrow \quad \theta = 54{,}76°$$

Exercice 04 :

La barre ***AB=L*** est liée en ***A*** par une articulation cylindrique et à son extrémité ***B***, elle repose sur un appui rouleau. Une force de ***200 N*** agit en son milieu sous un angle de ***45°*** dans le plan vertical. La barre a un poids de ***50 N***.

Déterminer les réactions aux extrémités ***A*** et ***B***.





Solution :

Toutes les forces agissant sur la poutre sont situées dans le plan *(xoy)* . Le système est en équilibre statique, nous avons alors :

$$\sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{R_A} + \vec{R_B} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R_B} + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{F} + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(2)}$$

La projection de l'équation ***(1)*** sur les axes donne :

$$R_{Ax} - F\cos 45° = 0 \qquad \textbf{(3)}$$

$$R_{Ay} + R_B - F\sin 45° - P = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

En développant l'équation ***(2)*** on aboutit à :

$$\begin{pmatrix} L \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ R_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/2 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F\cos 45° \\ -F\sin 45° \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/2 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} = 0$$

$$LR_B - \frac{L}{2}F\cos 45° - \frac{L}{2}P = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_B - \frac{F\sqrt{2}}{4} - \frac{P}{2} = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

(5) $\Rightarrow$ $R_B = 95{,}71\ N$

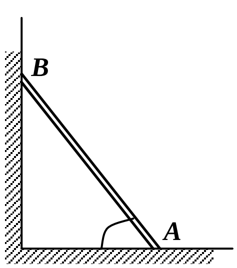
(3) $\Rightarrow$ $R_{Ax} = 141{,}42\ N$

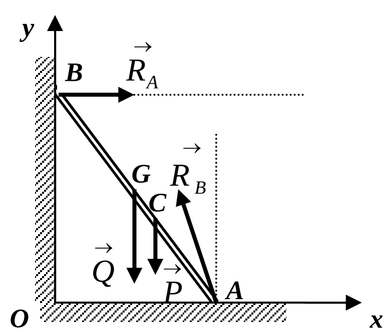
(4) $\Rightarrow$ $R_{Ay} = 95{,}71\ N$; d'où $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = 170{,}76 N$

Exercice 05 :

Une échelle de longueur ***20 m*** pesant ***400 N*** est appuyée contre un mur parfaitement lisse en un point situé à ***16 m*** du sol. Son centre de gravité est situé à ***1/3*** de sa longueur à partir du bas. Un homme pesant ***700 N*** grimpe jusqu'au milieu de l'échelle et s'arrête. On suppose que le sol est rugueux et que le système reste en équilibre statique.

Déterminer les réactions aux points de contact de l'échelle avec le mur et le sol.





Solution :

AB=L =20 m , OB=16 m, Q =700 N , P =400 N, $\sin\alpha = \frac{OB}{AB} = \frac{16}{20} = 0{,}8 \quad \Rightarrow \alpha = 53{,}13°$

L'échelle est en équilibre statique. La résultante des forces est nulle. Le moment résultant par rapport au point A est aussi nul.

$$\sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{R_A} + \vec{R_B} + \vec{Q} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \qquad \Rightarrow \qquad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R_B} + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{Q} + \overrightarrow{AC} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(2)}$$

Nous avons aussi :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -L\cos\alpha \\ L\sin\alpha \end{pmatrix};\ \overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} -(L/2)\cos\alpha \\ (L/2)\sin\alpha \end{pmatrix};\ \overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} -(L/3)\cos\alpha \\ (L/3)\sin\alpha \end{pmatrix};\ \vec{R_B}\begin{pmatrix} R_B \\ 0 \end{pmatrix};\ \vec{Q}\begin{pmatrix} 0 \\ -Q \end{pmatrix};\ \vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}$$

La projection de l'équation ***(1)*** sur les axes donne les équations scalaires :

$$-R_{Ax} + R_B = 0 \qquad \textbf{(3)}$$

$$R_{Ay} - Q - P = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

En développant l'équation (2), on aboutit à :

$$\begin{pmatrix} -L\cos\alpha \\ L\sin\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} R_B \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(L/2)\cos\alpha \\ (L/2)\sin\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(L/3)\cos\alpha \\ (L/3)\sin\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-R_B L\sin\alpha + Q\frac{L}{2}\cos\alpha + P\frac{L}{3}\cos\alpha = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

(5) $\Rightarrow \quad R_B = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\left(\frac{Q}{2} + \frac{P}{3}\right)$ d'où $R_B = 362{,}5N$

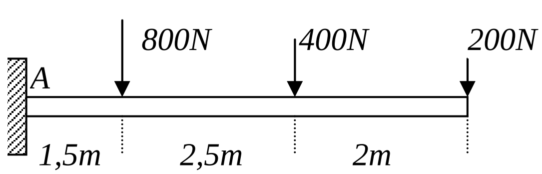
(3) $\Rightarrow \quad R_{Ax} = R_B = 362{,}5N$

(4) $\Rightarrow \quad R_{Ay} = 1100N$; on déduit : $R_A = 1158{,}34N$

Exercice 06 :

On applique trois forces sur une poutre de masse négligeable et encastrée au point *A*.

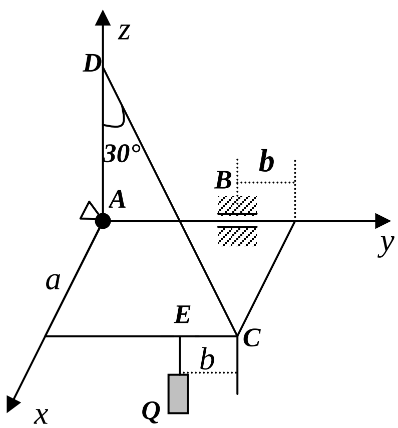
Déterminer la réaction à l'encastrement.

