2023/2024

Faculté de Technologie
Département ST, 1ère année Ingénieur
Durée : 1h30min

Examen de Rattrapage
Thermodynamique

Exercice 1 (8pts)

L'équation d'état de Van der Waals s'applique aux fluides et tient compte, dans une certaine mesure, des forces d'interaction entre les particules qui les constituent. Elle peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

1- Comparer brièvement les gaz réels aux gaz parfaits.
2- Á partir de l'équation d'état de Van der Waals, monter en expliquant comment peut-on retrouver l'équation d'état des gaz parfaits.
3- Exprimer P en fonction de T et V. Donner l'expression du coefficient de changement de pression isochore ($\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$) de ce gaz.
4- Calculer les dérivées partielles $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ et $\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T$
5- Montrer qu'il existe un unique état tel que : $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0$ et $\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = 0$. Déterminer son volume molaire critique V_{mC}, sa température critique T_C et sa pression critique P_C.

Exercice 2 (9pts)

Un moteur à gaz parfait fonctionne selon le cycle à trois transformations suivantes :
A-B : compression isotherme,
B-C : chauffage isochore,
C-A : détente adiabatique.

1) Calculer V_A, V_B, P_B et P_C.
2) Représenter le cycle sur un diagramme P-V. Donner la nature du cycle. Justifier.
3) Calculer la quantité de chaleur Q et le travail W mis en jeu le long de chaque transformation. En déduire la quantité de chaleur et le travail mis en jeu le long du cycle. Le principe d'équivalence est-il vérifié ?
4) Calculer la variation de l'énergie interne pour chaque transformation et pour le cycle. Conclure.

Données : n = 1mole, T_A=300K, P_A=1,013.10^5 Pascal, $V_A = 2V_B$, T_C=396K , $\gamma = 1,4$,
R = 8,31 J.mol^{-1}.K^{-1}

Exercice 3 (3pts)

I- Déterminer le potentiel chimique d'un gaz parfait à 25°C et 1 atm de pression.
II- Calculer la fugacité d'un gaz réel à 50°C et 5 atm de pression, sachant que son coefficient de fugacité est $\varphi = 0,85$.

Données : R = 8,31 J.mol^{-1}.K^{-1}

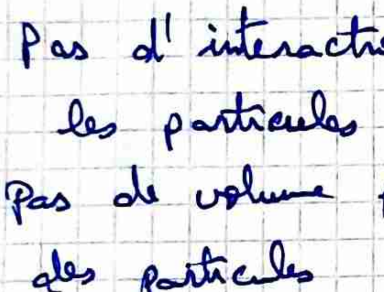
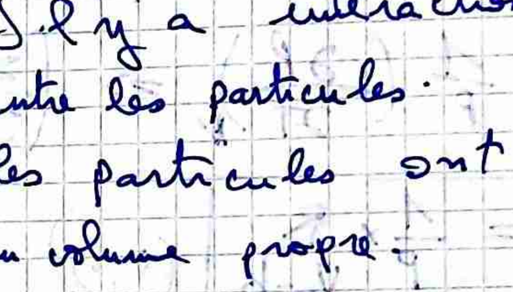
Bon courage

corrigé de l'examen de rattrapage.

Thermodynamique. (2023/2024).

Exercice 1 : 8 points

1- comparaison entre un gaz parfait et un gaz réel :

gaz parfait 1,5	gaz réel. 1,5
- $PV = nRT$	- $\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$ ou autre equations.
- Pas d'interaction entre les particules	- Il y a interaction entre les particules.
- pas de volume propre des particules	- les particules ont un volume propre.
- ne se liquifie pas	- se liquifie à une température $< T_C$.
$Z = 1$	$Z < 1$; $Z > 1$
- isotherme 	

2- $\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$.

0,5 / 1,5

on peut obtenir l'équation des gaz parfaits $PV = nRT$ à partir de l'équation de vanderwals si : $V \to \infty$ et $P \to 0$.

