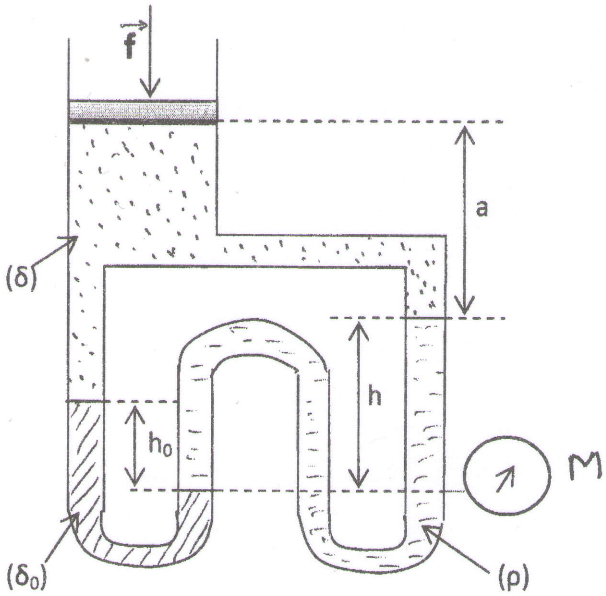
Examen Final MDF

Exercice N°1 (05pts)



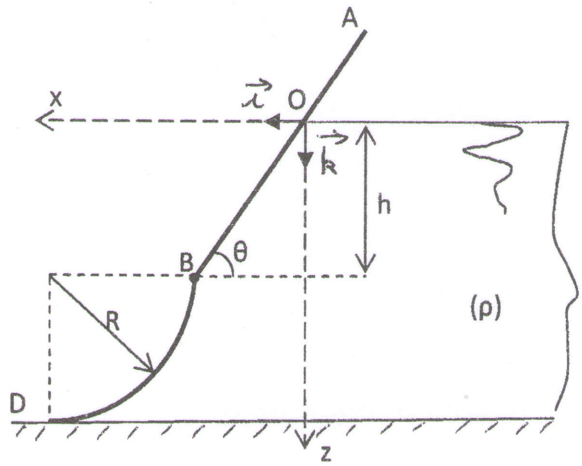
Le dispositif ci-contre contient trois liquides en équilibre : l'eau (ρ) et deux liquides de densité δ etδ_0 (avec : $\delta<1<\delta_0$). Les trois liquides sont soumis à l'action d'une force $\vec{f}$ s'exerçant sur le piston placé au niveau de l'ouverture, de diamètre d, du récipient (voir figure ci-contre).

1/ Montrer que les dénivellations h et h_0 vérifient la relation d'équilibre suivante : $h(1-\delta)=h_0(\delta_0-\delta)$

2/ Déterminer la force f exercée sur le piston si la valeur de la pression affichée par le manomètre est $P_M=0,8$ kgf/cm^2 .

On donne : h_0 =11,75 cm, a= 60 cm, d=20cm, δ=0,75, δ_0=1,6

Exercice N°2 (08pts)



Le bassin d'eau de la figure ci-contre est fermé par une porte ABD, de largeur unité, constituée d'une partie plane (AB) et d'une partie gauche BD (en forme de quart de cylindre de rayon R). La porte peut pivoter autour d'un axe horizontal placé en B à la distance L du bord supérieur. On désigne par h la hauteur de l'eau au-dessus de l'axe B.

1/ Exprimer en fonction de h et θ le module de la force de poussée $\vec{F_p}$ de l'eau sur la partie plane de la porte et faire une représentation sur la figure. Donner l'expression du moment M_p par rapport à B engendré par cette force.

2/ Soient $\vec{F}$ la résultante des actions de l'eau sur la partie gauche BD de la porte, et $\vec{F_x}$ et $\vec{F_z}$ ses composantes selon respectivement x et z.

a) Placer sur la figure et donner l'expression vectorielle des composantes $\vec{F_x}$ et $\vec{F_z}$ dans $(\vec{\imath},\vec{k})$.

b) Si on désigne par C_1 et C_2 les centres de poussée respectivement de $\vec{F_x}$ et $\vec{F_z}$, déterminer leurs positions z_{C_1} et x_{C_2} en fonction de h et R.