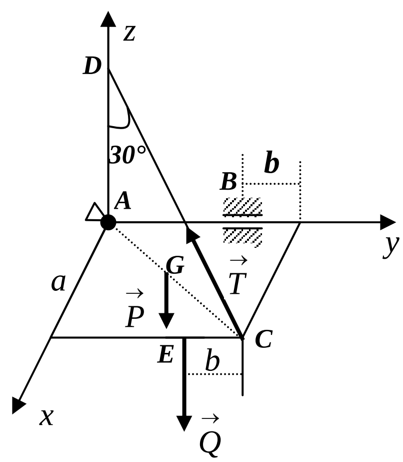


Exercice 07 :

Un plaque carrée de coté *a*, de poids ***P*** est fixée à un mur à l'aide d'une articulation sphérique au point ***A*** et d'une articulation cylindrique au point ***B***. Un câble ***CD*** inextensible et de masse négligeable maintient la plaque en position horizontale. Une charge ***Q = 2P*** est suspendue au point ***E*** de la plaque. Les données sont : $b = \frac{a}{3}$; $\alpha = 30°$

Déterminer les réactions des articulations en ***A*** et ***B*** ainsi que la tension dans le câble en fonction de ***a*** et ***P***





Solution :

La plaque est en équilibre statique dans le plan horizontale, nous pouvons écrire :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{T} + \vec{Q} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}_B + \overrightarrow{AC} \wedge \vec{T} + \overrightarrow{AE} \wedge \vec{Q} + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(2)}$$

Articulation sphérique en ***A*** : R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}

Articulation cylindrique en ***B*** et d'axe ***y***: $R_{Bx}, 0, R_{Bz}$

Le triangle ***ACD*** est rectangle en ***A*** , et l'angle ***(DA,DC) = 30°*** alors l'angle ***(CA,CD)=60°***

La tension aura pour composantes : $\vec{T} = \begin{pmatrix} -T\cos 60 \cos 45 \\ -T\cos 60 \sin 45 \\ T\sin 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(T\sqrt{2})/4 \\ -(T\sqrt{2})/4 \\ (T\sqrt{3})/2 \end{pmatrix}$

$$\vec{Q}\begin{pmatrix}0\\0\\-2P\end{pmatrix} \; ; \; \vec{P}\begin{pmatrix}0\\0\\-P\end{pmatrix} \; ; \; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\2a/3\\0\end{pmatrix} \; ; \; \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}a\\a\\0\end{pmatrix} \; ; \; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}a\\2a/3\\0\end{pmatrix} \; ; \; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}a/2\\a/2\\0\end{pmatrix}$$

Projetons l'équation ***(1)*** sur les axes du repère :

$$R_{Ax} + R_{Bx} - (T\sqrt{2})/4 = 0 \qquad \textbf{(3)}$$

$$R_{Ay} - (T\sqrt{2})/4 = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

$$R_{Az} + R_{Bz} - (T\sqrt{3})/2 - 2P - P = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

L'équation ***(2)*** se traduira par :

$$\begin{pmatrix}0\\2a/3\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}R_{Bx}\\0\\R_{Bz}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}a\\a\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}-(T\sqrt{2})/4\\-(T\sqrt{2})/4\\(T\sqrt{3})/2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}a\\2a/3\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\0\\-2P\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}a/2\\a/2\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\0\\-P\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

Le développement de ce produit vectoriel donnera trois équations :

$$\frac{2a}{3} R_{Bz} + aT\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{4aP}{3} - \frac{aP}{2} = 0 \qquad \textbf{(6)}$$

$$-aT\frac{\sqrt{3}}{2} + 2aP + \frac{aP}{2} = 0 \qquad \textbf{(7)}$$

$$-\frac{2a}{3} R_{Bx} = 0 \qquad \textbf{(8)}$$

La résolution de ce système d'équations donne :

(8) $\Rightarrow \; R_{Bx} = 0$; ***(7)*** $\Rightarrow \; T = \dfrac{5\sqrt{3}}{3} P$; ***(6)*** $\Rightarrow \; R_{Bz} = -P$

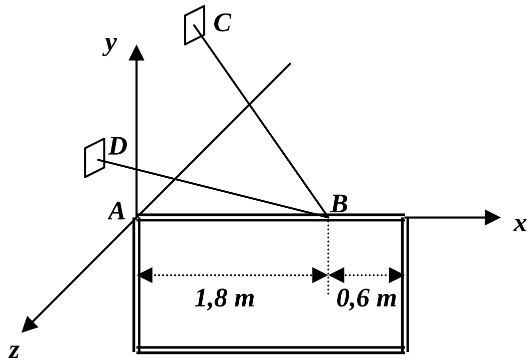
(5) $\Rightarrow \; R_{Az} = \dfrac{3}{2} P$; ***(4)*** $\Rightarrow \; R_{Ay} = \dfrac{5\sqrt{6}}{12} P$; ***(3)*** $\Rightarrow \; R_{Ax} = \dfrac{5\sqrt{6}}{12} P$

$R_A = 17{,}39P$ et $R_B = P$

Exercice 08 :

