Interrogation N°2

Dimanche 8 décembre 2024   Durée : 30 mn

Nom :……………………….Prénoms :………………………………Groupe : B1

Exercice

Corrigé

En roulant sous la pluie à $100km/h$ sur une route plane, un conducteur remarque que les gouttes de pluie ont, vues à travers les vitres latérales de sa voiture, des trajectoires qui font un angle de 80° avec la verticale. Ayant arrêté sa voiture, il remarque que la pluie tombe en fait verticalement. Calculer la vitesse de la pluie par rapport à la voiture immobile et par rapport à la voiture se déplaçant à$100km/h$.

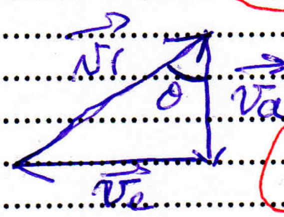
Réponses

Vitesse de la pluie par rapport au sol : V_a (0,5)

〃 〃 〃 〃 〃 〃 à la voiture : V_r (0,5)

vitesse de la voiture : $V_e = 100 km/h$. (0,5)

$\vec{V_a} = \vec{V_e} + \vec{V_r}$ (0,5)



(3)

$V_a^2 + V_e^2 = V_r^2$

$V_a^2 = V_r^2 - V_e^2$

$V_e = 100 km/h$

$tg\theta = \frac{V_e}{V_a} \Rightarrow V_a = \frac{V_e}{tg\theta} = \frac{100}{tg 80} = \frac{100}{9,00} = 1,11 km/h$

$= 0,3 m/s$ (1)

$V_r = \sqrt{V_a^2 + V_e^2} = \sqrt{(100)^2 + (1,11)^2} = 101,21 km/h$

$= 27,8 m/s$

(1)

Interrogation N°2

Corrigé

Dimanche 8 décembre 2024 **Durée : 30mn**

Nom :..............................Prénoms :...Groupe : B3

Exercice

Dans un référentiel $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, les coordonnées d'un point matériel M sont données par les fonctions du temps $x(t) = 3\,t$ et $y(t) = t(2t-1)$. Déterminer :

1. L'équation cartésienne de la trajectoire du point ML. En déduire sa nature.
2. Les composantes et les modules des vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ à l'instant t.
3. Les composantes tangentielle a_t et normale a_n de l'accélération du point M. En déduire le rayon de courbure de sa trajectoire.

Réponses

① $\begin{cases} x(t) = 3t \Rightarrow \\ y(t) = t(2t-1) \end{cases}$

① Trajectoire : $x = 3t \Rightarrow t = x/3$

$\Rightarrow \boxed{y = \frac{2x^2}{9} - \frac{x}{3}}$ 0,5 c'est 1 parabole 0,5

② vitesse : $\begin{cases} \dot{x} = 3 \\ \dot{y} = 4t - 1 \end{cases}$ 0,5 $\Rightarrow v = \sqrt{9 + (4t-1)^2}$

$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{16t^2 - 8t + 10}\ m/s}$ 1

Accélération : $\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 4 \end{cases}$ 0,5 $\Rightarrow \boxed{a = \sqrt{0 + 4^2} = 4\ m/s^2}$ 1

③ $\vec{a} = \vec{a_n} + \vec{a_t} \Rightarrow a^2 = a_n^2 + a_t^2$ 0,5

$* \ a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(16t^2 - 8t + 10)^{1/2} = \boxed{\frac{16t - 4}{\sqrt{16t^2 - 8t + 10}} = a_t}$ 1

$* \ a_n^2 = a^2 - a_t^2 = 16 - \frac{(16t-4)^2}{16t^2 - 8t + 10} = \frac{144}{16t^2 - 8t + 10}$

$\boxed{\Rightarrow a_n = \frac{12}{\sqrt{16t^2 - 8t + 10}}}$ 1

$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{16t^2 - 8t + 10}{12(16t^2 - 8t + 10)^{1/2}} = \boxed{\frac{1}{12}\left(16t^2 - 8t + 10\right)^{3/2}}$ 1

Interrogation N°2

Corrigé

Dimanche 8 décembre 2024 Durée : 30 mn

Nom :..............................Prénoms :.......................................Groupe : B1

Exercice

On donne les équations paramétriques de la trajectoire plane d'un point mobile par rapport à un référentiel : $\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4t^2 - 4 \end{cases}$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?
2. Calculer la vitesse et l'accélération du mobile.
3. Calculer les accélérations tangentielle et normale. Quel est le rayon de courbure de la trajectoire ?

