

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

وزارة التعليم العالي  
و البحث العلمي

Université Abderrahmane Mira  
Béjaïa



جامعة عبد الرحمان ميرة  
بجاية

## Faculté de Technologie Département Génie Electrique

### UEM 214 : Travaux Pratiques en Vibration & Ondes (TP VO)

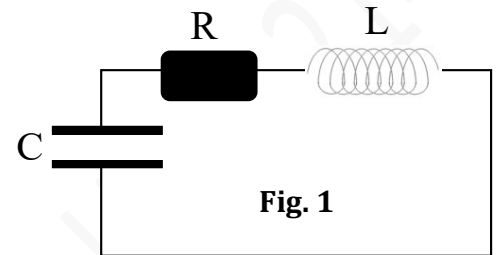
- TP N° 1 :** Circuit électrique *RLC* en régime libre
- TP N° 2 :** Circuit électrique *RLC* en régime forcé
- TP N° 3 :** Composition de deux signaux électriques de directions perpendiculaires et de pulsations multiples ; Figures de *Lissajous*
- TP N° 4 :** Vibration de Torsion

Année Universitaire 2024/2025

# TP N° 1 : Circuit électrique RLC en régime libre

## I. But de la manipulation

1. Etude des oscillations électriques dans un circuit comprenant une résistance  $R$ , une bobine  $L$  et un condensateur  $C$  en régime libre.
2. Etude de la variation du  $V_C(t)$  en régime pseudopériodique.
3. Observation de l'influence de  $R$ ,  $L$  et  $C$  sur la pseudopériode.



## II. Théorie

Dans un circuit électrique constitué d'un condensateur de capacité  $C$  et de charge  $q$ , d'une résistance  $R$  et d'une bobine d'inductance  $L$  (Fig. 1), la loi des mailles s'écrit :

$$\frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} - Ri = 0 \quad (1)$$

$i$  est l'intensité du courant :

$$i = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d(CV_C)}{dt} \quad (2)$$

$V_C$  est la tension aux bornes du condensateur :

$$V_C = \frac{q}{C} \quad (3)$$

En remplaçant ( $i$ ) par  $\left[-\frac{d(CV_C)}{dt}\right]$  dans l'équation 1 on obtient :

$$V_C + LC \frac{d^2V_C}{dt^2} + RC \frac{dV_C}{dt} = 0 \quad (4)$$

On écrit l'équation 4 sous la forme canonique (Eq. 5 : d):

$$\frac{d^2V_C}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{dV_C}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right) V_C = 0 \quad (5a)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{V} + \frac{R}{L} \dot{V} + \frac{1}{LC} V = 0 \quad (5b)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{V} + 2\lambda \dot{V} + \omega_0^2 V = 0 \quad (5c)$$

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right) \frac{dV_C}{dt} + \omega_0^2 V_C = 0 \quad (5d)$$

Le comportement d'un circuit du deuxième ordre est complètement régi par les deux paramètres de sa forme canonique : sa pulsation propre  $\omega_0$  et son facteur de qualité  $Q$ .

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad (\text{Pulsation propre, d'où la période propre } T_0 = 2\pi/\omega_0) \quad (6a)$$

$$\lambda = \frac{R}{2L} \quad (\text{Coefficient de frottement}) \quad (6b)$$

$$\boxed{Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (\text{Facteur de qualité}) \quad (6c)$$

L'équation 5 est une équation différentielle d'ordre II homogène (sans second membre : *ESSM*), sa solution dépend du signe du discriminant  $\Delta$ , chaque solution correspond à un régime vibratoire :

$$\Delta = (RC)^2 - 4LC$$

a) Si  $\Delta < 0 \Rightarrow R < 2(L/C)^{1/2} \Rightarrow$  Régime pseudopériodique ( $Q > 1/2$ ) et la solution est de type :

$$\boxed{V_C = V_{C_0} e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega_a t + \varphi)} \quad (7)$$

