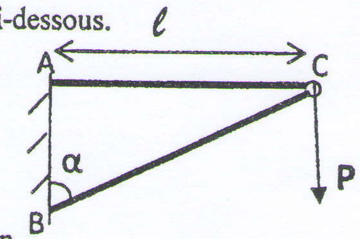
$2^{ème}$ **Année ST, Université de Béjaïa** **2010/2011**

Examen Final de Physique 4

Exercice N°1: (03pts)

Une force P verticale est appliquée sur la structure ACB comme indiqué sur la figure ci-dessous.



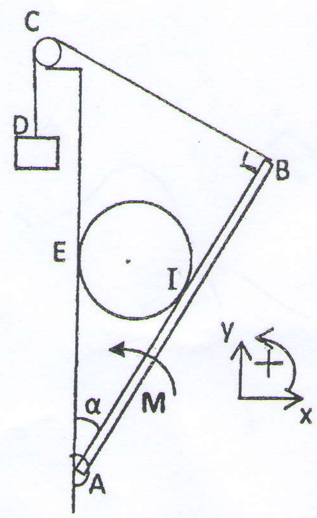
a) Représenter schématiquement la décomposition de la force **P** selon les deux axes AC et BC. On désigne par $\mathbf{P_{AC}}$ et $\mathbf{P_{BC}}$ les deux composantes.

b) Trouver l'expression de P_{AC} et de P_{BC} en fonction de P et α

c) Donner le module du moment de **P** et de $\mathbf{P_{AC}}$ par rapport au point B en fonction de P et ℓ. Comparer les deux moments et justifier.

Exercice N°2 : (08pts)

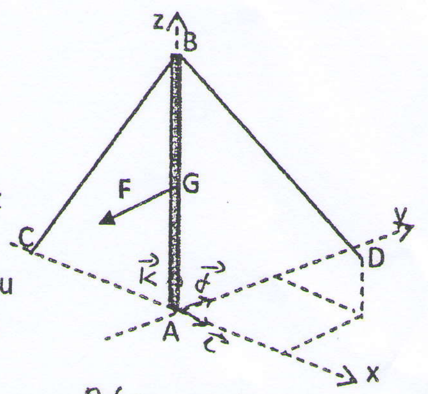
Une boule d'acier de poids P=400N est maintenue en équilibre entre un mur vertical et une tige AB, de poids négligeable. La tige est articulée au mur à son extrémité A et retenue au niveau de l'autre extrémité B par un fil BCD enroulé sur une poulie. La tige AB fait un angle α avec le mur et le fil fait un angle droit avec la tige en B. Au niveau de l'autre extrémité D du fil, un poids Q est suspendu. La boule s'appuie sur le mur au point E et repose sur la tige au point I. Un couple M est appliqué sur la tige afin de la maintenir en équilibre (voir figure ci-contre).
On donne : AB=3m, AI=2m, α=30° et le couple M = 100 N.m



1) Isoler et représenter les forces extérieures qui agissent sur le système composé (boule + tige) en équilibre.
2) Isoler la boule seule et la tige seule en représentant les forces extérieures qui s'exercent sur chacun des deux.
3) Ecrire, sous forme vectorielle, les équations d'équilibre de la boule et de la barre.
4) Déduire les équations d'équilibre projetées selon le système d'axes indiqué sur la figure.
5) Quelle est la valeur du poids Q nécessaire pour assurer l'équilibre du système.
6) Déterminer la réaction R_A de l'articulation.

Exercice N°3 (07pts)

Un mât vertical léger résiste à une force F de 4 KN et est gardé à la vertical par deux câbles BC et BD et par une liaison rotules (sphérique) en A.



1) Exprimer vectoriellement la force **F** et les deux tensions $\mathbf{T_{BC}}$ et $\mathbf{T_{BD}}$ agissant sur le mât en fonction de **i, j** et **k.**
2) Ecrire l'équation vectorielle exprimant la première condition d'équilibre du mât désignant une résultante nulle. Déduire les équations projetées selon les trois axes x,y,z.
3) Déterminer les vecteurs moments par rapport à A de **F**, $\mathbf{T_{BC}}$ et $\mathbf{T_{BD}}$.
4) Donner les équations d'équilibre, projetées selon les trois axes, caractérisant un moment résultant nul. Déduire les deux tensions T_{BC} et T_{BD}.

B(0, 0, 10)
C(−5, 0, 0), G(0,0,5)
D(4, 4, 2)

Questions de Cours : (02pts)

Dans le cas d'un corps de poids P reposant sur un plan horizontal rugueux de coefficient de frottement f_0:
a) Selon quelle direction et dans quelle sens agira la force de frottement F si on commence à pousser le corps vers la droite ?

