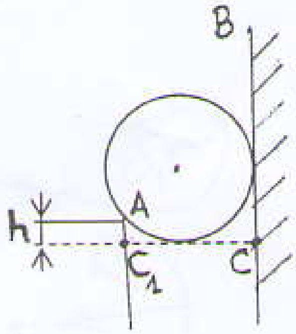
Examen de Rattrapage de Physique 4

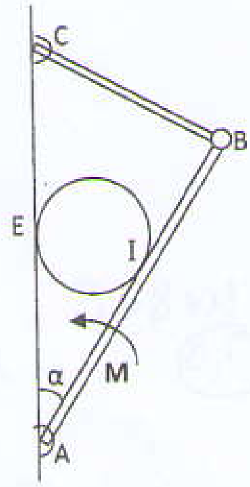


Exercice N°1: (04pts)

Un cylindre lisse et homogène, de rayon R = 80cm et de poids P = 7KN, est posé entre un mur vertical BC et l'arête A telle que schématisé sur la figure ci-contre.
Si la distance AC_1 est h = 10cm, déterminer les forces d'appui du cylindre sur le mur BC et sur l'arête A.

Exercice N°2 : (08pts)

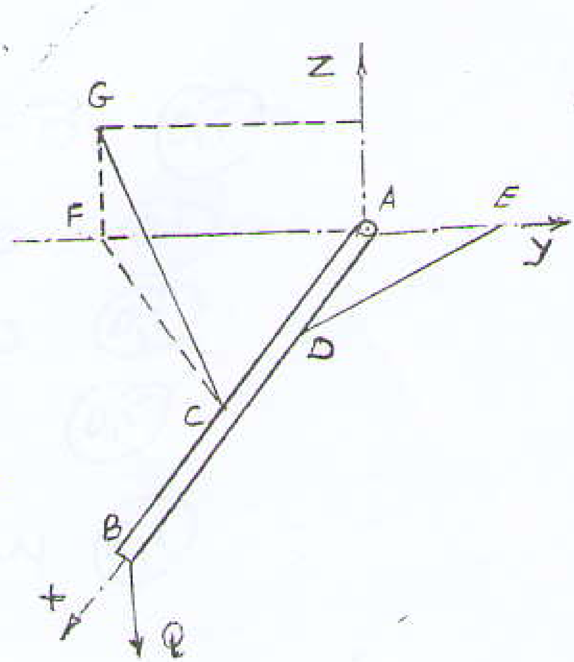
Une boule d'acier de poids P=400N est maintenue en équilibre entre un mur vertical et une tige AB, de poids négligeable. La tige est articulée à son extrémité A au mur alors que l'extrémité B est articulée à une tige BC, de poids négligeable, laquelle de son côté est articulée au mur en C. La tige AB fait un angle α avec le mur et un angle droit avec la tige BC. La boule s'appuie sur le mur au point E et repose sur la tige au point I. Un couple M est appliqué sur la tige AB (voir figure ci-contre). On donne : AB=3m, AI=2m, α=30° et M = 100 N.m ~~BC = 2m~~



1) Isoler et représenter les forces extérieures qui agissent sur le système composé (boule + tigeAB+tige BC) en équilibre.
2) Isoler la boule seule, la tige AB seule et la tige BC seule en représentant les forces extérieures qui s'exercent sur chaque système.
3) Ecrire, sous forme vectorielle, les équations d'équilibre pour chaque système seul.
4) Déduire les équations d'équilibre projetées
5) Déterminer les réactions R_A et R_c .

Exercice N°3 (08pts)

Une barre homogène AB de poids P et de longueur 4a est fixée à un mur vertical par une rotule sphérique en A. La barre est maintenue en position perpendiculaire au mur par des câbles DE et CG, le câble DE est en position horizontale alors que le câble CG est légèrement relevé par rapport à l'horizontal. A l'extrémité B de la barre est attachée une charge de poids Q. On donne : AE=AD=DC=a, AF=4a, FG=a