Les constantes  $V_{C_0}$  et  $\varphi$  sont respectivement la tension et la phase initiale, et la pulsation amortie  $\omega_a$  :

$$\omega_a = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad \text{d'où la pseudopériode } T_a = 2\pi / \omega_a = 2\pi / (\omega_0^2 - \lambda^2)^{1/2} \quad \text{et le facteur d'amortissement}$$

$$\lambda = \frac{R}{2L} \quad \text{qui dépend de la valeur de R, plus la résistance augmente et plus le mouvement est amorti (Fig. 2).}$$

On remarque de l'équation 7 que l'amplitude décroît exponentiellement avec un temps caractéristique  $\tau$  :

On appelle décrément logarithmique la quantité  $\delta$  :

$$\boxed{\delta = Ln \frac{V_C(t)}{V_C(t+T_a)} = \lambda T_a = \frac{T_a}{\tau}} \quad (8)$$

C'est un paramètre qui constitue un moyen rapide d'accéder au temps caractéristique  $\tau$  de la décroissance, sa mesure est simple expérimentalement, par exemple en délimitant les maximums d'oscillation de  $V_C(t)$ .

b) Si  $\Delta > 0 \Rightarrow R > 2(L/C)^{1/2}$  : le régime est aperiodique fortement amorti (Fig. 2), la solution est de type (Eq. 9):

$$V_C = C_1 e^{\left(-\frac{R}{2L} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2LC}\right)t} + C_2 e^{\left(-\frac{R}{2L} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2LC}\right)t} \quad (9a)$$

$$V_C = e^{-\frac{R}{2L}t} \left[ C_1 e^{\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2LC}\right)t} + C_2 e^{\left(-\frac{\sqrt{\Delta}}{2LC}\right)t} \right] \quad (9b)$$

Où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes quelconques.

c) Si  $\Delta=0 \Rightarrow R=2(L/C)^{1/2}$  : le régime est critique (Fig. 2) et la solution est de type :

$$V_C = e^{-\frac{R}{2L}t} [C_3 + C_4 t] \quad (10)$$

Où  $C_3$  et  $C_4$  sont des constantes d'intégration.

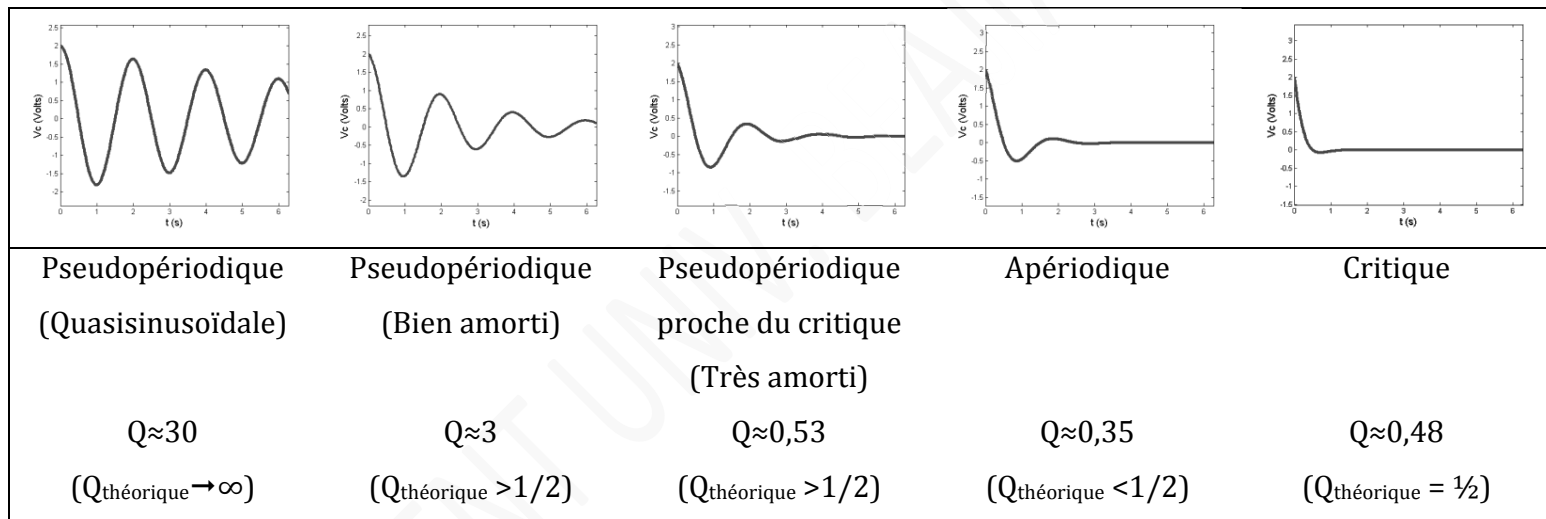
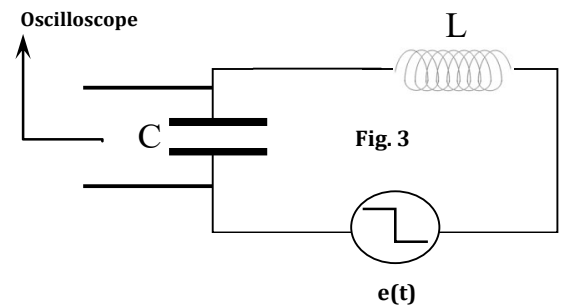