Une enseigne lumineuse rectangulaire de densité uniforme de dimension ***1,5*** x ***2,4 m*** pèse ***120 Kg.*** Elle est liée au mûr par une articulation sphérique et deux câbles qui la maintienne en position d'équilibre statique, comme indiqué sur la figure. Déterminer les tensions dans chaque câble et la réaction au point ***A.***

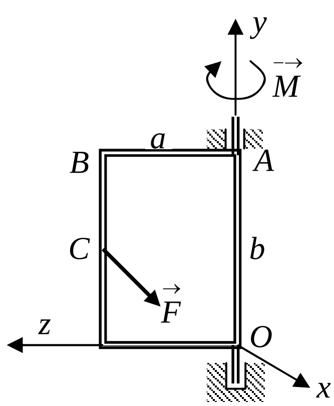
On donne : ***C(0 ; 1,2 ; --2,4) , D(0 ; 0,9 ; 0,6).***

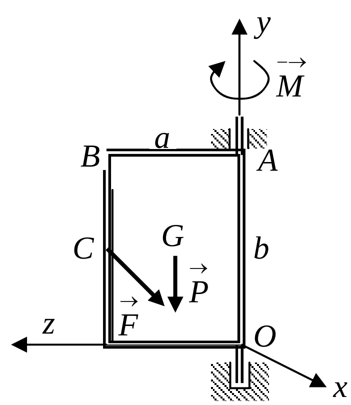


Exercice 09 :

Une porte métallique rectangulaire de densité uniforme de dimensions ***a*** x ***b,*** de poids ***P*** , est maintenue en position verticale par deux articulations, l'une sphérique au point ***O*** et l'autre cylindrique au point ***A*** . Une force ***F*** est appliquée perpendiculairement au plan de la porte au point ***C*** milieu de la longueur. Afin de maintenir cette porte en position fermée, on applique un moment $\overrightarrow{M}$ au point ***A***. Déterminer les réactions aux niveau des articulation ***O*** et ***A*** ainsi que la force ***F*** nécessaire pour ouvrir la porte. On donne : ***a = 2m, b = 3m, BC= b/2,***

M = 400N, P = 800N





Solution :

Nous avons : $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 0 \\ b/2 \\ a/2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 0 \\ b/2 \\ a \end{pmatrix}$

Et aussi : $\overrightarrow{M} = \begin{pmatrix} 0 \\ -M \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{P} = \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{R}_O = \begin{pmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ R_{Az} \end{pmatrix}$; $\vec{R}_A = \begin{pmatrix} R_{Ax} \\ 0 \\ R_{Az} \end{pmatrix}$

La porte est en équilibre statique, nous pouvons écrire :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_O + \vec{R}_A + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/O} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OA} \wedge \vec{R}_B + \overrightarrow{OC} \wedge \vec{F} + \overrightarrow{OG} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

Projetons l'équation ***(1)*** sur les axes du repère :

$$R_{Ox} + R_{Ax} + F = 0 \qquad \textbf{\textit{(3)}}$$

$$R_{Oy} - P = 0 \qquad \textbf{\textit{(4)}}$$

$$R_{Oz} + R_{Az} = 0 \qquad \textbf{\textit{(5)}}$$

L'équation ***(2)*** se traduira par :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} R_{Ax} \\ 0 \\ R_{Az} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b/2 \\ a \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b/2 \\ a/2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -M \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$bR_{Az} + \frac{aP}{2} = 0 \qquad \textbf{\textit{(6)}}$$

$$aF - M = 0 \qquad \textbf{\textit{(7)}}$$

$$-bR_{Ax} - \frac{bF}{2} = 0 \qquad \textbf{\textit{(8)}}$$

la résolution de ce système d'équation nous donne :

(4) $\Rightarrow$ $R_{Oy} = P = 800N$; ***(6)*** $\Rightarrow$ $R_{Az} = \dfrac{-aP}{2b} = -266{,}66N$

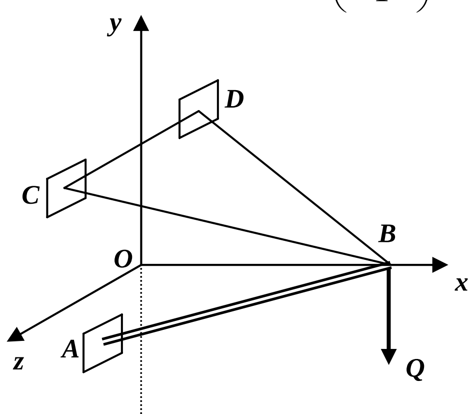
(7) $\Rightarrow$ $F = \dfrac{M}{a} = 200N$; ***(8)*** $\Rightarrow$ $R_{Ax} = \dfrac{-F}{2} = -100N$

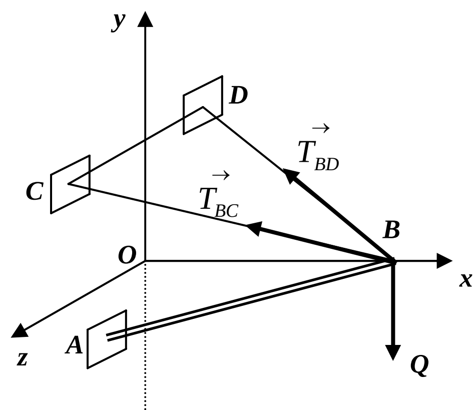
(5) $\Rightarrow$ $R_{Oz} = -R_{Az} = 266{,}66N$; ***(3)*** $\Rightarrow$ $R_{Ox} = -R_{Ax} - F = -100N$

on déduit : $R_O = 849N$; $R_A = 284{,}8N$

Exercice 10 :