Exo 1 : /03 pts

b) $P_{AC} = P\,tg\alpha \quad , \quad P_{BC} = \dfrac{P}{\cos\alpha}$

c) $M_{/B}(\vec{P}) = P.AC = P.l$

$M_{/B}(\vec{P}_{AC}) = P_{AC}.AB = P.tg\alpha.AB$

<u>or</u> : $AB = \dfrac{l}{tg\alpha} \Rightarrow M_{/B}(\vec{P}_{AC}) = P.l$

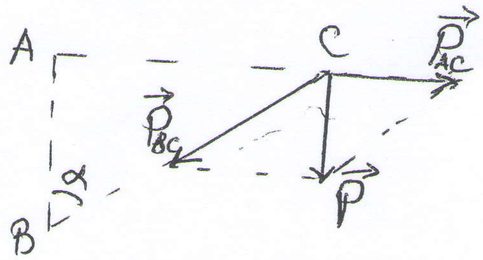
On constate que : $M_{/B}(\vec{P}) = M_{/B}(\vec{P}_{AC})$

Justification : $\vec{M}_{/B}(\vec{P}) = \vec{M}_{/B}(\vec{P}_{AC}) + \vec{M}_{/B}(\vec{P}_{BC})$

<u>Or</u> : $\vec{M}_{/B}(\vec{P}_{BC}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_{/B}(\vec{P}) = \vec{M}_{/B}(\vec{P}_{AC})$

D'où : $M_{/B}(\vec{P}) = M_{/B}(\vec{P}_{AC})$.

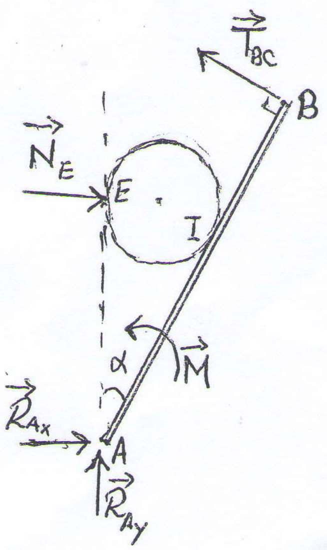
a)



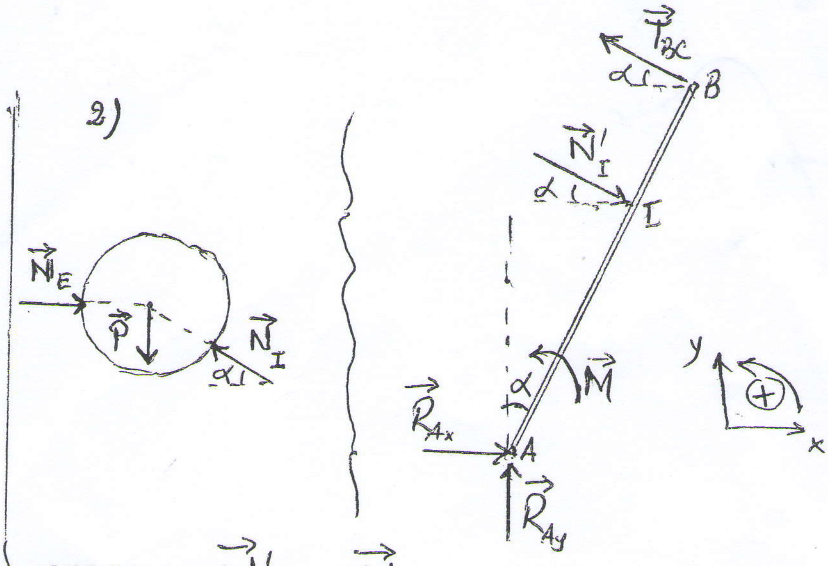
$\vec{P} = \vec{P}_{BC} + \vec{P}_{AC}$

Exo 2 : /08 pts

1)



2)



<u>avec</u> : $\vec{N}'_I = -\vec{N}_I$

3) Equilibre de la boule : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{N}_E + \vec{N}_I = \vec{0}$ -- (I)

" " " tige : $\begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A + \vec{N}'_I + \vec{T}_{BC} = \vec{0} & \text{-- (II)} \\ \sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_{/A}(\vec{N}'_I) + \vec{M}_{/A}(\vec{T}_{BC}) + \vec{M} = \vec{0} & \text{-- (III)} \end{cases}$

4) Equations projetées :

(I) : $\begin{cases} \underline{x} : N_E - N_I\cos\alpha = 0 & \text{-- (1)} \\ \underline{y} : -P + N_I\sin\alpha = 0 & \text{-- (2)} \end{cases}$, (II) : $\begin{cases} \underline{x} : R_{Ax} + N'_I\cos\alpha - T_{BC}\cos\alpha = 0 & \text{-- (3)} \\ \underline{y} : R_{Ay} - N'_I\sin\alpha + T_{BC}\sin\alpha = 0 & \text{-- (4)} \end{cases}$

(III) : $-N'_I.AI + T_{BC}.AB + M = 0$ -- (5) ; <u>et</u> : $N'_I = N_I$

5) Le fil BCD étant inextensible et les frottements négligés

D'où : $T_{BC} = Q$

Ainsi : l'eqt° (5) donne : $T_{BC} = \dfrac{N_I . AI - M}{AB}$

et (2) donne : $N_I = \dfrac{P}{\sin\alpha}$, $\underline{\alpha = 30°}$, $N_I = 800\ N$

D'où : $$Q = \frac{2P}{3\sin\alpha} - \frac{M}{3} = \frac{4P - M}{3} = 500\ N.$$

6) Des deux éqt°s (3) et (4) :

$R_{Ax} = (Q - N_I)\cos\alpha$, $R_{Ax} = -259,8\ N$

$R_{Ay} = (-Q + N_I)\sin\alpha$, $R_{Ay} = 150\ N$

$R_{Ax} < 0 \Rightarrow$ le sens de $\vec{R}_{Ax}$ doit être inverser..

