

Corrigé

**Exercice**

Trois charges électriques ponctuelles  $Q_A$ ,  $Q_B$  et  $Q_C$  sont placées dans la base orthonormée  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  respectivement aux points  $A(\alpha, 0)$ ,  $B(0, \alpha)$  et  $C(-\alpha, -\alpha)$ .

On donne :  $Q_A = Q = 2 \cdot 10^{-9} C$ ,  $Q_B = -2Q$ ,  $Q_C = 3Q$  et  $\alpha = 5$  cm.

1. Déterminer le champ électrique  $\vec{E}$  créé au point O par les 3 charges. Représenter qualitativement  $\vec{E}$ .

2. En déduire la force électrostatique  $\vec{F}$  exercée sur une charge  $Q' = -5Q$  placée en O.

**Réponses**

1) Le champ créé au pt O :

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_A(O) + \vec{E}_B(O) + \vec{E}_C(O)$$

$$\vec{E}_A(O) = \frac{kQ_A}{r_A^2} \vec{u}_A = \frac{kQ}{a^2} (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_B(O) = \frac{kQ_B}{r_B^2} \vec{u}_B = -\frac{2kQ}{a^2} (-\vec{j})$$

$$\vec{E}_C(O) = \frac{kQ_C}{r_C^2} \vec{u}_C = \frac{3kQ}{2a^2} (\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j})$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc 
$$\vec{E}(O) = -\frac{kQ}{a^2} \vec{i} + \frac{2kQ}{a^2} \vec{j} + \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{kQ}{a^2} \vec{i} + \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{kQ}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}(O) = \frac{kQ}{a^2} \left( \frac{3\sqrt{2}}{4} - 1 \right) \vec{i} + \frac{kQ}{a^2} \left( \frac{3\sqrt{2}}{4} + 2 \right) \vec{j} = 476 \vec{i} + 22037 \vec{j}$$

$$* \|\vec{E}(O)\| = \frac{kQ}{a^2} \sqrt{\left( \frac{3\sqrt{2}}{4} - 1 \right)^2 + \left( \frac{3\sqrt{2}}{4} + 2 \right)^2} = 22042 \text{ N/C}$$

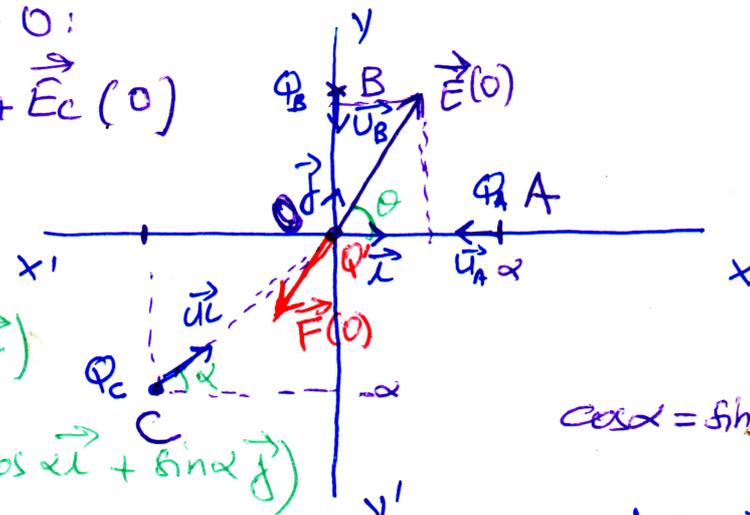
$$* \text{Direction : } \tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{22037}{476} = 46,3 \Rightarrow \theta = 88,76^\circ$$

a) Si  $Q' = -5Q$  est placée en O, elle va subir une force :

$$\vec{F}_O = Q' \vec{E}(O) = -5Q \vec{E}(O) = -(476 \vec{i} + 22037 \vec{j}) \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$\|\vec{F}_O\| = 22042 \times 10^{-8} \text{ N} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

La force  $\vec{F}(O)$  est opposée à  $\vec{E}(O)$  et son module est de  $\|\vec{F}_O\| = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$  (voir dessin).