Une barre ***AB*** de masse négligeable supporte à son extrémité ***B*** une charge de ***900 N***, comme indiqué sur la figure ci-dessous. Elle est maintenue en ***A*** par une articulation sphérique et en ***B*** par deux câbles attachés aux points ***C*** et ***D***. Déterminer la réaction au point ***A*** et la tension dans chaque câble. Données : $A\begin{pmatrix}0\\-1,5\\1\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}$; $C\begin{pmatrix}0\\3\\1,5\end{pmatrix}$; $D\begin{pmatrix}0\\3\\-1,5\end{pmatrix}$





Solution :

Le système est en équilibre statique. La résultante des fores est nulle et le moment résultant de toutes les forces par rapport au point A est nul. Nous avons alors :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{R}_A + \vec{T}_{BC} + \vec{T}_{BD} + \vec{Q} = \vec{0} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}_B + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T}_{BC} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T}_{BD} = \vec{0} \qquad \textbf{(2)}$$

Noua avons une articulation sphérique en ***A*** : R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}

Déterminons les composantes des tensions dans les câbles ***BC*** et ***BD*** :

Les vecteurs unitaires suivant les axes ***BC*** et ***BD*** sont donnés par :

$$\vec{u}_{BC} = \frac{\overrightarrow{BC}}{BC} = \frac{-3\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + 1,5\,\vec{k}}{\sqrt{3^2 + 3^2 + (1,5)^2}} = -0,66\,\vec{i} + 0,66\,\vec{j} + 0,33\,\vec{k}$$

$$\vec{u}_{BD} = \frac{\overrightarrow{BD}}{BD} = \frac{-3\,\vec{i} + 3\,\vec{j} - 1,5\,\vec{k}}{\sqrt{3^2 + 3^2 + (1,5)^2}} = -0,66\,\vec{i} + 0,66\,\vec{j} - 0,33\,\vec{k}$$

Les tensions dans les deux câbles s'écriront sous la forme :

$$\vec{T}_{BC} = T_{BC}\,\vec{u}_{BC} = -0{,}66T_{BC}\,\vec{i} + 0{,}66T_{BC}\,\vec{j} + 0{,}33T_{BC}\,\vec{k}$$

$$\vec{T}_{BD} = T_{BD}\,\vec{u}_{BD} = -0{,}66T_{BD}\,\vec{i} + 0{,}66T_{BD}\,\vec{j} - 0{,}33T_{BD}\,\vec{k}$$

La projection de l'équation ***(1)*** sur les axes donne les trois équations scalaires :

$$R_{Ax} - 0{,}66T_{BC} - 0{,}66T_{BD} = 0 \qquad \textbf{\textit{(3)}}$$

$$R_{Ay} + 0{,}66T_{BC} + 0{,}66T_{BD} - Q = 0 \qquad \textbf{\textit{(4)}}$$

$$R_{Az} + 0{,}33T_{BC} - 0{,}33T_{BD} = 0 \qquad \textbf{\textit{(5)}}$$

L'équation ***(2)*** s'écrira :

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1{,}5 \\ -1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -Q \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1{,}5 \\ -1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -0{,}66T_{BC} \\ 0{,}66T_{BC} \\ 0{,}33T_{BC} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1{,}5 \\ -1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -0{,}66T_{BD} \\ 0{,}66T_{BD} \\ -0{,}33T_{BD} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

En développant ce produit vectoriel, nous obtenons les trois équations suivantes :

$$-Q + (1{,}5 \times 0{,}33)T_{BC} + 0{,}66T_{BC} - (1{,}5 \times 0{,}33)T_{BD} + 0{,}66T_{BD} = 0 \qquad \textbf{\textit{(6)}}$$

$$(-3 \times 0{,}33)T_{BC} + 0{,}66T_{BC} + (3 \times 0{,}33)T_{BD} + 0{,}66T_{BD} = 0 \qquad \textbf{\textit{(7)}}$$

$$-3Q + (3 \times 0{,}66)T_{BC} + (1{,}5 \times 0{,}66)T_{BC} + (3 \times 0{,}66)T_{BD} + (1{,}5 \times 0{,}66)T_{BD} = 0 \qquad \textbf{\textit{(8)}}$$

A partir de l'équation ***(7)*** on déduit que : $T_{BC} = 5T_{BD}$

En remplaçant dans l'équation ***(6)*** on obtient : $T_{BD} = \dfrac{Q}{5{,}61} = 160{,}43N$

D'où : $T_{BC} = 802{,}15N$

(3) $\qquad R_{Ax} = 0{,}66(T_{BC} + T_{BD}) = 635{,}30N$

(4) $\qquad R_{Ay} = Q - 0{,}66(T_{BC} + T_{BD}) = 264{,}70N$

(5) $\qquad R_{Az} = 0{,}33(T_{BD} - T_{BD}) = -156{,}70N$

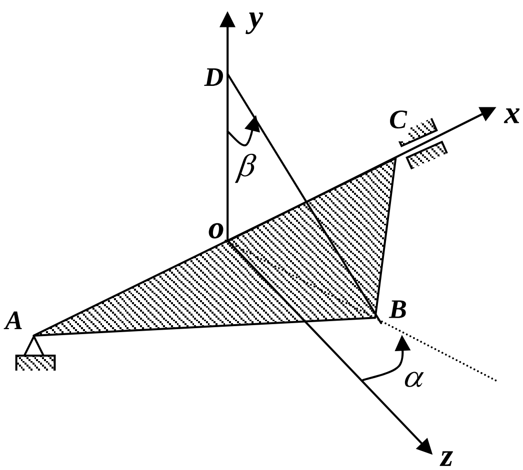
$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 705{,}85N$$