3/ Calculer les modules M_p et F et les positions z_{C_1} et x_{C_2} lorsque l'eau atteint le sommet A de la porte.

On donne : ρ=10^3 kg/m^3, g=10 m/s^2, AB=L=3m, θ=60°, R=2m

Exercice N°3 *(04pts)*

Une sphère creuse en cuivre de densité δ, pèse 30 kg à l'air et 21,5 kg lorsqu'elle est plongée dans une huile de densité δ_0 . Trouver le volume V_c de la cavité creuse de la sphère. *On donne* : ρ=10^3 kg/m^3, g=9,81 m/s^2 , δ=8,9 , δ_0=0,85.

Exercice N°4 *(03pts)*

Calculer la vitesse à l'entrée (V_e) et à la sortie (V_s) d'une conduite horizontale où s'écoule une huile, de masse volumique ρ_0, avec un débit massique Q_m . Les diamètres de la conduite à l'entrée et à la sortie sont respectivement D et d. En admettant que la chute de pression $\Delta p=p_e-p_s$ entre l'entrée et la sortie est donnée par la relation $\Delta p = \frac{1}{2}\rho_0\,(V_s^2 - V_e^2)$, Calculer en mmHg cette dépression. *On donne* : ρ_0=800 kg/m^3 , Q_m=10 kg/s, D=10cm, d=2cm.

Corrigé Examen MDF

Exo 1 /05

1) L'E.F.H appliquée entre deux pts du même liquide donne :

entre ① et ② (liq δ) :

$$P_2 - P_1 = \rho g \delta (a + h - h_0) \quad \text{---} \; ① \qquad 0{,}5$$

entre ② et ③ (liq δ_0) :

$$P_3 - P_2 = \rho g \delta_0 h_0 \quad \text{---} \; ② \qquad 0{,}5$$

entre (4) et (5) (eau) :

$$P_4 - P_5 = \rho g h \quad \text{---} \; ③ \qquad 0{,}5$$

schema 0,5

entre (5) et (1) (liq δ)

$$P_5 - P_1 = \rho g \delta a \quad \text{---} \; ④ \qquad 0{,}5$$

On a : $P_4 = P_3$

D'où : $\cancel{(P_2 - P_1)} - \cancel{(P_3 - P_2)} - \cancel{(P_3 - P_5)} - \cancel{(P_5 - P_1)} = \rho g \left[\delta(a + h - h_0) + \delta_0 h_0 - h - \delta a\right]$

$$\Rightarrow \delta(a + h - h_0) + \delta_0 h_0 - h - \delta a = 0 \Rightarrow \boxed{h_0(\delta_0 - \delta) = (1 - \delta) h} \qquad 0{,}5$$

2) entre (4) et (5) : $P_4 - P_5 = \rho g h$

" (5) et (1) : $P_5 - P_1 = \rho g \delta a$ 0,5

$$\Rightarrow \boxed{P_4 - P_1 = \rho g (h + \delta a)}, \qquad P_M = P_{4eff}$$

Or : $P_4 - P_1 = P_{4eff} - P_{1eff} = \rho g (h + \delta a) \Rightarrow \boxed{P_{1eff} = P_M - \rho g (h + \delta a)}$ 0,5

D'autre part : $\boxed{P_{1eff} = \dfrac{f}{S} = \dfrac{4f}{\pi d^2}}$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{\pi d^2}{4}\left(P_M - \rho g (h + \delta a)\right)} \qquad 0{,}5$$

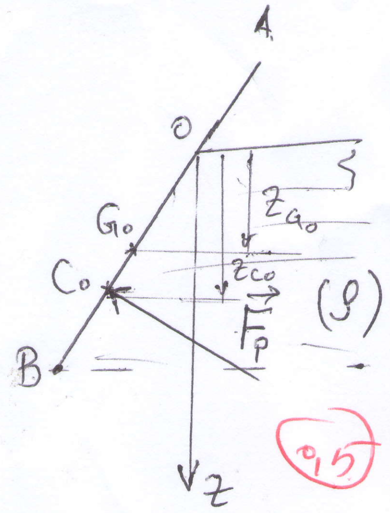
, On a : $P_M = 0{,}8\, kgf/cm^2 = 78480\, Pa$

A.N : $f = \boxed{22{,}02\ N}$

0,5

Exo 2 / 08.