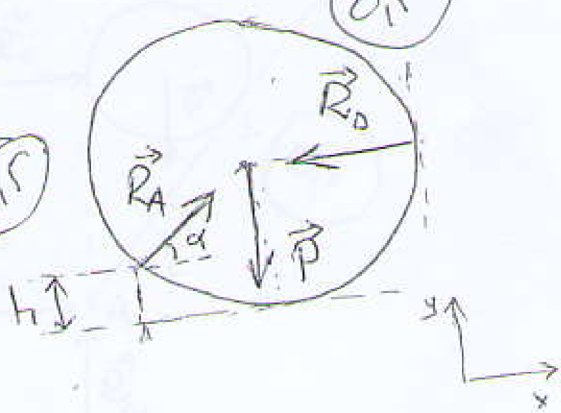
1) Isoler le système et représenter les forces extérieures.
2) Ecrire les conditions d'équilibre du système sous forme vectorielle.
3) Déterminer l'expression vectorielle de chaque force dans le système d'axes (**i**, **j**, **k**). Déduire les trois équations d'équilibre projetées.
4) Déterminer les vecteurs moments par rapport à A. Déduire les équations d'équilibre des moments projetées.
5) Si l'on donne : P=50N, Q=3KN et Calculer les tensions des câbles T_{DE} et T_{CG}. Déduire la réaction en A.

Exo 1 : (/4)

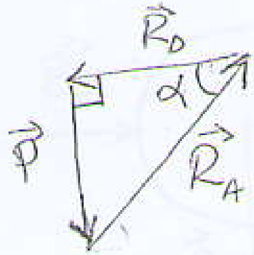
On isole le cylindre :

On a : $\boxed{\sin\alpha = \frac{R-h}{R}}$ (0,5)

$\Rightarrow \sin\alpha = 0,875 \Rightarrow \boxed{\alpha = 61°}$ (0,5)



Méthode ① : Triangle des forces



(0,5)

$$\underbrace{\frac{P}{\sin\alpha}}_{0,5} = \frac{R_D}{\sin(90-\alpha)} = \underbrace{\frac{R_A}{\sin 90°}}_{0,5}$$

$$\Rightarrow R_D = P\,\frac{\sin(90-\alpha)}{\sin\alpha} \Rightarrow R_D = P\,\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{P}{tg\alpha} = 3,88\ kN \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{P}{\sin\alpha} = 8\ kN \quad (0,5)$$

Méthode ② : $\vec{R}_A + \vec{R}_D + \vec{P} = \vec{0}$ (0,5)

Projection :
$$\begin{cases} ox : R_A\cos\alpha - R_D = 0 & (0,5) \\ oy : R_A\sin\alpha - P = 0 & (0,5) \end{cases}$$

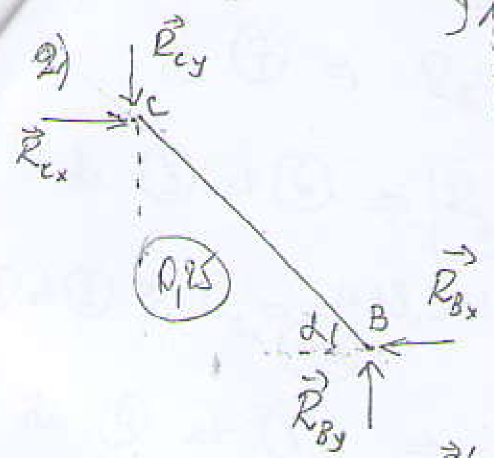
$$\Rightarrow R_A = \frac{P}{\sin\alpha} = 8\ kN \quad (0,5)$$

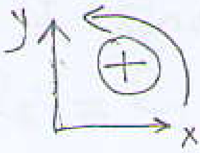
$$R_D = \frac{P}{tg\alpha} = 3,88\ kN \quad (0,5)$$

Exo 2 : /8

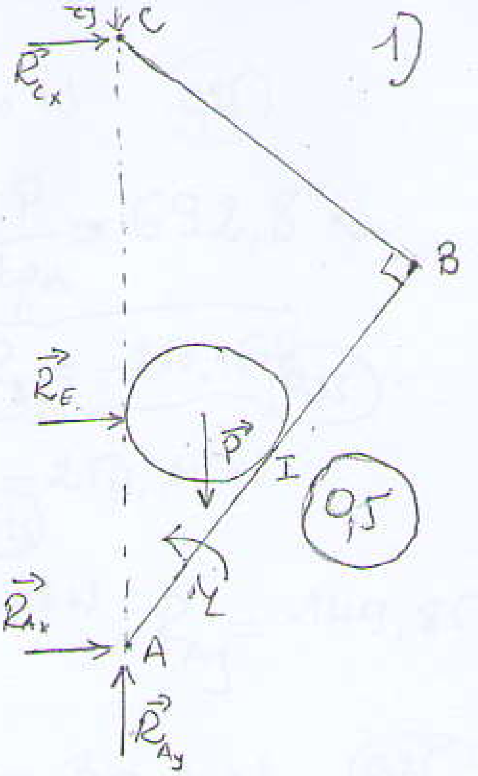
1)