Réponses

1) $x = 2t \Rightarrow t = x/2 \Rightarrow y = 4\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 4$

$\Rightarrow \boxed{y = x^2 - 4}$ (c'est une parabole) 1

2) vitesse : $\dot{x} = 2$, $\dot{y} = 8t \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{4 + 64t^2}}$ 0,5

accélération : $\ddot{x} = 0$, $\ddot{y} = 8 \Rightarrow \boxed{a = 8\,m/s^2 = cte}$ 0,5

3) $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \times 2 \times 64t\,(4 + 64t^2)^{-1/2} = \boxed{\frac{64t}{\sqrt{4 + 64t^2}}} = a_t$ 1

$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n^2 = a^2 - a_t^2 = 64 - \frac{(64t)^2}{(4 + 64t^2)}$

$a_n^2 = \frac{256 - 63t^2}{(4 + 64t^2)} \Rightarrow \boxed{a_n = \sqrt{\frac{256 - 63t^2}{4 + 64t^2}}}$ 1

$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_n}$

$= \frac{4 + 64t^2}{\sqrt{256 - 63t^2}} \times \sqrt{4 + 64t^2}$

$\Rightarrow \boxed{R = \frac{(4 + 64t^2)^{3/2}}{\sqrt{256 - 63t^2}}}$ 1,5

Interrogation N°2

Mercredi 11 décembre 2024 Durée : 30 mn

Corrigé

Nom :...............................Prénoms :......................................Groupe : B

Exercice

L'abscisse curviligne d'un point matériel décrivant un cercle de rayon R est :

$$s(t) = 12at^2 + bt, \; a \text{ et } b \text{ étant des constantes.}$$

1. Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération.
2. Quel est l'angle θ balayé par le point matériel au cours du temps sachant qu'à $t = 0, \theta = 0$.

Réponses

1) $s(t) = 12at^2 + bt$

$v = \frac{ds}{dt} = 24at + b$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 24a = cte \; (m/s^2)$ 2

$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(24at+b)^2}{R}$ 2

2) $\theta(t) = s(t)/R = \frac{12a}{R}t^2 + \frac{b}{R}t + cte$

à $t=0$, $\theta(0)=0 \Rightarrow \theta(t) = \frac{12a}{R}t^2 + \frac{b}{R}t + cte = 0$

$\Rightarrow cte = 0$

Donc $\boxed{\theta(t) = \frac{12a}{R}t^2 + \frac{b}{R}t}$ 3,5

Interrogation N°2

Corrigé

Dimanche 8 décembre 2024 Durée : 30 mn

Nom :……………………….Prénoms :………………………………Groupe : B3

Exercice

Un insecte vole sur une trajectoire en spirale telle que ses coordonnées polaires au temps t soient données par : $\rho(t) = be^{2wt}$; $\theta(t) = wt$ où b et w ont des constantes positives. Dans la base des coordonnées polaires $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$, déterminer composantes des vecteurs position $\vec{r}(t)$, vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ à l'instant t.

Réponses

$$\begin{cases} \rho(t) = be^{2\omega t} \\ \theta(t) = \omega \cdot t \end{cases} \qquad b = cte > 0,\ \omega = cte > 0$$

1) $\vec{r} = \vec{OM}(t) = \rho(t)\,\vec{e_\rho} = be^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} \Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = be^{2\omega t}\,\vec{e_\rho}}$ 1,5

2) $\vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}(t)}{dt} = 2b\omega e^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} + be^{2\omega t}\dfrac{d\vec{e_\rho}}{dt}$

$= 2b\omega e^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} + be^{2\omega t}\dfrac{d\vec{e_\rho}}{d\theta}\cdot\dfrac{d\theta}{dt}$

$= 2b\omega e^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} + be^{2\omega t}(\vec{e_\theta})\cdot\omega$

$\boxed{\vec{v}(t) = b\omega e^{2\omega t}(2\vec{e_\rho} + \vec{e_\theta})}$ 2,5

3) $\vec{a}(t) = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = 4b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} + 2b\omega e^{2\omega t}\dfrac{d\vec{e_\rho}}{dt} + 2b\omega e^{2\omega t}\,\vec{e_\theta} + b\omega e^{2\omega t}\dfrac{d\vec{e_\theta}}{dt}$