On désigne par S_o la surface plane OB.



1) $F_p = \rho g z_{G_0} \cdot S_o$ (0,5) , $S_o = \dfrac{h}{\sin\theta}$ (0,25) , $z_{G_0} = \dfrac{h}{2}$ (0,25)

$$\boxed{F_p = \frac{1}{2}\rho g \frac{h^2}{\sin\theta}}$$ (0,5)

Soit : C_o centre de poussée de $\vec{F_p}$.

D'où, $\boxed{M_p = F_p \cdot BC_o}$ (0,5)

or : $BC_o = OB - BC_o = \dfrac{h}{\sin\theta} - \dfrac{z_{C_0}}{\sin\theta}$

avec : $z_{C_0} = z_{G_0} + \dfrac{I_{G_0x}}{z_{G_{0x}} \cdot S_{0x}} = \dfrac{2}{3} h$ (0,25)

$\Rightarrow BC_o = \dfrac{h}{3\sin\theta}$ (0,25) $\Rightarrow \boxed{M_p = \dfrac{1}{6}\rho g \dfrac{h^3}{\sin^2\theta}}$ (0,5)

2) $\vec{F} = \vec{F_x} + \vec{F_z}$

a) $\boxed{F_x = \rho g z_{G_x} \cdot S_x}$ (0,25) avec : $S_x = R.1$ (0,25) , $z_{G_x} = h + \dfrac{R}{2}$ (0,25)

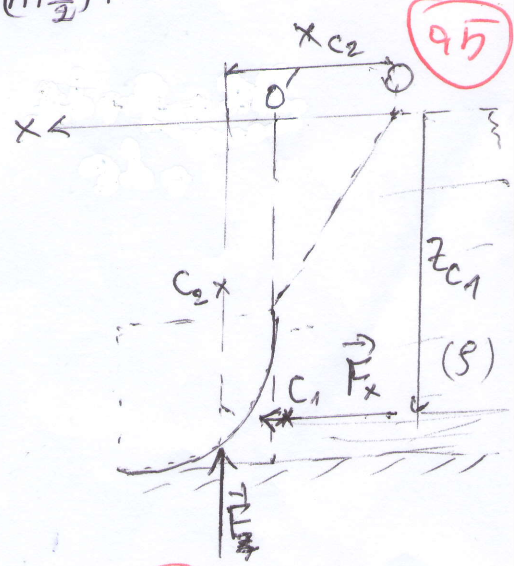
$F_x = \rho g R\left(h + \dfrac{R}{2}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{F_x} = \left[\rho g R\left(h + \frac{R}{2}\right)\right]\vec{i}}$ (0,25)

$\boxed{F_z = \rho g V}$ (0,5) , avec : $V = \left[h \times R + \dfrac{\pi R^2}{4}\right] \cdot 1$ (0,25)

$\Rightarrow F_z = \rho g R\left[h + \dfrac{\pi R}{4}\right] \Rightarrow \boxed{\vec{F_z} = -\left[\rho g R\left(h + \frac{\pi R}{4}\right)\right]\vec{k}}$ (0,25)

b) $z_{c_1} = z_{G_x} + \dfrac{I_{G_x}}{z_{G_x} \cdot S_x} \Rightarrow z_{c_1} = \left(h + \dfrac{R}{2}\right) + \dfrac{\frac{R^3}{12}}{\left(h+\frac{R}{2}\right) + R}$

$$\Rightarrow \boxed{z_{c_1} = \left(h + \frac{R}{2}\right) + \frac{R^2}{6(2h+3R)}}$$ (0,5)



