

Exercice 1: (06 pts)

1. Plage de Représentation des nombres entiers signés

- codage sur 8 bits $\rightarrow -2^7 \leq P_1 \leq +2^7 - 1 \Rightarrow \boxed{-128 \leq P_1 \leq +127}$ 0,5

- codage sur 9 bits $\rightarrow -2^8 \leq P_2 \leq +2^8 - 1 \Rightarrow \boxed{-256 \leq P_2 \leq +255}$ 0,5

2.1 Représentation en CV de A et B ($A = (+115)_{10}$ et $B = (-75)_{10}$)

a) codage sur 8 bits:

0,25 $\boxed{A = 01110011}$

$\boxed{B = 10110101}$ 0,25

b) codage sur 9 bits:

0,25 $\boxed{A = 001110011}$

$\boxed{B = 110110101}$ 0,25

2.2 opérations: $S = A + B$, $D_1 = A - B$ et $D_2 = B - A$

a) Dans la représentation en CV sur 8 bits:

$S = A + B = C_{n+1}C_n$

$$\begin{array}{r} A \rightarrow \overset{11}{0}1110011 \\ B \rightarrow 10110101 \\ \hline S \rightarrow \cancel{0}0101000 \end{array}$$

$\boxed{S = 00101000}$ 0,5

$C_{n+1}C_n = 11 \rightarrow$ pas de dépassement de capacité \Rightarrow Résultat juste
 $(S = (+40)_{10}) \in P_1$ 0,25

$D_1 = A - B = A + CV(B)$

$$\begin{array}{r} A \rightarrow \overset{01}{0}1110011 \\ CV(B) \rightarrow 01001011 \\ \hline D_1 \rightarrow 10111110 \end{array}$$

$\boxed{D_1 = 10111110}$ 0,5

$C_{n+1}C_n = 01 \rightarrow$ dépassement de capacité \Rightarrow Résultat Faux
 $(D_1 = -66)$, le résultat juste est $+190 \notin P_1$ 0,25

$D_2 = B - A = B + CV(A)$

$$\begin{array}{r} B \rightarrow \overset{10}{1}0110101 \\ CV(A) \rightarrow 10001101 \\ \hline D_2 \rightarrow \cancel{0}1000010 \end{array}$$

$\boxed{D_2 = 01000010}$ 0,5

$C_{n+1}C_n = 10 \Rightarrow$ dépassement de capacité \Rightarrow Résultat faux
 $(D_2 = +66)$ alors que le résultat juste est $D_2 = -75 - 115 = -190 \notin P_1$ 0,25

b) operations en CV sur 8 bits

* $S = A + B$

$A \rightarrow 001110011$
 $B \rightarrow 110110101$
 $S \rightarrow 000101000$

$S = 00101000$ 0,5

$C_{n+1}C_n = 11 \rightarrow$ pas de depassement
 de capacite \Rightarrow Resultat Juste
 $[S = (+40)_{10}]$

* $D_1 = A - B = A + CV(B)$

$A \rightarrow 001110011$
 $CV(B) \rightarrow 001001011$
 $D_1 \rightarrow 010111110$

$D_1 = 010111110$ 0,5

$C_{n+1}C_n = 0.0 \rightarrow$ Pas de
 depassement de capacite
 \Rightarrow Resultat Juste ($D_1 = +190$).

* $D_2 = B - A = B + CV(A)$

$B \rightarrow 110110101$
 $CV(A) \rightarrow 110001101$
 $D_2 \rightarrow 101000010$

$D_2 = 101000010$ 0,5

$C_{n+1}C_n = 11 \rightarrow$ pas de depassement
 de capacite
 \Rightarrow Resultat Juste ($D_2 = -90$).

c) Exercice 2: (04 pts)

1. Tableau de Karnaugh

c \ b a	00	01	11	10
0		1	1	1
1			1	

$S = \sum_{c b a} 1, 2, 3, 7$
 $S = \bar{c}b a + \bar{c}b \bar{a} + \bar{c}b a + c b a$