$\Rightarrow$ si $V \to \infty$. on aura donc :

$$\left(P + \cancel{\frac{a}{V_m^2}}^{0}\right)\left(V_m - \cancel{b}^{0}\right) = RT$$ 0,5

$$\Rightarrow \boxed{P V_m = RT} \xrightarrow{\text{ou bien}} \boxed{PV = nRT}$$

3- expression de P en fonction de T et V.

$$\boxed{P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}} \quad \text{—— (1)}$$ 0,5

* expression de β :

$$\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V_m - b}$$

$$\boxed{\beta = \frac{1}{P} \times \frac{R}{V_m - b}}$$ 0,5

4- calcul des dérivées partielles :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{-RT}{(V_m - b)^2} + \frac{2a}{V_m^3} \quad \text{—— (2)}$$ 0,5

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = \frac{2RT}{(V_m - b)^3} - \frac{6a}{V^4} \quad \text{—— (3)}$$ 0,5

5- Démonstration de $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0$ et $\left(\frac{\partial^2 P}{\partial^2 V}\right) = 0$.

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial^2 V}\right)_T = 0$$

$\Rightarrow$ (2) = (3).

$$\Leftrightarrow \frac{-RT_c}{(V_{cm} - b)^2} + \frac{2a}{V_c^3} = \frac{2RT_c}{(V_{cm} - b)^3} - \frac{6a}{V_c^4}$$ 0,5

c'est le point critique qui correspond au point unique. 0,5 (2)

$\Rightarrow \boxed{V_{mc} = 3b}$ 0,5

en remplaçant V_{mc} dans ② on obtient T_c.

$$\boxed{T_c = \frac{8a}{27Rb}}$$ 0,5

en remplaçant T_c et V_{mc} dans ① on aura

$$\boxed{P_c = \frac{a}{27a^2}}$$ 0,5

Exercice 2 : 9 pts

1- calcul de V_A, P_B, V_B et P_c.

$P_A V_A = nRT_A \Rightarrow V_A = \frac{nRT_A}{P_A}$ 0,25

$V_A = \frac{1 \times 8,31 \times 300}{1 \times 1,013 \times 10^5} = 2461,00 \times 10^{-5}\ m^3$. 0,25

$$\boxed{V_A = 2461 \times 10^{-5}\ m^3}$$

$V_B = \frac{V_A}{2} \Rightarrow V_B = \frac{2461 \times 10^{-5}}{2} = 1230,5 \times 10^{-5}\ m^3$

$$\boxed{V_B = 1230,6 \times 10^{-5}\ m^3}$$ 0,25

$P_B V_B = nR.T_B \Rightarrow P_B = \frac{nRT_B}{V_B}$

$P_B = \frac{1 \times 8,31 \times 300}{1230,6 \times 10^{-5}} = 2,02 \times 10^5\ Pa$.

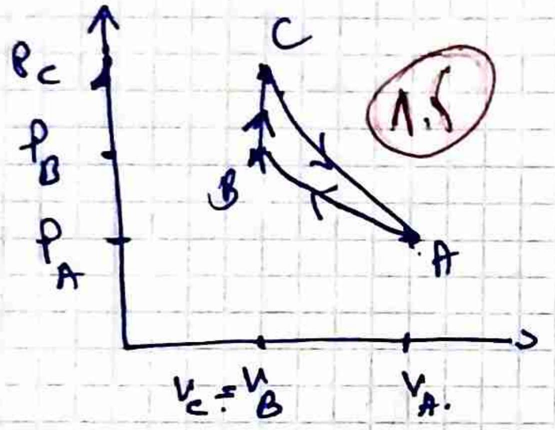
$$\boxed{P_B = 2,02 \times 10^5\ Pa}$$ 0,25

$P_C V_C = nRT_C$. $\qquad V_C = V_B = 12.30,5 \times 10^{-5} m^3$

$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{1 \times 8,31 \times 396}{1230,5 \times 10^{-1}} = 2,674 \times 10^5 \ Pa.$$

$$\boxed{P_C = 2,674 \times 10^5 Pa}$$ 0,25

2) Representation du cycle :



1,5

- C'est cycle moteur 0,25 puisqu'il suit le sens des éguille d'une montre. 0,25

3 - calcul de Q et W.