On pose : $x_{c_2} = OO' + x'_{c_2} = \dfrac{h}{tg\theta} + x'_{c_2}$

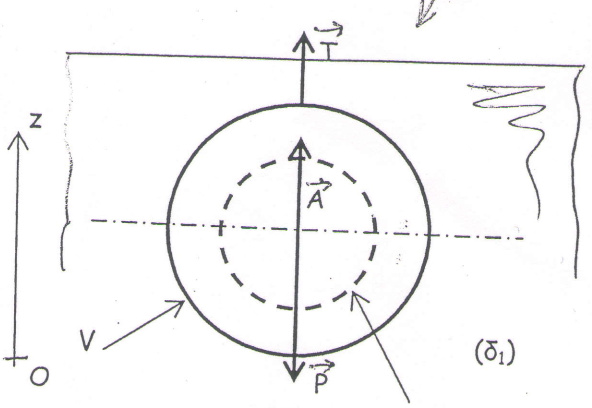
or : $x'_{c_2} = \dfrac{x_1 S_1 + x_2 S_2}{S_1 + S_2} = \dfrac{0{,}5756 R \cdot \frac{\pi R^2}{4} + \frac{R}{2} \cdot R \cdot h}{\frac{\pi R^2}{4} + R \cdot h}$

$$\Rightarrow \boxed{x_{c_2} = \left(\frac{0{,}5756\pi + 2h}{R\cdot\pi + 4h}\right) \cdot R + \frac{h}{tg\theta}}$$ (0,5)

A.N : $M_p = 38971$ N.m (0,25) $F = 11{,}0126 \cdot 10^2$ N (0,25)

$z_{c_1} = 3{,}658$ m (0,25) $x_{c_2} = 3{,}115$ m (0,25)

Exercice 3(04pts)



0,5

0,5

On a à l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{A} = 0$

En projection sur Oz : $A = P - T$ (1) où :

0,25

- P = Poids de la sphère
- T = Poids apparent de la sphère dans l'huile de densité δ_1
- A = Poussée d'Archimède sur la sphère

0,75

On a : $\boxed{P = 30g\ ;\ T = 21{,}5g \text{ et } A = \rho g \delta_1 V}$ où :

0,5 V = volume d'huile déplacée = volume de la sphère

En remplaçant dans (1), on obtient :

$V = 8{,}5/\rho\delta_1$ 0,25 A.N. : $V = 10^{-2}\ m^3$ 0,125

Par ailleurs : P = Poids de la sphère = Poids de cuivre

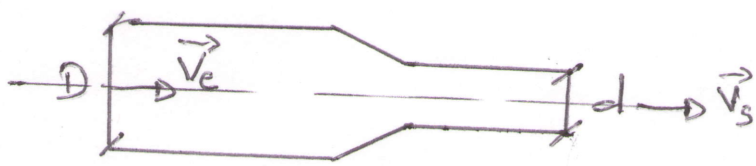
$\Longrightarrow \boxed{30g = \rho g \delta (V - V_c)\ ;}$ où :

0,5 V_c = volume de la cavité creuse

$\Longrightarrow \boxed{V_c = V - 30/\rho\delta}$

0,5 A.N. : $V_c \approx 6{,}6.10^{-3}\ m^3$ 0,5

EX N° 4 3pt



1) $Q_m = \rho_o Q_v = \rho_o V_e S_e$ $\qquad S_e = \pi \dfrac{D^2}{4}$

$= \rho_o V_s S_s$ 0,5 $\qquad S_s = \pi d^2/4$

$\Rightarrow V_e = Q_m / \rho_o S_e$ 0,5 $\qquad$ AN $\boxed{V_e = 1{,}6}$ m/s 0,25

$V_s = Q_m / \rho_o S_s$ 0,5 $\qquad V_s = \boxed{39{,}8 \text{ m/s}}$ 0,25

2) $\Delta p = \dfrac{\rho_o}{2} (V_s^2 - V_e^2)$ $\qquad$ AN Pa

$+ \Delta p = 632592$ Pa 0,5

$+ \Delta p = 4745$ mmHg 0,5