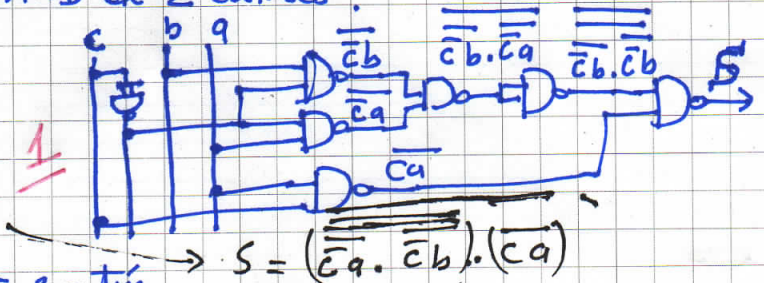
2. Simplification

c \ b a	00	01	11	10
0		1	1	1
1			1	

$S = \bar{c}a + \bar{c}b + ca$

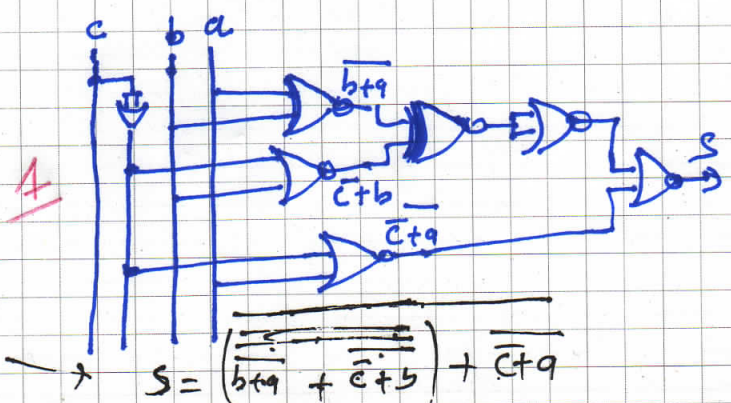
3. Logigramme avec des NAND à 2 entrées.

$S = \bar{c}a + \bar{c}b + ca$
 $= (\bar{c}a) + (\bar{c}b) + ca$
 $S = (\bar{c}a) \cdot (\bar{c}b) \cdot ca$



4. Logigramme avec des NOR à 2 entrées.

$\bar{S} = \sum_{c b a} 0, 4, 5, 6$
 $\bar{S} = \bar{c}b \bar{a} + c \bar{b} + c a$
 $S = \overline{\bar{c}b \bar{a} + c \bar{b} + c a}$
 $S = \overline{\bar{c}b \bar{a}} + \overline{c \bar{b}} + \overline{c a}$
 $S = (b \bar{a} + \bar{c} + \bar{a}) + \bar{c} + \bar{a}$



Exercice 3: (06 pts)

$$F = \bar{d}a + \bar{b}c + \bar{c}ba$$

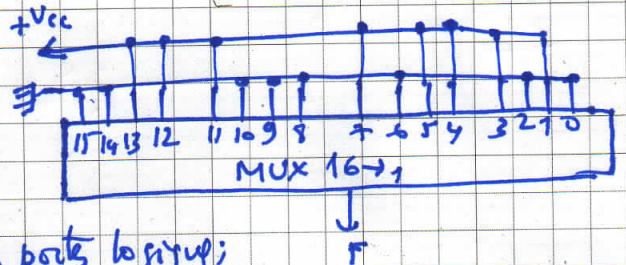
Tableau de Karnaugh :

dc \ ba	00	01	11	10
00		1	1	
01	1	1	1	
11	1	1		
10			1	

$$\rightarrow F = \sum_{dcba} 1, 3, 4, 5, 7, 11, 12, 13$$

a) Logigramme avec un MUX 16 → 1 :

1,5 $F = \sum_{dcba} 1, 3, 4, 5, 7, 11, 12, 13$



b) Logigramme avec un MUX 8 → 1 et des portes logiques :

$$F = (\bar{d}\bar{c}\bar{b})a + (\bar{d}\bar{c}b)a + (\bar{d}c\bar{b})\bar{a} + (\bar{d}cb)a + (\bar{d}c\bar{b})a + (d\bar{c}\bar{b})a + (dc\bar{b})\bar{a} + (dc\bar{b})a$$

