Interrogation N°1

Dimanche 17 Novembre 2024 **Durée : 15 mn**

Nom :............................**Prénoms :** Corrigé ! ....**Groupe : B1**

Exercice

La fréquence de vibration d'une goutte d'eau peut s'écrire sous la forme : $f = k\,R^{\alpha}\rho^{\beta}\tau^{\gamma}$ où k est une constante sans dimension. R est le rayon de la goutte, ρ sa masse volumique. τ est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur. Déterminer par une analyse dimensionnelle les valeurs des paramètres α, β et γ.

Réponses

Dans le système International (S.I) on a :

$[f] = T^{-1}$, $[k] = 1$, $[R] = L$, $[\rho] = ML^{-3}$

$[\tau] = MT^{-2}$

Donc, comme cette équation est homogène :

$[f] = [kR^{\alpha}\rho^{\beta}\tau^{\gamma}] = [k].[R]^{\alpha}[\rho]^{\beta}[\tau]^{\gamma}$

$\Rightarrow T^{-1} = 1\cdot(L)^{\alpha}(ML^{-3})^{\beta}(MT^{-2})^{\gamma}$

$\Rightarrow T^{-1} = M^{(\beta+\gamma)}L^{(\alpha-3\beta)}T^{(-2\gamma)}$

$\Rightarrow M^{0}L^{0}T^{-1} = M^{(\beta+\gamma)}L^{(\alpha-3\beta)}T^{-2\gamma}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta+\gamma = 0 \\ \alpha-3\beta = 0 \\ -1 = -2\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = 1/2 \\ \beta = -1/2 \\ \alpha = -3/2 \end{cases}$$

Donc $f = k\cdot R^{-3/2}\cdot\rho^{-1/2}\tau^{1/2} = k\sqrt{\dfrac{\tau}{\rho R^3}}$

$$\boxed{f = k\sqrt{\frac{\tau}{\rho R^3}}}$$

Interrogation N°1

Dimanche 17 Novembre 2024 **Durée : 15 mn**

Corrigé

Nom :..............................Prénoms :...Groupe : B3

Exercice

La masse m, l'accélération γ, la masse volumique ϱ et la quantité d'électricité Q ont été choisies comme grandeurs fondamentales.
Ecrire l'équation aux dimensions de la différence de potentiel U et de la pression P dans le système $m\gamma\rho Q$.

Réponses

Dans SI : $[m] = M$, $[\gamma] = LT^{-2}$, $[\rho] = ML^{-3}$, $[Q] = I.t$.

* $P' = UI \Rightarrow U = \frac{P'}{I} \Rightarrow [U] = ML^2T^{-3}I^{-1}$, P' : puissance

* $P = \frac{F}{S} \Rightarrow [P] = ML^{-1}T^{-2}$

On a :

$U = m^x \gamma^y \rho^z Q^\omega \Rightarrow [U] = [m]^x [\gamma]^y [\rho]^z [Q]^\omega$

$\Rightarrow ML^2T^{-3}I^{-1} = M^x (LT^{-2})^y (ML^{-3})^z (IT)^\omega$

$ML^2T^{-3}I^{-1} = M^{(x+z)} L^{(y-3z)} T^{(-2y+\omega)} I^{(\omega)}$

cette éq est homogène $\Rightarrow \begin{cases} \omega = -1 \\ x+z = 1 \\ y-3z = 2 \\ -2y+\omega = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = -1 \\ y = 1 \\ z = -1/3 \\ x = 4/3 \end{cases}$

Donc $U = m^{4/3} \gamma^1 \rho^{-1/3} Q^{-1}$

$U = \frac{\gamma}{Q} \sqrt[3]{\frac{m^4}{\rho}}$

(2) $[P] = m^{x'} \gamma^{y'} \rho^{z'} Q^{\omega'} \Rightarrow ML^{-1}T^{-2} = M^{(x'+z')} L^{(y'-3z')} T^{(-2y'+\omega')} I^{\omega'}$

$\Rightarrow \begin{cases} x'+z' = 1 \\ y'-3z' = -1 \\ -2y'+\omega' = -2 \\ \omega' = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega' = 0 \\ y' = 1 \\ z' = 2/3 \\ x' = 1/3 \end{cases}$

Donc $P = m^{1/3} \cdot \gamma^1 \cdot \rho^{2/3}$

$$\boxed{P = \gamma \sqrt[3]{m \rho^2}}$$

Interrogation N°1

Mercredi 20 Novembre 2024 CORRIGÉ **Durée : 15 mn**

Nom :................................Prénoms :....................................Groupe : B7

Exercice

Dans la base orthonormée $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les vecteurs $\vec{A}(4,3,1)$ et $\vec{B}(1,0,2)$.

1. Calculer l'angle entre $\vec{A}$ et $\vec{B}$.
2. Calculer le volume du parallélépipède construit sur la base des vecteurs $\vec{A}, \vec{B}$ et $\vec{k}$.

Réponses

$\vec{A}\begin{pmatrix}4\\3\\1\end{pmatrix}$, $\vec{B}\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$

$\|\vec{A}\| = \sqrt{16+9+1} = \sqrt{26}$ u

$\|\vec{B}\| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ u

$\vec{A}\cdot\vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|.\cos(\vec{A},\vec{B}) = 4\times1+3\times0+2\times1$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = 6 = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|\cos(\vec{A},\vec{B})$

$\cos(\vec{A},\vec{B}) = \frac{6}{\|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|} = \frac{6}{\sqrt{26\times5}} = 0,526$

$\Rightarrow (\vec{A},\vec{B}) = \arccos(0,526) = 58,26°$

2) $\vec{k}\cdot(\vec{A}\wedge\vec{B}) = \begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\4 & 3 & 1\\1 & 0 & 2\end{vmatrix} = -3$

$\Rightarrow V = |\vec{k}\cdot(\vec{A}\wedge\vec{B})| = 3\ u^3$