Série de TD N°2

08 octobre 2023

EX.01 :

Soit un point M dont les coordonnées cartésiennes sont(x, y, z). Soit M_0 sa projection sur le plan OXY. Les coordonnées cylindriques de M sont définies par les variables (ρ, θ, z) telles que : $\rho = |\overrightarrow{\mathrm{OM}_0}|$, $\theta = (\overrightarrow{\mathrm{OX}}, \overrightarrow{\mathrm{OM}_0})$.

1) Pour recouvrir tout l'espace, donner les domaines de variations de ρ, θ et z.
2) Exprimer les coordonnées cartésiennes (x, y, z) en fonction des nouvelles coordonnées(ρ, θ, z).
3) Exprimer le vecteur déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{dOM}}$ en fonction de (ρ, θ, z) et écrire sous forme : $\overrightarrow{\mathrm{dOM}} = d\rho \vec{e_\rho} + \rho d\theta \vec{e_\theta} + \mathrm{dz}\, \vec{e_k}$.
4) Déduire les expressions des vecteurs de base$(\vec{e_\rho}, \vec{e_\theta}, \vec{e_k})$, appelée base locale associée aux coordonnées cylindrique, en fonction des vecteurs$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

EX.02 :

Soit un point M dont les coordonnées cartésiennes sont(x, y, z). Soit M_0 sa projection sur le plan OXY. Les coordonnées sphériques de M sont définies par les variables (r, θ, φ) telles que : $r = |\overrightarrow{\mathrm{OM}}|$, $\theta = (\overrightarrow{\mathrm{OZ}}, \overrightarrow{\mathrm{OM}})$, $\varphi = (\overrightarrow{\mathrm{OX}}, \overrightarrow{\mathrm{OM}_0})$.

1) Pour recouvrir tout l'espace, donner les domaines de variations deρ, θ et φ.
2) Exprimer les coordonnées cartésiennes (x, y, z) en fonction des nouvelles coordonnées(r, θ, φ)..
3) Exprimer le vecteur déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{dOM}}$ en fonction de (r, θ, φ) et écrire sous forme : $\overrightarrow{\mathrm{dOM}} = \mathrm{dr}\vec{e_\rho} + \rho d\theta \vec{e_\theta} + r \sin\theta\, d\varphi\, \vec{e_\varphi}$.
4) Déduire les expressions des vecteurs de base$(\vec{e_\rho}, \vec{e_\theta}, \vec{e_k})$, appelée base locale associée aux coordonnées sphériques, en fonction des vecteurs$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

EX.03 :

Soit (P) le plan défini par les deux vecteurs : $\vec{V_1} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{V_2} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

1) Montrer que le vecteur $\vec{V_3} = \vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k}$ appartient au plan (P).
2) Montrer que le vecteur $\vec{V_4} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 6\vec{k}$ est perpendiculaire à (P).

EX.04 :

On considère les deux vecteurs suivants : $\vec{V_1} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{V_2} = \vec{i} + \vec{k}$.

Pour quelles valeurs de$x$ et y, le vecteur $\vec{V_1} = x\vec{i} + y\vec{j} + \vec{k}$

1) est parallèle à$\vec{V_1}$.
2) est parallèle à$\vec{V_2}$.
3) est perpendiculaire à $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$.