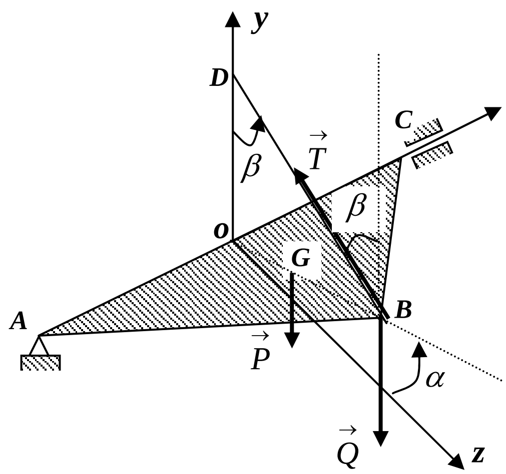
Exercice 11 :

Une plaque triangulaire homogène ***ABC*** de poids ***P*** est lié à un support fixe par l'intermédiaire d'une articulation sphérique au point ***A*** et cylindrique au point ***C***. On donne ***OA=OC=OB = a***. La plaque est maintenue en position inclinée d'un angle de $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal ***(xoz)*** par un câble inextensible ***BD***, accroché au point ***D*** à un mur vertical. La corde fait un angle de $\beta = 60°$ avec la verticale. Une charge de poids ***Q = 2P*** est suspendue au point $\boldsymbol{B \in (yoz)}$.

Le centre de gravité ***G*** de la plaque est situé ***1/3*** de ***OB*** à partir de ***O***.

1. Ecrire les équations d'équilibre statique ;
2. Déterminer les réactions des liaisons aux points ***A*** et ***C*** ainsi que la tension du câble.





Solution :

Nous avons $OA = OB = OC = a$; $OG = \frac{a}{3}$; $Q = 2P$; $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$

Le point $B \in (yoz)$; $\vec{R}_A \begin{pmatrix} R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ R_{Az} \end{pmatrix}$; $\vec{R}_C \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Cy} \\ R_{Cz} \end{pmatrix}$; $\vec{T} \begin{pmatrix} 0 \\ T\cos\beta \\ -T\sin\beta \end{pmatrix}$; $\vec{Q} \begin{pmatrix} 0 \\ -2P \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}$

$$A \begin{cases} -a \\ 0 \\ 0 \end{cases} ; \; C \begin{cases} a \\ 0 \\ 0 \end{cases} ; \; B \begin{cases} 0 \\ a\sin\alpha \\ a\cos\alpha \end{cases} ; \; G \begin{cases} 0 \\ (a/3)\sin\alpha \\ (a/3)\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \begin{cases} 2a \\ 0 \\ 0 \end{cases} ; \; \overrightarrow{AB} \begin{cases} a \\ a\sin\alpha \\ a\cos\alpha \end{cases} ; \; \overrightarrow{AG} \begin{cases} a \\ (a/3)\sin\alpha \\ (a/3)\cos\alpha \end{cases}$$

Le système est en équilibre statique, nous avons alors :

$$\sum_i \vec{F_i} = \vec{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \vec{R_A} + \vec{R_C} + \vec{T} + \vec{Q} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M_{i/A}} = \vec{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \overrightarrow{AC} \wedge \vec{R_C} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{T} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{Q} + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

La projection de l'équation ***(1)*** sur les axes donne trois équations scalaires :

$$R_{Ax} = 0 \qquad \textbf{\textit{(3)}}$$

$$R_{Ay} + R_{Cy} + T\cos\beta - 2P - P = 0 \qquad \textbf{\textit{(4)}}$$

$$R_{Az} + R_{Cz} - T\sin\beta = 0 \qquad \textbf{\textit{(5)}}$$

En développant l'équation vectorielle ***(2),*** nous obtenons trois autres équations scalaires :

$$\begin{pmatrix} 2a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Cy} \\ R_{Cz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ a\sin\alpha \\ a\cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ T\cos\beta \\ -T\sin\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ a\sin\alpha \\ a\cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -2P \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ (a/3)\sin\alpha \\ (a/3)\cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-aT\sin\alpha\sin\beta - aT\cos\alpha\cos\beta + 2aP\cos\alpha + \frac{aP}{3}\cos\alpha = 0 \qquad \textbf{\textit{(6)}}$$

$$-2aR_{Cz} + aT\sin\beta = 0 \qquad \textbf{\textit{(7)}}$$

$$2aR_{Cy} + aT\cos\beta - 2aP - aP = 0 \qquad \textbf{\textit{(8)}}$$

Les six équations permettent de trouver toutes les inconnues :

(3) $\Rightarrow$ $R_{Ax} = 0$ ***(6)*** $\Rightarrow$ $T = 2{,}32P$; ***(7)*** $\Rightarrow$ $R_{Cz} = P$

