

Corrigé

Exercice

Trois charges électriques ponctuelles Q_A , Q_B et Q_C sont placées dans la base orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) respectivement aux points $A(\alpha, 0)$, $B(0, \alpha)$ et $C(-\alpha, -\alpha)$.

On donne : $Q_A = Q = 2 \cdot 10^{-9} C$, $Q_B = -2Q$, $Q_C = 3Q$ et $\alpha = 5$ cm.

1. Déterminer le champ électrique \vec{E} créé au point O par les 3 charges. Représenter qualitativement \vec{E} .

2. En déduire la force électrostatique \vec{F} exercée sur une charge $Q' = -5Q$ placée en O.

Réponses

1) Le champ créé au pt O :

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_A(O) + \vec{E}_B(O) + \vec{E}_C(O)$$

$$\vec{E}_A(O) = \frac{kQ_A}{r_A^2} \vec{u}_A = \frac{kQ}{a^2} (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_B(O) = \frac{kQ_B}{r_B^2} \vec{u}_B = -\frac{2kQ}{a^2} (-\vec{j})$$

$$\vec{E}_C(O) = \frac{kQ_C}{r_C^2} \vec{u}_C = \frac{3kQ}{2a^2} (\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j})$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc
$$\vec{E}(O) = -\frac{kQ}{a^2} \vec{i} + \frac{2kQ}{a^2} \vec{j} + \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{kQ}{a^2} \vec{i} + \frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{kQ}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}(O) = \frac{kQ}{a^2} \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1 \right) \vec{i} + \frac{kQ}{a^2} \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} + 2 \right) \vec{j} = 476 \vec{i} + 22037 \vec{j}$$

$$* \|\vec{E}(O)\| = \frac{kQ}{a^2} \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1 \right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} + 2 \right)^2} = 22042 \text{ N/C}$$

$$* \text{Direction : } \tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{22037}{476} = 46,3 \Rightarrow \theta = 88,76^\circ$$

a) Si $Q' = -5Q$ est placée en O, elle va subir une force :

$$\vec{F}_O = Q' \vec{E}(O) = -5Q \vec{E}(O) = -(476 \vec{i} + 22037 \vec{j}) \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$\|\vec{F}_O\| = 22042 \times 10^{-8} \text{ N} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

La force $\vec{F}(O)$ est opposée à $\vec{E}(O)$ et son module est de $\|\vec{F}_O\| = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ (voir dessin).

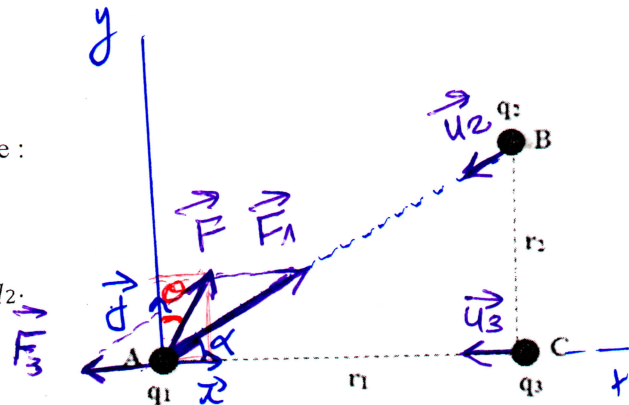
Exercice

Trois charges q_1, q_2 et q_3 sont disposées selon la figure ci-après. On donne :

$q_1 = +0.15 \text{ C}, q_2 = -5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ et $q_3 = +2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$,

$AC = 1.2 \text{ m}$ et $AB = 1.3 \text{ m}$.

1. Calculer la force résultante appliquée sur la charge q_1 .
2. Calculer le champ électrostatique créé au point C par les charges q_1 et q_2 .



Corrigé

Réponses

① La force résultante exercée sur q_1 :

$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, $r_2^2 = (AB)^2 - r_1^2 = 1,69 - 1,44 = 0,25 \Rightarrow r_2 = 0,5 \text{ m}$

* $\vec{F}_2 = \frac{k q_1 q_2}{AB^2} \vec{u}_2 = \frac{k q_1 q_2}{AB^2} (-\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) = -\frac{k q_1 q_2}{AB^2} \left(\frac{1,2}{1,3} \vec{i} + \frac{0,5}{1,3} \vec{j} \right)$

$\vec{F}_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 0,15 \times (-5 \times 10^{-4})}{(1,3)^2} \left(\frac{1,2}{1,3} \vec{i} + \frac{0,5}{1,3} \vec{j} \right) = (3,686 \vec{i} + 1,536 \vec{j}) \times 10^5 \text{ N}$

* $\vec{F}_3 = \frac{k q_1 q_3}{r_1^2} \vec{u}_3 = \frac{k q_1 q_3}{r_1^2} (-\vec{i}) = \frac{9 \times 10^9 \times 0,15 \times 2 \times 10^{-4}}{(1,2)^2} (-\vec{i}) = -1,875 \times 10^5 \vec{i}$