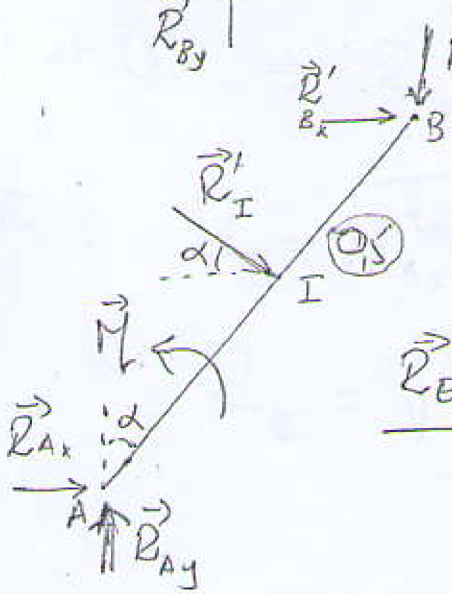
2)

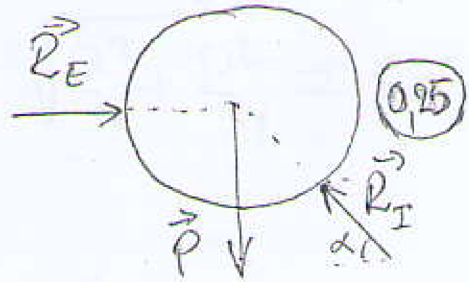




$\vec{R}'_B = -\vec{R}_B$







$\vec{R}'_I = -\vec{R}_I$

3) Tige BC

(0,25) $\begin{cases} \vec{R}_B + \vec{R}_C = \vec{0} \\ \vec{M}_{/C}(\vec{R}_B) = \vec{0} \end{cases}$

Tige AB

$\begin{cases} \vec{R}'_B + \vec{R}'_I + \vec{R}_A = \vec{0} & (0,25) \\ \vec{M}_{/A}(\vec{R}'_B) + \vec{M}_{/A}(\vec{R}'_I) + \vec{M} = \vec{0} & (0,25) \end{cases}$

Boule : $\vec{R}_E + \vec{R}_I + \vec{P} = 0$ (0,25)

4) $R'_{Bx} = R_{Bx}$ (0,25), $R'_{By} = R_{By}$ (0,25), $R'_I = R_I$ (0,25)

Tige BC

$\begin{cases} R_{Cx} - R_{Bx} = 0 & \cdots (1) \quad (0,25) \\ -R_{Cy} + R_{By} = 0 & \cdots (2) \quad (0,25) \\ R_{By} \cdot BC \cos\alpha - R_{Bx} \cdot BC \cdot \sin\alpha = 0 & (3) \quad (0,5) \end{cases}$

Boule

(0,25) $R_E - R_I \cos\alpha = 0 \quad \cdots (7)$

(0,25) $-P + R_I \sin\alpha = 0 \quad \cdots (8)$

, $tg\,\alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow BC = \sqrt{3}$ ...

Tige AB.

$\begin{cases} R'_{Bx} + R_{Ax} + R'_I \cos\alpha = 0 & \cdots (4) \quad (0,25) \\ -R'_{By} - R'_I \sin\alpha + R_{Ay} = 0 & \cdots (5) \quad (0,25) \end{cases}$

$-R'_I \cdot AI - R'_{Bx} AB \cos\alpha - R'_{By} AB \sin\alpha + M = 0 \quad \cdots (6)$ (0,5)

) de (8) $\Rightarrow R_I = \dfrac{P}{\sin\alpha} = 800\ N$ (0,25)

de (7) $\Rightarrow R_E = R_I \cos\alpha = \dfrac{P}{tg\alpha} = 692,8\ N$

de (3) et (6) $\Rightarrow \underbrace{\boxed{R_{Bx} = -433,3\ N}}_{0,25}, \underbrace{\boxed{R_{By} = -250,15\ N}}_{0,25}$