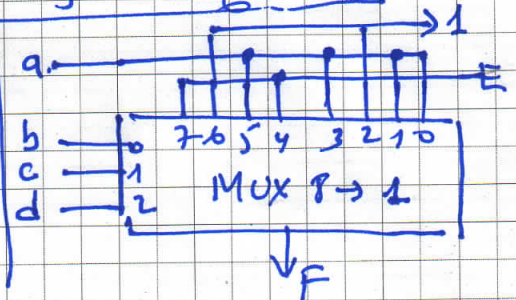
$$F = (\bar{d}\bar{c}\bar{b})a + (\bar{d}\bar{c}b)a + (\bar{d}c\bar{b})(\bar{a}+a) + (\bar{d}cb)a + (\bar{d}c\bar{b})a + (dc\bar{b})(\bar{a}+a)$$

$$F = (\bar{d}\bar{c}\bar{b}) \cdot a + (\bar{d}\bar{c}b) \cdot a + (\bar{d}c\bar{b}) \cdot 1 + (\bar{d}cb) \cdot a + (\bar{d}c\bar{b}) \cdot a + (dc\bar{b}) \cdot 1$$

Liaison à faire :

- $E_0, E_1, E_3, E_5 \rightarrow a$
- $E_2, E_6 \rightarrow 1$
- $E_4, E_7 \rightarrow 0$

1,5



c) Logigramme avec un MUX 4 → 1 et des portes logiques :

$$F = (\bar{d}\bar{c})\bar{b}a + (\bar{d}\bar{c})ba + (d\bar{c})\bar{b}\bar{a} + (\bar{d}\bar{c})\bar{b}a + (\bar{d}\bar{c})ba + (d\bar{c})ba + (d\bar{c})\bar{b}\bar{a} + (d\bar{c})\bar{b}a$$

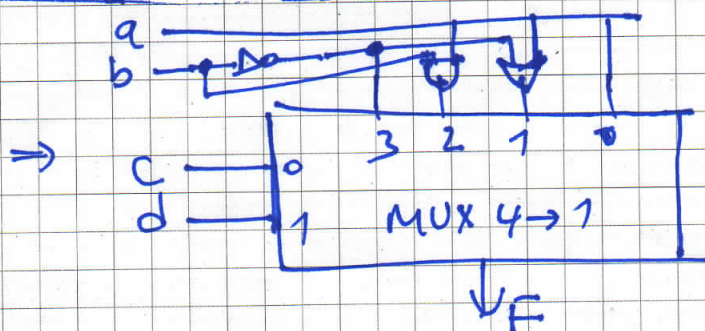
$$F = (\bar{d}\bar{c})(\bar{b}a + ba) + (\bar{d}\bar{c})(\bar{b}\bar{a} + \bar{b}a) + (\bar{d}\bar{c})(ba) + (\bar{d}\bar{c})(ba) + (d\bar{c})(\bar{b}\bar{a} + \bar{b}a)$$

$$F = (\bar{d}\bar{c}) \cdot a + (\bar{d}\bar{c}) \cdot (\bar{b}a + ba) + (\bar{d}\bar{c}) \cdot ba + (d\bar{c}) \cdot b$$

Liaison à faire :

- $E_0 \rightarrow a$
- $E_1 \rightarrow \bar{b}a$
- $E_2 \rightarrow ba$
- $E_3 \rightarrow b$

