ANALYSE DE DONNÉES
L2 - COMMUNICATION

Fiche Travail Dirigé

Rappels mathématiques (partie 2)

Cette fiche constitue un rappel des principaux concepts et opérations dont nous nous servirons tout au long de ce cours. Cette fiche est la deuxième et dernière de deux séries de rappels. Ce Mémento est à conserver car on en aura besoin pour la suite de notre enseignement.

Deuxième partie

En prérequis, la théorie de l'ensemble des nombres.

Rappel Mathématiques & Statistiques II

Calcul des proportions et fréquences

Dans cette partie, la lettre grecque Ω désigne un ensemble non vide contenant un nombre fini n_Ω d'éléments.

On appelle Ω *l'ensemble de références.*

Définition

Soit A un sous-ensemble de Ω et n_A son nombre d'éléments. On appelle **Proportion** (on dit aussi **Fréquence**) des éléments de A par rapport à Ω est le nombre $P_{A/\Omega} = \frac{n_A}{n_\Omega}$ (lorsque l'on veut exprimer la proportion par une fréquence on utilise la lettre f au lieu de $P_{A/\Omega}$, **A** représente α % de Ω où $\alpha = P_{A/\Omega} \times 100$.

Un **Pourcentage** est une *fraction* dont le dénominateur est 100. On note α % à la place de $\frac{\alpha}{100}$.

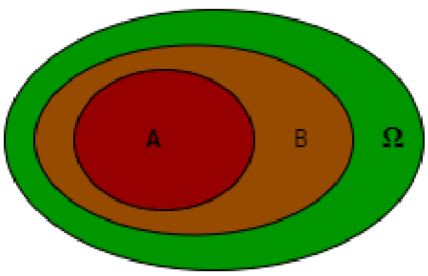
Pour convertir une **Proportion** en *Pourcentage*, on opère la modification suivante :

$$P = \alpha\ \% = \frac{\alpha}{100} \iff \alpha = 100 \times P$$

La Proportion de la proportion

Soit A et B deux sous-ensembles de Ω tels que $A \subset B$. Notons $P_{A/B}$ la proportion de A par rapport à B, $P_{B/\Omega}$ la proportion de B par rapport à Ω et $P_{A/\Omega}$ la proportion de A par rapport à Ω. On a l'égalité suivante :

$$P_{A/\Omega} = P_{A/B} \times P_{B/\Omega}$$



On dit que $P_{A/B}$ et $P_{B/\Omega}$ sont des **proportions échelonnées** et $P_{A/B} \times P_{B/\Omega}$ une **proportion de proportion** (on dit aussi *pourcentage de pourcentage.*

Le taux d'évolution

Soit Q une quantité dont les valeurs sont strictement positives.

Conidérons que la quantité Q évolue d'une valeur $Q_{initiale}$ vers une valeur Q_{finale}
On appelle ***Taux d'évolution*** de la quantité **Q** de $Q_{initiale}$ vers Q_{finale} (on dit aussi : *Varia-*

tion relative le rapport δ qui s'exprime ainsi : $\delta = \frac{Q_{finale} - Q_{initiale}}{Q_{initiale}}$.

On appelle $\delta\%$ le **Pourcentage d'évolution** de Q_{initiale} vers une valeur Q_{finale}.

On appelle $C = \frac{Q_{\text{finale}}}{Q_{\text{initiale}}}$ le **Coefficient multiplicateur** de l'évolution de Q_{initiale} vers une valeur Q_{finale}.

Théorème

Soit δ le **taux d'évolution** de Q_{initiale} vers Q_{finale}. Le **coefficient multiplicateur** de l'évolution de Q est noté **C**. Nous avons alors ce qui suit :

$$\boxed{C = 1 + \delta}$$

Le pourcentage d'évolution, noté t %, de Q est donné par l'égalité suivante :

$$\boxed{t = 100\delta}$$

À partir du théorème précédent, nous pouvons tirer ce qui suit :

$$Q_{\text{finale}} = Q_{\text{initiale}}(1+\delta) = Q_{\text{initiale}}\left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

Dans le cas des valeurs de Q positives, on a :

- $\delta > 0$ ($t > 0$), si et seulement si, $\mathbf{C} > \mathbf{1}$ si, et seulement si, les valeurs de Q augmentent ;
- $\delta < 0$ ($t < 0$), si et seulement si, $0 < \mathbf{C} < 1$ si, et seulement si, les valeurs de Q diminuent.

Les évolutions successives et les évolutions réciproques

On appelle **taux d'évolution global** le taux qui permet de passer *directement* de Q_{initiale} à Q_{finale}.

Théorème

Si δ_1, δ_2, ..., δ_n sont des taux d'évolution successifs et Δ est le taux d'évolution global, alors nous avons :

$$\boxed{1 + \Delta = (1+\delta_1) \times (1+\delta_2) \times \cdots \times (1+\delta_n)}$$

On dit que deux évolutions sont **réciproques** si la succession de ces deux évolutions appliquée à une quantité n'affecte pas ses valeurs :

Soit δ et δ' deux taux d'évolutions réciproques l'un de l'autre, on a alors :

$$\boxed{(1+\delta) \times (1+\delta') = 1}$$