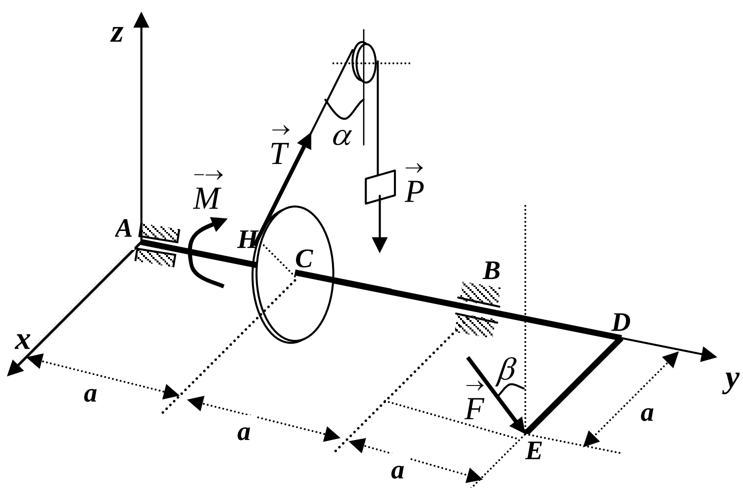
(8) $\Rightarrow$ $R_{Cy} = 0{,}92P$; ***(5)*** $\Rightarrow$ $R_{Az} = P$; ***(4)*** $\Rightarrow$ $R_{Ay} = 0{,}92P$

d'où : $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 1{,}358P$; $R_C = \sqrt{R_{Cx}^2 + R_{Cy}^2 + R_{Cz}^2} = 1{,}358P$

Exercice 12 :

Un système mécanique composé d'une barre coudée ***ADE*** de masse négligeable et d'un disque de rayon ***R*** , de masse négligeable, soudé à celle-ci au point ***C*** comme indiqué sur la figure ci-dessous. La barre est supportée par deux liaisons cylindriques en ***A*** et ***B***. On relie le disque à une poulie fixe par un câble inextensible, de masse négligeable, auquel est suspendue un poids ***P***. Au point ***E***, dans un plan parallèle au plan ***(xAz)***, est appliquée une force $\vec{F}$ inclinée par rapport à la verticale d'un angle $\beta = 30°$. Un moment $\overrightarrow{M}$ est appliqué à la barre afin de maintenir le système en position d'équilibre statique dans le plan horizontal ***(xAy).*** On donne ***F = 2P*** , et $\alpha = 60°$.

1. Ecrire les équations scalaires d'équilibre statique ;
2. En déduire les réactions aux points ***A*** et ***B*** ainsi que la valeur du moment ***M*** pour maintenir le système en position d'équilibre statique dans le plan horizontal ***(xAy),***



Solution :

Nous avons $AC = CB = CD = DE = a$ **;** $F = 2P$; $\alpha = 60°$; $\beta = 60°$

La poulie de rayon *r* est aussi en équilibre statique alors : ***T r = P r*** *d'où :* ***T = P***

$$A\begin{cases}0\\0\\0\end{cases};\quad \overrightarrow{AB}\begin{cases}0\\2a\\0\end{cases};\quad \overrightarrow{AH}\begin{cases}R\cos\alpha\\a\\R\sin\alpha\end{cases};\quad \overrightarrow{AE}\begin{cases}a\\3a\\0\end{cases};$$

$$\vec{R}_A\begin{pmatrix}R_{Ax}\\0\\R_{Az}\end{pmatrix};\quad \vec{R}_B\begin{pmatrix}R_{Bx}\\0\\R_{Bz}\end{pmatrix};\quad \vec{T}\begin{pmatrix}-P\sin\alpha\\0\\P\cos\alpha\end{pmatrix};\quad \vec{F}\begin{pmatrix}-2P\sin\beta\\0\\-2P\cos\beta\end{pmatrix};\quad \vec{M}\begin{pmatrix}0\\-M\\0\end{pmatrix}$$

Le système est en équilibre statique, nous avons alors :

$$\sum_i \vec{F}_i=\vec{0} \quad\Leftrightarrow\quad \vec{R}_A+\vec{R}_B+\vec{T}+\vec{F}=\vec{0} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

$$\sum_i \vec{M}_{i/A}=\vec{0} \quad\Leftrightarrow\quad \vec{M}+\vec{AB}\wedge\vec{R}_B+\vec{AH}\wedge\vec{T}+\vec{AE}\wedge\vec{F}=\vec{0} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

Projetons l'équation ***(1)*** sur les axes :

$R_{Ax}+R_{Bx}-2P\sin\beta-P\sin\alpha=0$ ***(3)***

$0=0$ ***(4)***

$R_{Az}+R_{Bz}-2P\cos\beta+P\cos\alpha=0$ ***(5)***

En développant l'équation vectorielle ***(2),*** nous obtenons trois autres équations scalaires :

$$\begin{pmatrix}0\\-M\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\2a\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}R_{Bx}\\0\\R_{Bz}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}R\cos\alpha\\a\\R\sin\alpha\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}-P\sin\alpha\\0\\P\cos\alpha\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a\\3a\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}-2P\sin\beta\\0\\-2P\cos\beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

$2aR_{Bz}+aP\cos\alpha-6aP\cos\beta=0$ ***(6)***

$-M-RP\cos^2\alpha-RP\sin^2\alpha+2aPc\,os\beta=0$ ***(7)***

$-2aR_{Bx}+aP\sin\alpha+6aP\sin\beta=0$ ***(8)***

Le système d'équation permet de trouver toutes les inconnues.