(1) et (2) $\Rightarrow R_{cx} = -433,3\ N$ (0,25) , $R_{cy} = -250,15\ N$ (0,25)

de (4) et (5) $\Rightarrow R_{Ax} = -259,53\ N$ (0,25) , $R_{Ay} = 149,85\ N$ (0,25)

D'où : $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} \simeq 300\ N$ (0,25)

et $R_B = \sqrt{R_{cx}^2 + R_{cy}^2} = 500,3\ N$ (0,25)

<u>Autre méthode</u> : Tige <u>AB</u> et <u>BC</u>

<u>BC</u>. $\vec{R}_c + \vec{R}_B = 0 \Rightarrow R_c = R_B$

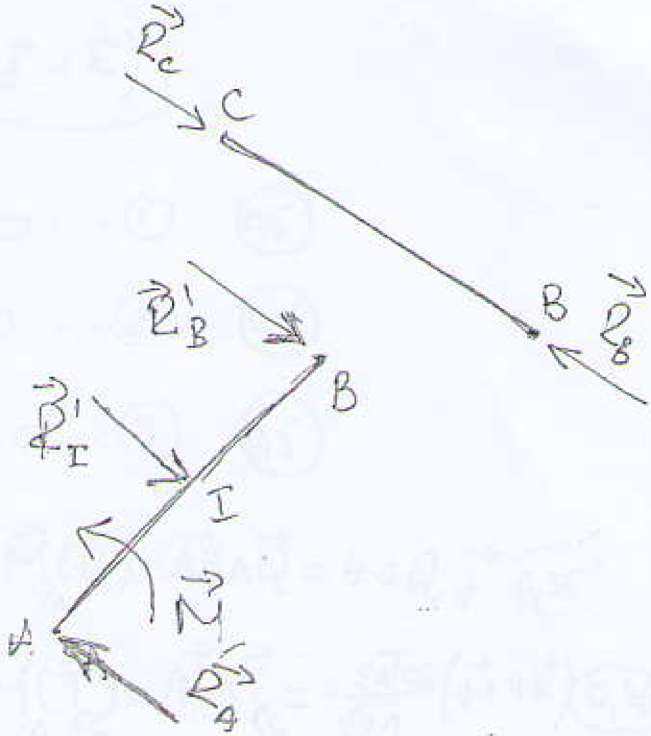
$\vec{R}'_B = -\vec{R}_B \Rightarrow R'_B = R_B$

<u>AB</u>: $\vec{R}_A + \vec{R}'_I + \vec{R}'_B = \vec{0}$

$\Rightarrow R_A = R_I + R_B$

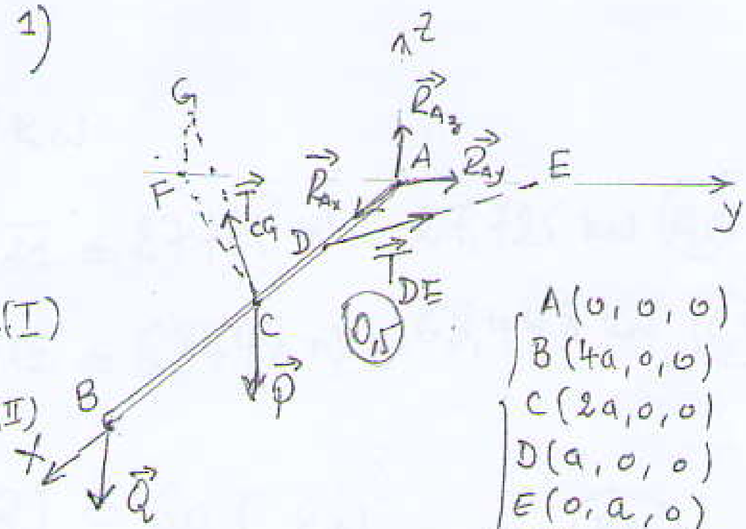
$\vec{M} + \vec{M}_{/B}(\vec{R}_A) + \vec{M}_{/B}(\vec{R}'_I) = \vec{0}$

$+ M - R_A \cdot AB + R_I \cdot IB = 0.$



Exo 3 (18)

1)



A(0, 0, 0)
B(4a, 0, 0)
C(2a, 0, 0)
D(a, 0, 0)
E(0, a, 0)
F(0, −4a, 0)
G(0, −4a, a)