$\Rightarrow R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = 299,3\ N$

Exo 3 : /07 pts

1) $\vec{F} = -F\vec{j}$, $\vec{T}_{BC} = T_{BC}\dfrac{\vec{BC}}{\|\vec{BC}\|}$, $\vec{T}_{BD} = T_{BD}\dfrac{\vec{BD}}{\|\vec{BD}\|}$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix}-5\\0\\-10\end{pmatrix}$, $\vec{BD} = \begin{pmatrix}4\\4\\-8\end{pmatrix}$, $\|\vec{BC}\| = 5\sqrt{5}$, $\|\vec{BD}\| = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{T}_{BC} = \dfrac{T_{BC}}{\sqrt{5}}(-\vec{i} - 2\vec{k}) = -\dfrac{T_{BC}}{\sqrt{5}}(\vec{i} + 2\vec{k}) = -T_{BC}(0,447\vec{i} + 0,894\vec{k}) \\ \vec{T}_{BD} = \dfrac{T_{BD}}{\sqrt{6}}(\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}) = T_{BD}(0,408\vec{i} + 0,408\vec{j} - 0,816\vec{k}) \end{cases}$$

2) Résultante nulle : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A + \vec{F} + \vec{T}_{BC} + \vec{T}_{BD} = \vec{0}$

Eqt° projetées :
$$\begin{cases} \underline{x} : R_{Ax} - \dfrac{T_{BC}}{\sqrt{5}} + \dfrac{T_{BD}}{\sqrt{6}} = 0 \text{ --- (1)} \\ \underline{y} : R_{Ay} - F + \dfrac{T_{BD}}{\sqrt{6}} = 0 \text{ --- (2)} \\ \underline{z} : R_{Az} - \dfrac{2T_{BC}}{\sqrt{5}} - \dfrac{2T_{BD}}{\sqrt{6}} = 0 \text{ --- (3)} \end{cases}$$

$\vec{R}_A = \vec{R}_{Ax} + \vec{R}_{Ay} + \vec{R}_{Az}$
$= R_{Ax}\vec{i} + R_{Ay}\vec{j} + R_{Az}\vec{k}$

3) $\vec{M}_{/A}(\vec{F}) = \vec{AG} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & -F & 0 \end{vmatrix} = 5F\vec{i}$

$\vec{M}_{/A}(\vec{T}_{BC}) = \vec{AB} \wedge \vec{T}_{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 10 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} \dfrac{T_{BC}}{\sqrt{5}} = -\dfrac{10}{\sqrt{5}} T_{BC}\vec{j}$

$\vec{M}_{/A}(\vec{T}_{BD}) = \vec{AB} \wedge \vec{T}_{BD} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 10 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \dfrac{T_{BD}}{\sqrt{6}} = \dfrac{10\,T_{BD}}{\sqrt{6}}(-\vec{i} + \vec{j})$

4) Moment résultant nul : $\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0}$

$$\vec{M}_{/A}(\vec{F}) + \vec{M}_{/A}(\vec{T}_{BC}) + \vec{M}_{/A}(\vec{T}_{BD}) = \vec{0}$$

D'où, les éqts projetées :

$$\begin{cases} 5F - \frac{10}{\sqrt{6}} T_{BD} = 0 & \text{--- (4)} \\ -\frac{10}{\sqrt{5}} T_{BC} + \frac{10}{\sqrt{6}} T_{BD} = 0 & \text{--- (5)} \end{cases}$$

On déduit de (4) : $T_{BD} = \frac{\sqrt{6}}{2} F \Rightarrow T_{BD} = 4899\ N \simeq 4{,}9\ KN$

et de (5) : $T_{BC} = \frac{\sqrt{5}}{2} F \Rightarrow T_{BC} = 1118\ N \simeq 1{,}12\ KN$

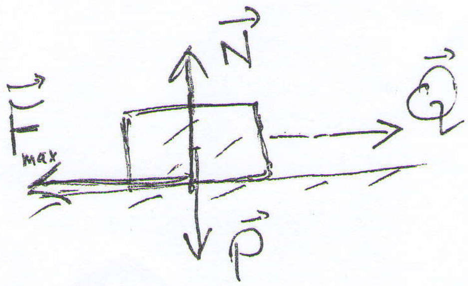
Questions de cours /02 pts

a) La force de frottement $\vec{F}$ sera dirigée selon l'horizontale dans le sens opposé au déplacement éventuel, c.à.d, vers la gauche

b) La valeur maximale de F est :

$F_{max} = f_0 N$, avec : $N = P$, $\vec{N}$: la normale au plan

$\Rightarrow F_{max} = f_0 P$



F. Nait Bouda