(7) $\Rightarrow$ $M=2aPc\,os\beta-RP=P(a\sqrt{3}-R)=P(1{,}732a-R)$

(8) $\Rightarrow$ $R_{Bx}=3P\sin\beta+\dfrac{P}{2}\sin\alpha=\dfrac{P}{4}(6+\sqrt{3})=1{,}933P$

(6) $\Rightarrow$ $R_{Bz}=3P\cos\beta-\dfrac{P}{2}\cos\alpha=\dfrac{P}{4}(6\sqrt{3}-1)=2{,}348P$

$$(5) \quad \Rightarrow \; R_{Az} = 2P\cos\beta - P\cos\alpha - R_{Bz} = -\frac{P}{4}(2\sqrt{3}+1) = -1{,}116P$$

$$(4) \quad \Rightarrow \quad R_{Ay} = R_{By} = 0$$

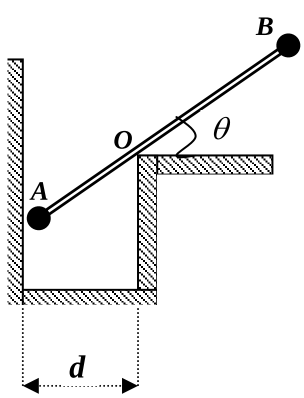
$$(3) \quad \Rightarrow R_{Ax} = 2P\sin\beta + P\sin\alpha - R_{Bx} = \frac{P}{4}(\sqrt{3}-2) = 0{,}067P$$

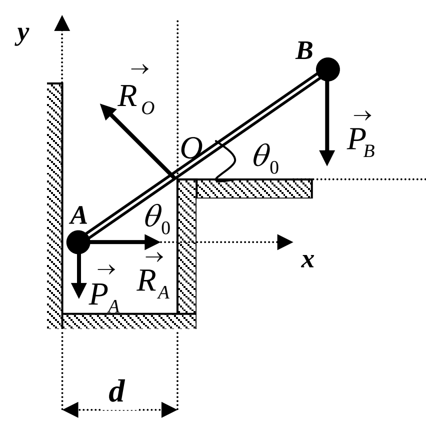
Exercice 13 :

Soit le système, constitué de deux masses ponctuelles, liées entre elles par une tige homogène de longueur ***AB= L*** et de masse négligeable. Le système est soumis à deux liaisons sans frottement en A et O. on donne $m_B = 3m_A = 3m$.

1. Trouver l'angle θ_0 qui détermine la position d'équilibre en fonction de ***m, d, L.*** ;
2. En déduire les modules des réactions aux points A et O ;

3. Calculer θ_0 , les réactions R_0 et R_A pour ***L = 20 cm, m = 0,1 Kg et d = 5 cm***





Solution :

$$\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix} d \\ d\,tg\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} L\cos\theta_0 \\ L\sin\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \; \vec{R}_A\begin{pmatrix} R_A \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \; \vec{R}_O\begin{pmatrix} -R_O\sin\theta_0 \\ R_O\cos\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \; \vec{P}_A\begin{pmatrix} 0 \\ -P_A \\ 0 \end{pmatrix} ; \; \vec{P}_B\begin{pmatrix} 0 \\ -P_B \\ 0 \end{pmatrix}$$

1) le système est en équilibre statique :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_A + \vec{R}_O + \vec{P}_A + \vec{P}_B = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AO} \wedge \vec{R}_O + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{P}_B = \vec{0} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

La projection de l'équation ***(1)*** sur les axes donne :

$$R_A - R_O \sin\theta_0 = 0 \qquad \textbf{\textit{(3)}}$$

$$R_O \cos\theta_0 - P_A - P_B = 0 \qquad \textbf{\textit{(4)}}$$

L'équation ***(2)*** s'écrira :

$$\begin{pmatrix} d \\ d\, tg\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -R_O \sin\theta_0 \\ R_O \cos\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L\cos\theta_0 \\ L\sin\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -P_B \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$dR_0 \cos\theta_0 + dR_0 \frac{\sin^2\theta_0}{\cos\theta_0} - P_B L\cos\theta_0 = 0 \qquad \textbf{\textit{(5)}}$$

L'équation ***(5)*** donne : $dR_0(\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0) - P_B L\cos^2\theta_0 = 0$

d'où $$R_0 = \frac{P_B L}{d}\cos^2\theta_0 = \frac{3mgL}{d}\cos^2\theta_0$$

En remplaçant l'équation ***(4)*** dans l'équation ***(5)*** on obtient :

$$\cos^3\theta_0 = \frac{4d}{3L} \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = Ar\cos\left(\frac{4d}{3L}\right)^{\frac{1}{3}}$$

2) D'après l'équation **(4) :** $$R_O = \frac{P_A + P_B}{\cos\theta_0} = \frac{4mg}{\cos\theta_0}$$

D'après l'équation **(3) :** $R_A = 4mg\, tg\theta_0$

3) A.N : pour g= 10m/s^2 nous aurons : $\theta_0 = 46{,}1°$ **,** $R_0 = 5{,}8N$, $R_A = 4{,}2N$

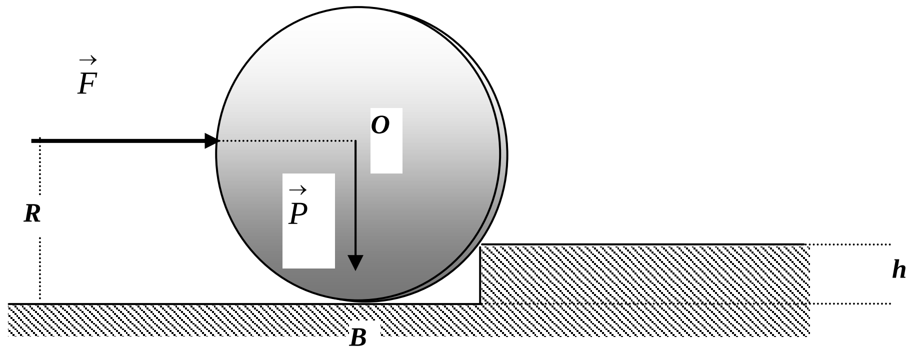
Exercice 14 :

Un disque de faible épaisseur, de rayon ***R = 30 cm*** et de poids ***P = 350 Kg*** doit passer au dessus d'un obstacle en forme d'escalier de hauteur ***h= 15 cm*** sous l'action d'une force $\vec{F}$

horizontale appliquée au point ***D*** situé à la même hauteur que le centre ***O*** du disque.

