Série N°6 : complément de la série N°5

Exercice1 :

Un point matériel de masse **« m »** est soumis à une force centrale « **F »** de module $\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{k.m}}{\boldsymbol{r}}$ sa trajectoire exprimée en coordonnées polaires est donnée par la relation :

$$\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{C}^2} + \boldsymbol{A}\cos(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\alpha})$$

1- Trouver les dimensions de **k** et **C**.
2- Déterminer l'unité SI de **A**

Solution :

$$[F] = \frac{[k].[m]}{[r]} \Rightarrow [k] = \frac{[F].[r]}{[m]} = \frac{M.L.T^{-2}.L}{M} = L^2.T^{-2}$$

$$[\boldsymbol{k}] = \boldsymbol{L}^2.\boldsymbol{T}^{-2}$$

$$\left[\frac{1}{r}\right] = \left[\frac{k}{C^2}\right] + [A\cos(\theta - \alpha)] \Rightarrow \left[\frac{1}{r}\right] = \left[\frac{k}{C^2}\right]\ et\ \left[\frac{1}{r}\right] = [A\cos(\theta - \alpha)] = L^{-1}$$

$$\Rightarrow [C^2] = [k].[r] = L^3.T^{-2}$$

On pose :

$$[C] = L^{\alpha}.T^{\beta}$$

Ce qui donne :

$$[C^2] = L^{2\alpha}.T^{2\beta} = L^3.T^{-2}$$

$$\Rightarrow 2\alpha = L^3\ et\ 2\beta = -2$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}\ et\ \beta = -1$$

Alors :

$$[\boldsymbol{C}] = \boldsymbol{L}^{\frac{3}{2}}.\boldsymbol{T}^{-1}$$

$$[A\cos(\theta - \alpha)] = L^{-1} \Rightarrow [A] = L^{-1}$$

Donc l'unité de A est : m^{-1}

Exercice 2 :

La hauteur, « h » d'une masse « m » lancée en plein air depuis le sol avec une vitesse initiale V_0 et sous un angle d'inclinaison α , est donnée par l'expression suivante :

$$h = \frac{V_0^2 sin^2(\alpha)}{2g}$$

1- Vérifier l'homogénéité de cette expression.

Solution :

$$[h] = \frac{[V_0^2].[sin^2(\alpha)]}{[2g]}$$

$$\Rightarrow L = \frac{(L.T^{-1})^2.1}{L.T^{-2}} = \frac{L^2.T^{-2}}{L.T^{-2}} = L$$

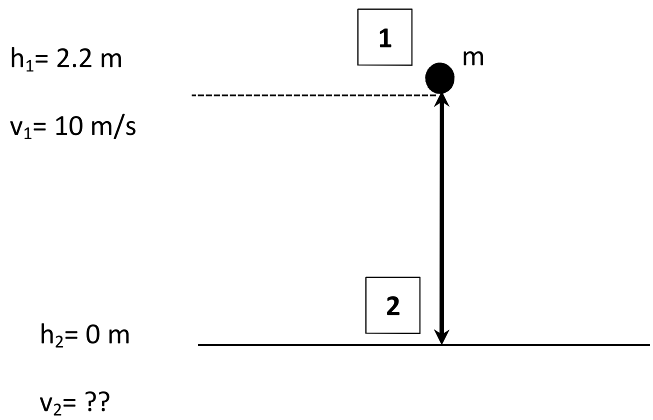
$$\boldsymbol{donc\ l'\acute{e}quation\ est\ homog\grave{e}ne.}$$

Exercice 3 :

A une hauteur h=2.2 m de la surface de la terre un ballon (assimilable à un point matériel) a une vitesse V_1= 10 m/s

- Quelle sera sa vitesse au niveau du sol ? on négligera la résistance de l'air et on prendra g= 10 m/S^2.

Solution :



Puisque la résistance de l'air est négligée, le système sera considéré comme étant isolé, donc il y a une conservation de l'énergie mécanique du ballon en tout point du système,

On considère les positions indiquées par les points 1 et 2 représentés sur la figure.

$$E_{M1} = E_{P1} + E_{C1} = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_{M2} = E_{P2} + E_{C2} = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad avec\ mgh_2 = 0$$

$$\Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_1 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$$

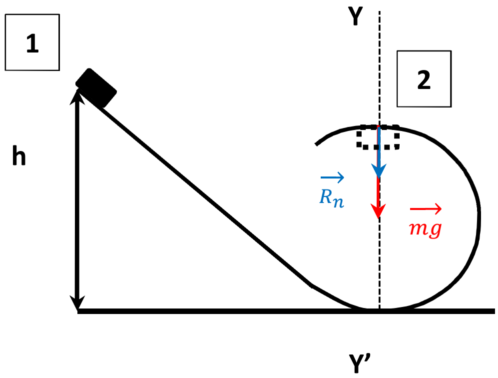
$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1 + v_1^2}$$

A.N : $v_2 = 12\, m/s$

Exercice 4 :

Un petit bloc de masse **« m »** glisse sans frottement sur une piste formant une boucle.

- De quelle hauteur doit-on laisser glisser (sans vitesse initiale) le bloc pour qu'il passe par le sommet de la boucle sans tomber ?



Solution :

On applique la 2ème loi de Newton au point 2 :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

$$m\vec{g} + \overrightarrow{R_n} = m\overrightarrow{\gamma_n}$$

Projection de l'équation selon YY' :

mg + Rn = m γ_n ou $mg + R_n = m\frac{v^2}{R}$

le bloc quitte la surface si $R_n = 0$

$$\Rightarrow mg = m\frac{v_{min}^2}{R} \Rightarrow v_{min}^2 = g.R$$

Les forces de frottements sont négligées donc l'énergie totale se conserve :

$$\Delta E_P + \Delta E_C = 0$$

$$\Delta E_P = E_{P2} - E_{P1} = m.g(2.R) - m.g.h \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta E_C = E_{C2} - E_{C1} = \frac{1}{2} m v_2^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots . (2)$$

(1)+(2) nous donne :

$$2mgR - mgh + \frac{1}{2} m v_2^2 = 0$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 2gh - 4gR$$

Or $v_{min}^2 = g.R$

$$\Rightarrow g.R = 2.g.h - 4g.R \Rightarrow 5.R = 2.h \Rightarrow h_{min} = \frac{5}{2}.R$$

$$\boldsymbol{h_{min} = \frac{5}{2}.R}$$

Exercice 6 :

Sur la piste de la figure ci-contre, un point matériel de masse « m » est abandonné sans vitesse initiale du point A et parvient au point B avec une vitesse V_B = 6 m/s , la différence d'altitude entre A et B est h =2 m. on prendra g =10 m/s^2 .

1- Montrer que le point est soumis à des forces de frottements.
2- Calculer le travail de ces forces entre A et B si la masse m= 3kg.