$\vec{a}(t) = 4b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} + 2b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\theta} + 2b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\theta} + b\omega^2 e^{2\omega t}(-\vec{e_\rho})$

$\vec{a}(t) = (4b\omega^2 e^{2\omega t} - b\omega^2 e^{2\omega t})\,\vec{e_\rho} + 4b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\theta}$

$\vec{a}(t) = 3b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\rho} + 4b\omega^2 e^{2\omega t}\,\vec{e_\theta}$

$= b\omega^2 e^{2\omega t}(3\vec{e_\rho} + 4\vec{e_\theta})$

$\boxed{\vec{a}(t) = \omega^2\rho(3\vec{e_\rho} + 4\vec{e_\theta})}$ 3,5

Interrogation N°2

Corrigé

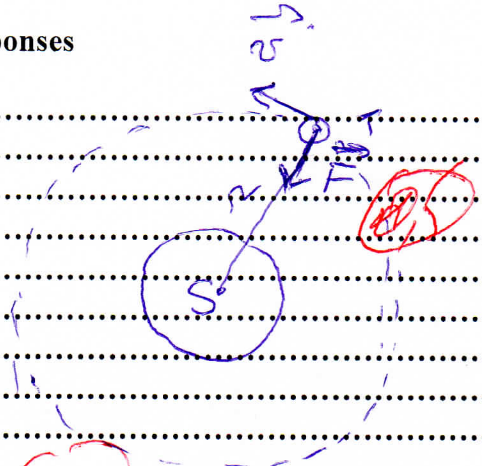
Mercredi 11 décembre 2024 Durée : 30 mn

Nom :..............................Prénoms :....................................Groupe : B7

Exercice

La trajectoire de la terre autour du soleil est à peu près un cercle de rayon r=149500000 km. Sachant que la terre met une année pour effectuer une révolution (un tour), calculez la masse du soleil. On donne $G = 6.67\ 10^{-11}\ SI$, une année = 365 jours.

Réponses



$r = 149500000$ km.

T = 1 année = 365 Jours.

$G = 6{,}67\ 10^{-11}$ SI.

$F = G.\dfrac{M_S.M_T}{r^2}$ 1

Le PFD : $\sum \vec{F}_{ex} = m_T \vec{a}$ 1

$\Rightarrow \vec{F} = M_T.\vec{a} \Rightarrow G.\dfrac{M_S.M_T}{r^2} = M_T.a_n = M_T.\dfrac{v^2}{r}$ 1

$\Rightarrow M_S G = r.v^2$ or $v = \dfrac{2\pi r}{T}$ 1

$\Rightarrow M_S.G = r\left(\dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2}\right) = \dfrac{4\pi^2 r^3}{T^2}$ 1

$\Rightarrow M_S = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G.T^2} = \dfrac{4\times 10.(1{,}495.10^{11}\ m)^3}{6{,}67\,10^{-11}\ (365\times 24\times 3600)^2}$

$\boxed{M_S = 2.10^{30}\ kg}$ 2

Interrogation N°2

CORRIGÉ

Mercredi 11 décembre 2024 Durée : 30 mn

Nom :............................Prénoms :...................................Groupe : B7

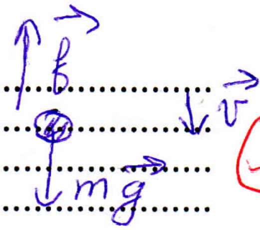
Exercice

Un flocon de neige assimilé à un point matériel de masse m, tombe verticalement sans vitesse initiale. Il est soumis à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse v, de la forme : $\vec{f} = -km\vec{v}$, où k est une constante positive.

1. Ecrire et représenter les différentes forces agissant sur le flocon.
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique.
3. En projetant cette équation vectorielle selon l'axe de chute, établir l'équation du mouvement du flocon.

Réponses

(1) Les forces :



1

$\vec{P} = m\vec{g}$ = poids 01

$\vec{f} = -km\vec{v}$ = force de frottement 01

(2) Le PFD : $\sum \vec{F}_{ex} = m\vec{a}$ 1

$\Rightarrow m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{a}$ 1

$\Rightarrow m\vec{g} - km\vec{v} = m\vec{a}$

(3) Les projections sur (OY) :

$-mg + kmv = -ma$ 1

$\Rightarrow -g + kv = -a$ 2

$\Rightarrow kv = g - a \Rightarrow \boxed{a = g - kv}$