Quelle est la valeur minimale de la force F_{min} pour faire démarrer de disque ?

On considère que les frottements sons négligeables, et on prendra $g = 10 m/s^2$.

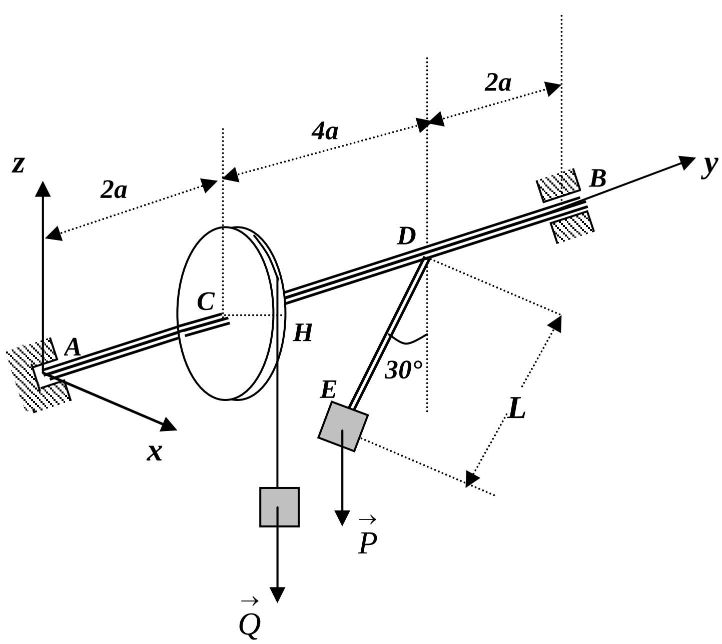


Exercice 15 :

Un arbre homogène horizontal ***AB*** de masse négligeable est maintenu à ses extrémités par une liaison sphérique en ***A*** et cylindrique en ***B***. Au point ***C*** est emmanchée une roue de rayon ***R*** et de masse négligeable. Un fil inextensible est enroulé autour de la roue et porte une charge ***Q***.

Une tige ***DE***, de masse négligeable, est soudée à l'arbre au point ***D*** . Elle supporte à son extrémité ***E*** une charge ***P*** de telle sorte qu'elle fasse un angle de ***30°*** à l'équilibre avec la verticale, dans le plan ***(xDz)***. On donne : ***P = 15000 N ; a = 0,5 m ; L = 1 m ; R = 0,3 m .***

Déterminer les réactions aux appuis ***A*** et ***B*** ainsi que la charge ***Q*** à l'équilibre statique.



Solution :

P=1500 N ; a = 0,5 m ; DE=L=1m ; R=0,3m ; AC=DB= 2a ; CD=4a

Nous avons: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\8a\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}R\\2a\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}-L\sin 30°\\6a\\-L\cos 30°\end{pmatrix}$; $\vec{R}_A\begin{pmatrix}R_{Ax}\\R_{Ay}\\R_{Az}\end{pmatrix}$; $\vec{R}_B\begin{pmatrix}R_{Bx}\\0\\R_{Bz}\end{pmatrix}$; $\vec{Q}\begin{pmatrix}0\\0\\-Q\end{pmatrix}$; $\vec{P}\begin{pmatrix}0\\0\\-P\end{pmatrix}$

1) le système est en équilibre statique :

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{Q} + \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum_i \overrightarrow{M}_{i/A} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}_B + \overrightarrow{AH} \wedge \vec{Q} + \overrightarrow{AE} \wedge \vec{P} = \vec{0} \qquad \textbf{(2)}$$

La projection de l'équation ***(1)*** sur les axes donne :

$$R_{Ax} - R_{Bx} = 0 \qquad \textbf{(3)}$$

$$R_{Ay} = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

$$R_{Az} + R_{Bz} - Q - P = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

L'équation vectorielle (2) se traduit par :

$$\begin{pmatrix}0\\8a\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}R_{Bx}\\0\\R_{Bz}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}R\\2a\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\0\\-Q\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-L\sin 30°\\6a\\-L\cos 30°\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\0\\-P\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

En développant cette expression on aboutit à trois équations scalaires :

$$8aR_{Bz} - 2aQ - 6aP = 0 \qquad \textbf{(6)}$$

$$RQ - LP\sin 30° = 0 \qquad \textbf{(7)}$$

$$8aR_{Bx} = 0 \qquad \textbf{(8)}$$

On déduit facilement des six équations scalaires la réaction en ***A*** et ***B*** ainsi que la charge ***Q.***

(8) $\Rightarrow \quad R_{Bx} = 0$; ***(7)*** $\Rightarrow \quad Q = \dfrac{LP}{R}\sin 30° = 25000N$

(6) $\Rightarrow \quad R_{Bz} = \dfrac{2Q+6P}{8} = 7375N$; ***(5)*** $\Rightarrow R_{Az} = Q + P - R_{Bz} = 19125N$

(4) $\Rightarrow R_{Ay} = 0$; ***(3)*** $\Rightarrow R_{Ax} = R_{Bx} = 0$

$$R_A = R_{Az} = 19125N \quad ; \; R_B = R_{Bz} = 7375N$$