2) Conditions d'équilibre :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} : \vec{R}_A + \vec{T}_{DE} + \vec{T}_{CG} + \vec{P} + \vec{Q} = \vec{0} \quad (I)$$

$$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} : \vec{M}_{/A}(\vec{T}_{DE}) + \vec{M}_{/A}(\vec{T}_{CG}) + \vec{M}_{/A}(\vec{P}) + \vec{M}_{/A}(\vec{Q}) = \vec{0} \quad (II)$$

3) Expressions des vecteurs forces :

$$\boxed{\vec{P} = -P\vec{k}} \ (0,25), \quad \boxed{\vec{Q} = -Q\vec{k}} \ (0,25), \quad \boxed{\vec{R}_A = R_{Ax}\vec{i} + R_{Ay}\vec{j} + R_{Az}\vec{k}}$$

(0,5)

$$\vec{T}_{DE} = T_{DE}\frac{\vec{DE}}{\|\vec{DE}\|} \quad \text{avec : } \vec{DE} = -a\vec{i} + a\vec{j}, \quad \|\vec{DE}\| = \sqrt{2}\,a$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{T}_{DE} = \frac{T_{DE}}{\sqrt{2}}(-\vec{i} + \vec{j})}$$

(0,5)

$$\vec{T}_{CG} = T_{CG}\frac{\vec{CG}}{\|\vec{CG}\|} \quad \text{avec : } \vec{CG} = -2a\vec{i} - 4a\vec{j} + a\vec{k}, \quad \|\vec{CG}\| = \sqrt{21}\,a$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{T}_{CG} = \frac{T_{CG}}{\sqrt{21}}(-2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k})}$$

$$(I) \Rightarrow \begin{cases} R_{Ax} - \dfrac{T_{DE}}{\sqrt{2}} - \dfrac{2T_{CG}}{\sqrt{21}} = 0 \quad \cdots (1) & (0,5) \\ R_{Ay} + \dfrac{T_{DE}}{\sqrt{2}} - \dfrac{4T_{CG}}{\sqrt{21}} = 0 \quad \cdots (2) & (0,5) \\ R_{Az} + \dfrac{T_{CG}}{\sqrt{21}} - P - Q = 0 \quad \cdots (3) & (0,5) \end{cases}$$

4) $\vec{M}_{/A}(\vec{P}) = \vec{AC} \wedge \vec{P} = 2aP\,\vec{j}$ (0,25), $\vec{M}_{/A}(\vec{Q}) = \vec{AB} \wedge \vec{Q} = 4aQ\,\vec{j}$ (0,25)

$\vec{M}_{/A}(\vec{T}_{DE}) = \vec{AD} \wedge \vec{T}_{DE} = \frac{a}{\sqrt{2}}T_{DE}\,\vec{k}$ (0,25) $\vec{M}_{/A}(\vec{T}_{CG}) = \vec{AC} \wedge \vec{T}_{CG} = -\frac{2aT_{CG}}{\sqrt{21}}(\vec{j} + 4\vec{k})$ (0,25)

$$(II) \Rightarrow \begin{cases} 2aP + 4aQ - \dfrac{2a}{\sqrt{21}}T_{CG} = 0 \\ \dfrac{a}{\sqrt{2}}T_{DE} - \dfrac{8a}{\sqrt{21}}T_{CG} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P + 2Q - \dfrac{T_{CG}}{\sqrt{21}} = 0 \quad \cdot (4) & (0,5) \\ \dfrac{T_{DE}}{\sqrt{2}} - \dfrac{8}{\sqrt{21}}T_{CG} = 0 \quad \cdot (5) & (0,5) \end{cases}$$

(4)

5) $P = 50\ N$, $Q = 3\ kN$

De (4) $\Rightarrow T_{CG} = (P+2Q)\sqrt{21} \simeq 27725\ N = 27{,}725\ kN$ (0,5)

(6) $\Rightarrow T_{DE} = (P+2Q)\,8\sqrt{2} \simeq 68448\ N = 68{,}448\ kN$ (0,5)

D'où :

$$R_{Ax} = 10(P+2Q) = 60{,}5\ kN \quad (0{,}25)$$

$$R_{Ay} = -4(P+2Q) = -24{,}2\ kN \quad (0{,}25)$$

$$R_{Az} = -Q = -3\ kN \quad (0{,}25)$$

D'où :

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = 65{,}23\ kN \quad (0{,}25)$$