

### TD<sub>2</sub> de Statistiques 3

#### Exercice 1

Soit X une variable aléatoire continue telle que:

$$f(x) = C(4X - X^2) \quad X \in [0,4]$$

0 sinon

- 1) Donner la valeur de C pour que f soit une densité de probabilité.
- 2) Calculer sa moyenne et sa variance.

#### Exercice 2

X est la variable aléatoire de la loi continue et uniforme sur [0 ; 1]. Donner la probabilité des événements suivants :

1)  $P(0.4 < X < 0.6)$  ; 2)  $P(X > 0.35)$ ; 3)  $P(1/3 < X < 1/2)$ ; 4)  $P(X = 0.5)$

#### Exercice 3

La durée d'attente à une caisse de supermarché est assimilée à une loi exponentielle. La variable aléatoire égale au délai d'attente suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,04$ .

- 1°- Quelle est la probabilité qu'un client attende moins de cinq minutes ?
- 2°- Quelle est la probabilité qu'il attende plus de 15 minutes ?

#### Exercice 4

Si le revenu mensuel des familles d'une région suit une loi normale, avec une moyenne de 80 mille dinars et un écart type de 30 mille dinars.

- 1) Donner le pourcentage de familles dont les revenus sont inférieurs à 60 mille dinars.
- 2) Quel est le revenu inférieur pour que sa probabilité est 0,975 ?

#### Exercice 5

Des machines fabriquent des plaques de tôle destinées à être empilées.

1. Soit X la variable aléatoire «épaisseur de la plaque en mm» ; on suppose que X suit une loi normale de paramètres  $m = 0.3$  et  $\sigma = 0.1$ .

Calculez la probabilité pour que X soit inférieure à 0.36mm et la probabilité pour que X soit compris entre 0.25 et 0.35mm.

2. L'utilisation de ces plaques consiste à en empiler n, numérotées de 1 à n en les prenant au hasard : soit  $X_i$  la variable aléatoire «épaisseur de la plaque numéro i en mm» (les  $X_i$  sont indépendantes deux à deux) et Z la variable aléatoire «épaisseur des n plaques en mm». Pour  $n = 20$ , quelle est la loi de Z, son espérance et sa variance ?

#### Exercice 6

Soit T une variable aléatoire qui suit une distribution de Student avec des degrés de liberté v. En utilisant une table Student calculé les probabilités suivantes :

- 1)  $P(t_{13} < 1.771)$
- 2)  $P(t_{21} > 2.08)$
- 3)  $P(-1.833 \leq t_9 < 1.771)$

Donner la valeur de  $t_0$  sur table Student pour chaque cas:

- 1)  $P(t_{12} < t_0) = 0.99$
- 2)  $P(t_{11} > t_0) = 0.05$  ;    3)  $P(t_{20} < t_0) = 0.975$

### Exercice 7

Considérons une v.a X de loi de Khi-deux à 15 degrés de liberté.

- 1) Calculer  $P(5.21 < X < 27.46)$
- 2) Déterminer la valeur de **a** et **b** sachant que :
  - $P(X < a) = 0.95$
  - $P(X > b) = 0.01$
- 3) Calculer  $P(5.21 < X < 27.46)$  pour **n=40**

### Exercice 8

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de Fisher.

1. Déterminer les valeurs de Fisher suivantes :

$$F_{0.05}(3;7) ; F_{0.01}(12;8) ; F_{0.95}(3;5)$$

2. Déterminer la valeur sachant que

$$F_{\alpha}(20;15) = 3.37$$

### Exercice 9

La durée nécessaire pour reconstituer le stock d'un article d'une entreprise, suit une loi de gamma avec une moyenne de 40 jours et un écart de 400.

Quelle est la probabilité qu'une commande soit exécutée dans les 20 jours ?

### Exercice 10

Le pourcentage de production vendu dans une entreprise suit la distribution suivante :

$$\begin{cases} 12x^2(1-x) & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1) Calculer le ratio attendu.
- 2) Calculez la probabilité que le pourcentage soit supérieur à 35 %.

**M<sup>me</sup> BERKAI.**