$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (1,811 \vec{i} + 1,536 \vec{j}) \times 10^5 \text{ N}$

$\|\vec{F}\| = 10^5 \sqrt{(1,811)^2 + (1,536)^2} = 2,37 \times 10^5 \text{ N}$

$\tan \theta = \frac{F_x}{F_y} = \frac{1,811}{1,536} = 1,179 \Rightarrow \theta = 49,70^\circ$

② Le champ créé au point C :

$\vec{E}(C) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$\vec{E}_1 = \frac{k q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = \frac{9 \times 10^9 \times (-5 \times 10^{-4})}{(1,2)^2} (\vec{i}) = \frac{15}{16} \times 10^9 \vec{i}$

$\vec{E}_2 = \frac{k q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = \frac{9}{5} \times 10^5 \vec{j}$

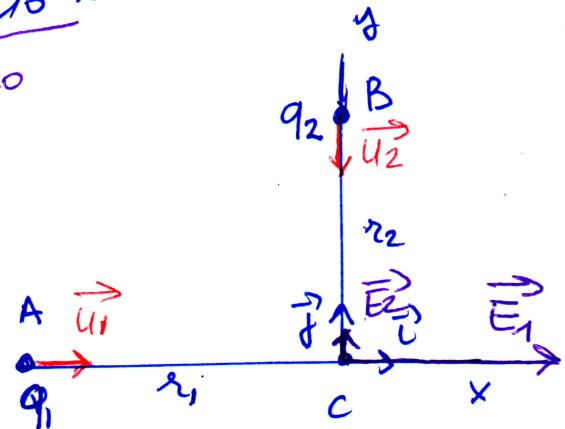
On constate que $\|\vec{E}_1\| \approx 10^4 \|\vec{E}_2\|$

$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx \vec{E}_1$

Donc $\|\vec{E}\| \approx \frac{15}{16} \times 10^9 \text{ N/C}$

et $\vec{E} = \vec{E}_1$

N.B : L'angle entre \vec{E} et (Ox) est $\theta' = 0,0062^\circ$



Exercice

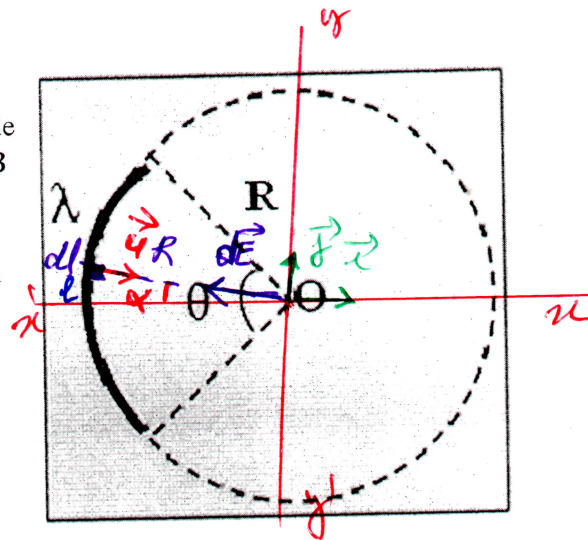
Soit une charge q répartie sur une portion d'une circonférence de centre O et de rayon $R = 2 \text{ cm}$, de densité linéique $\lambda = -10^{-9} \text{ C/m}$. On donne $\theta = \pi/3$ et l'axe $x'Ox$ représente un axe de symétrie pour cette distribution.

1- Donner l'expression du champ électrostatique élémentaire $d\vec{E}$ créé par la densité de charge élémentaire dq au centre O . Donner d'abord dq en fonction de λ , R et $d\theta$.

2- En déduire le champ \vec{E} créé par la charge q au point O .

3- Calculer le module de champ \vec{E} .

Corrigé



Réponses :

① de champ élémentaire $d\vec{E}$:

* élément de longueur : dl

* Sa charge : $dq = \lambda dl$

* le champ créé par dq au point O est : $d\vec{E}(O) = \frac{k dq}{r^2} \vec{u}$

$$d\vec{E}(O) = \frac{k \lambda dl}{R^2} \vec{u} = \frac{k \lambda dl}{R^2} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j})$$

on a aussi : $d = R \alpha \Rightarrow dl = R \cdot d\alpha$

Donc $d\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) d\alpha$

② de champ total créé par la charge q :

Pour décrire toute la distribution, on voit varier α de $-\frac{\pi}{6}$ à $+\frac{\pi}{6}$ en raison de la symétrie :

$$\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) d\alpha = \frac{k \lambda}{R} \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} (\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}) d\alpha$$

$$\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} [\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j}]_{-\pi/6}^{+\pi/6} = \frac{k \lambda}{R} \left[\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} + \frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right]$$

$$\vec{E}(O) = \frac{k \lambda}{R} \vec{i} = \frac{9 \times 10^9 (-10^{-9})}{2 \cdot 10^{-2}} = -450 \vec{i}$$

③ $\|\vec{E}\| = 450 \text{ N/C}$