A - B : T = cst.

$\cancel{\Delta U}^{\,0} = Q + W. \Rightarrow Q = -W$. 0,25

$W = -nRT \ln \frac{V_B}{V_A}$ 0,5 $= -1 \times 8,31 \times 300 . \ln \frac{1}{2}$.

$$\boxed{W = 1728,01 J}$$ 0,25

$$\boxed{Q = -1728,01 J}$$ 0,25

B - C : V = cst.

$$\boxed{W = 0 J}$$ 0,25 $\qquad C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ 0,25

$Q = \Delta U = n C_v \Delta T = n \frac{R}{\gamma - 1} \Delta T$. 0,25

$Q = 1 \times \frac{8,31}{1,4 - 1} (396 - 300) = 1994,4 J$ $\quad \boxed{Q = 1994,4 J}$ 0,25

4

C-A $\boxed{Q=0}$ 0,25

$\Rightarrow W = \Delta U = \frac{P_A V_A - P_C V_C}{\gamma - 1} = nC_v(T_A - T_C)$ 0,5

$\Delta U = \frac{(1,013 \times 10^5 \times 2461 \times 10^{-5}) - (2,6 \times 10^5 \times 1230,5 \times 10^{-5})}{1,4 - 1}$

$\boxed{W = -1993,41 J}$ 0,25

$W_{cycle} = 1728,01 + 0 - 1993,41 J = -253 J$

$\boxed{W_{cycle} = -265,4 J}$ 0,25

$Q_{cycle} = -1728,01 + 1994,4 + 0 = 266,39 J$

$\boxed{Q_{cycle} = 266,39 J}$ 0,25

$-W_{cycle} \approx Q_{cycle} \Rightarrow$ le principe d'équivalence 0,25 est vérifié. 0,25

4- calcul de ΔU :

A-B : $T = cst$ $\Delta U = nC_v \Delta T$, $\Delta T = 0$

$\boxed{\Delta U = 0 J}$ 0,25

B-C : $V = cst$ 0,25

$\Delta U = Q = nC_v \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} \Delta T = \frac{1 \times 8,31}{0,4}(396 - 300)$.

$\boxed{\Delta U = 1994,4 J}$ 0,25

C–D : $\varphi = 0$.

$\Delta U = W = n C_v \Delta T = \dfrac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$.

$\boxed{\Delta H = -1994{,}4 J}$ ou bien $\boxed{\Delta H = 1993{,}4 J}$ 0,25

$\Delta U_{cycle} = 0 + 1994{,}4 - 1994{,}4 = 0$.

$\boxed{\Delta U_{cycle} = 0 J}$ 0,25

0,25

$\Delta U_{cycle} = 0 J$ puisque c'est ~~une~~ fonction d'état.

Exercice 3 : 3 pts

I- Calcul de μ d'un gaz parfait à $T = 25°C$ et $P = 1 atm$.

$\mu = \mu^\circ + RT \ln \dfrac{P}{P^\circ}$ 1 $P^\circ = 1 atm$. 0,5

$\mu = \mu^\circ + 8{,}31 \times 298 \cancel{\ln \dfrac{1}{1}}^{0} \Rightarrow \mu = \mu^\circ$.

$\boxed{\mu = \mu^\circ}$ 0,5

II- Calcul de la fugacité d'un gaz réel :

$\varphi = \dfrac{f}{P}$ 0,5 $\Rightarrow f = \varphi \times P$.

$f = 0{,}85 \times 5 = 4{,}25 atm$.

$\boxed{f = 4{,}25 atm}$ 0,5