1,5

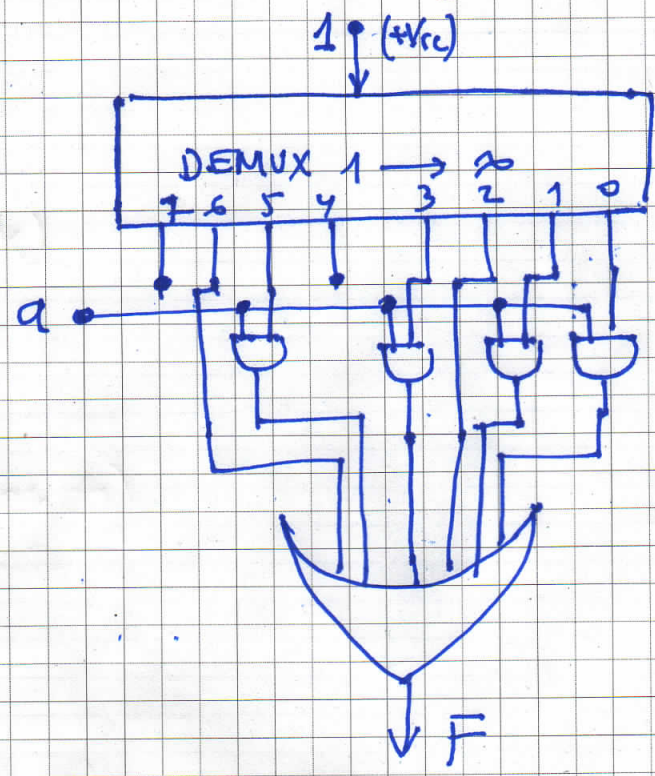


d) Logigramme avec un démultiplexeur et des portes logiques.

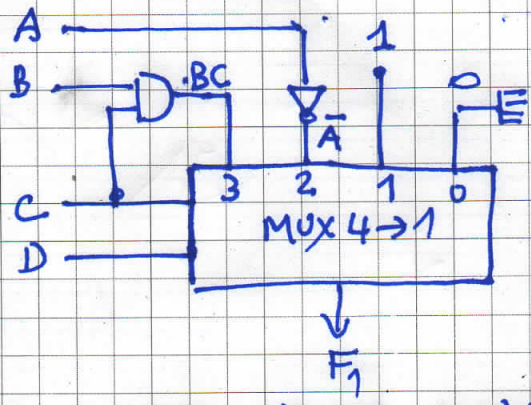
$$F = (\overline{d}\overline{c}\overline{b})a + (\overline{d}\overline{c}a)a + (\overline{d}c\overline{b})1 + (\overline{d}cb)a + (d\overline{c}b)a + (dcb)1$$

donc ;

1,5



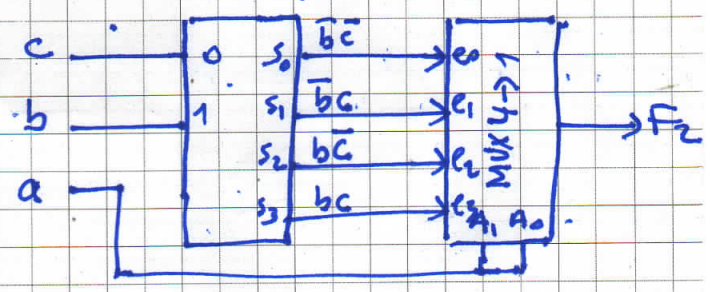
Exercice 4: (04 pts)



$$F_1 = (\overline{D}\overline{C}) \cdot 0 + (\overline{D}C) \cdot 1 + (D\overline{C})\overline{A} + (DC) \cdot BC$$

$$F_1 = \overline{D}C + D\overline{C}\overline{A} + DCB$$

2



$$F_2 = (\overline{A_1}\overline{A_0})e_0 + (\overline{A_1}A_0)e_1 + (A_1\overline{A_0})e_2 + (A_1A_0)e_3$$

$$\left. \begin{matrix} e_0 = A_0 = \overline{bc} \\ e_1 = \overline{A_1} = \overline{bc} \\ e_2 = A_2 = b\overline{c} \\ e_3 = A_3 = bc \end{matrix} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{matrix} A_0 = a \\ A_1 = a \end{matrix} \right.$$

$$\Rightarrow F = (\overline{a}\overline{a})\overline{b}\overline{c} + (\overline{a}\overline{a})e_1 + (a\overline{a})e_2 + (a.a)bc$$

$$F = \overline{a}\overline{b}\overline{c} + abc$$

2