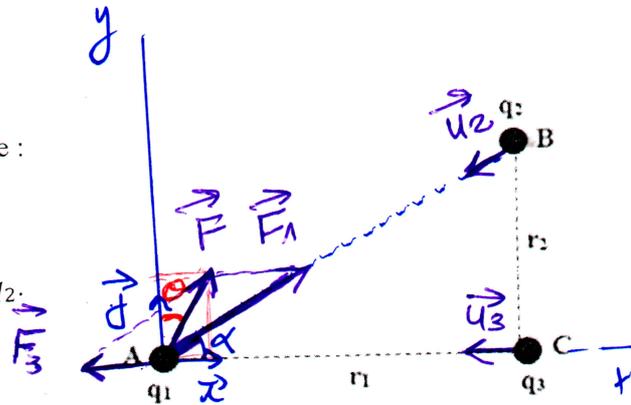
**Exercice**

Trois charges  $q_1, q_2$  et  $q_3$  sont disposées selon la figure ci-après. On donne :

$q_1 = +0.15 \text{ C}, q_2 = -5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  et  $q_3 = +2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ ,

$AC = 1.2 \text{ m}$  et  $AB = 1.3 \text{ m}$ .

1. Calculer la force résultante appliquée sur la charge  $q_1$ .
2. Calculer le champ électrostatique créé au point C par les charges  $q_1$  et  $q_2$ .



*Corrigé*

**Réponses**

① La force résultante exercée sur  $q_1$ :

$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ,  $r_2^2 = (AB)^2 - r_1^2 = 1,69 - 1,44 = 0,25 \Rightarrow r_2 = 0,5 \text{ m}$

\*  $\vec{F}_2 = \frac{k q_1 q_2}{AB^2} \vec{u}_2 = \frac{k q_1 q_2}{AB^2} (-\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) = -\frac{k q_1 q_2}{AB^2} \left( \frac{1,2}{1,3} \vec{i} + \frac{0,5}{1,3} \vec{j} \right)$

$\vec{F}_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 0,15 \times (-5 \times 10^{-4})}{(1,3)^2} \left( \frac{1,2}{1,3} \vec{i} + \frac{0,5}{1,3} \vec{j} \right) = (3,686 \vec{i} + 1,536 \vec{j}) \times 10^5 \text{ N}$

\*  $\vec{F}_3 = \frac{k q_1 q_3}{r_1^2} \vec{u}_3 = \frac{k q_1 q_3}{r_1^2} (-\vec{i}) = \frac{9 \times 10^9 \times 0,15 \times 2 \times 10^{-4}}{(1,2)^2} (-\vec{i}) = -1,875 \times 10^5 \vec{i}$

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (1,811 \vec{i} + 1,536 \vec{j}) \times 10^5 \text{ N}$

$\|\vec{F}\| = 10^5 \sqrt{(1,811)^2 + (1,536)^2} = 2,37 \times 10^5 \text{ N}$

$\tan \theta = \frac{F_x}{F_y} = \frac{1,811}{1,536} = 1,179 \Rightarrow \theta = 49,70^\circ$

② Le champ créé au point C :

$\vec{E}(C) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$\vec{E}_1 = \frac{k q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = \frac{9 \times 10^9 \times (-5 \times 10^{-4})}{(1,2)^2} (\vec{i}) = \frac{15}{16} \times 10^9 \vec{i}$

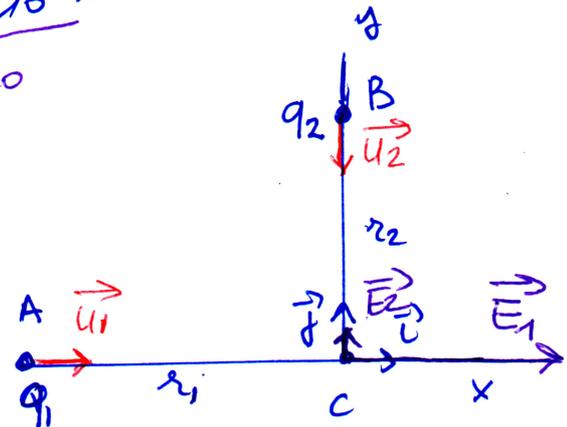
$\vec{E}_2 = \frac{k q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = \frac{9}{5} \times 10^5 \vec{j}$

On constate que  $\|\vec{E}_1\| \approx 10^4 \|\vec{E}_2\|$

$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx \vec{E}_1$

Donc  $\|\vec{E}\| \approx \frac{15}{16} \times 10^9 \text{ N/C}$

et  $\vec{E} = \vec{E}_1$  N.B : L'angle entre  $\vec{E}$  et  $(Ox)$  est  $\theta' = 0,0062^\circ$



**Exercice**

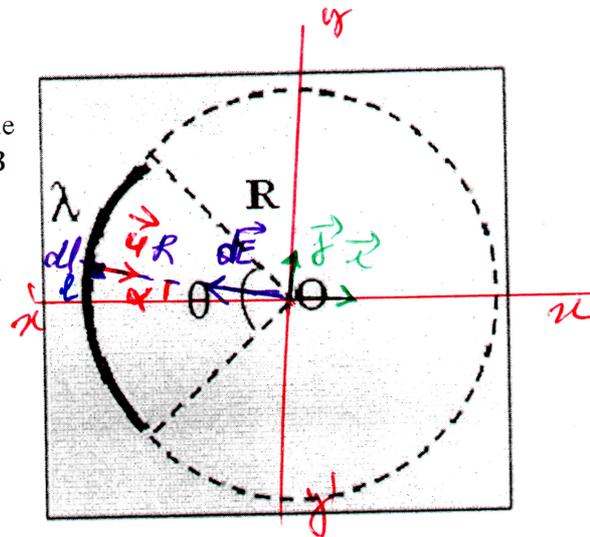
Soit une charge  $q$  répartie sur une portion d'une circonférence de centre  $O$  et de rayon  $R = 2 \text{ cm}$ , de densité linéique  $\lambda = -10^{-9} \text{ C/m}$ . On donne  $\theta = \pi/3$  et l'axe  $x'Ox$  représente un axe de symétrie pour cette distribution.

1- Donner l'expression du champ électrostatique élémentaire  $d\vec{E}$  créé par la densité de charge élémentaire  $dq$  au centre  $O$ . Donner d'abord  $dq$  en fonction de  $\lambda$ ,  $R$  et  $d\theta$ .

2- En déduire le champ  $\vec{E}$  créé par la charge  $q$  au point  $O$ .

3- Calculer le module de champ  $\vec{E}$ .

*Corrigé*



Réponses :

① Le champ élémentaire  $d\vec{E}$  :

\* élément de longueur :  $dl$

\* Sa charge :  $dq = \lambda dl$

\* Le champ créé par  $dq$  au point  $O$  est :  $d\vec{E}(O) = \frac{k dq}{r^2} \vec{u}$

$$d\vec{E}(O) = \frac{k \lambda dl}{R^2} \vec{u} = \frac{k \lambda dl}{R^2} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j})$$

on a aussi :  $d = R \alpha \Rightarrow dl = R \cdot d\alpha$

Donc  $d\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) d\alpha$

② Le champ total créé par la charge  $q$  :

Pour décrire toute la distribution, on fait varier  $\alpha$  de  $-\frac{\pi}{6}$  à  $+\frac{\pi}{6}$  en raison de la symétrie :

$$\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) d\alpha = \frac{k \lambda}{R} \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) d\alpha$$

$$\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} [\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j}]_{-\pi/6}^{+\pi/6} = \frac{k \lambda}{R} \left[ \frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} + \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right]$$

$$\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} \vec{i} = \frac{9 \times 10^9 (-10^{-9})}{2 \cdot 10^{-2}} = -450 \vec{i}$$

③  $\|\vec{E}\| = 450 \text{ N/C}$