Fig. 2

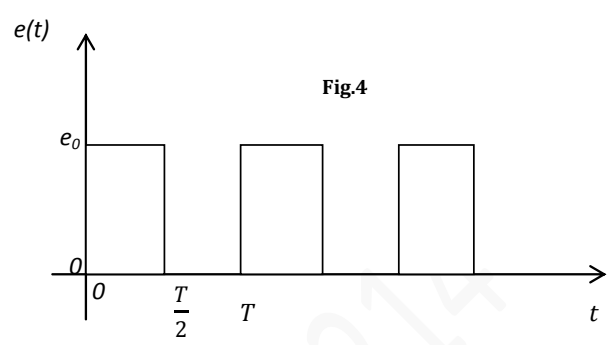
### III. Manipulation

Réalisez le montage suivant (Fig. 3).

Le générateur de tension électrique  $e(t)$  sert à charger le condensateur. On prendra un générateur qui délivre une tension de la forme carrée (Fig. 4).



Pendant la demi-période où  $e(t) = e_0$ , le condensateur se charge et pendant l'autre demi-période il se décharge à travers la bobine de résistance  $R_L$ , la résistance intérieure du générateur  $R_G$  et la résistance des fils de connections  $R_F$ . La résistance totale du circuit est égale à  $R_{tot.} = R_L + R_G + R_F + R_V$  où  $R_V$  est la résistance de perte du condensateur.



**Etude du régime pseudopériodique ( $f_0 = 50 \text{ Hz}$ ,  $V_{ms} = 6 \text{ V}$ ,  $C = 100 \text{ nF}$ ,  $L = 2 \text{ H}$ )**

1. Visualisez sur l'oscilloscope la variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps, remplissez le Tableau 1. Déterminez la pseudopériode  $T_a$ .
2. Tracez la courbe  $V_C(t)$ .
3. Comparez  $T_a$  à la période propre  $T_0$  (Eq. 6a) du circuit et concluez.

**Tableau 1.** Valeurs maximales de  $V_{Ci}(t)$

<b><math>V_{Ci} [\text{Volts}]</math></b>	.....	.....	.....	.....	.....
<b><math>T_a [\text{s}]</math></b>	.....				

4. Déterminez à partir de cette courbe le décrétement logarithmique  $\delta$  et la résistance totale  $R_{tot.}$  du circuit et remplissez le Tableau 2.

**Tableau 2.** Décrétement logarithmique et résistance totale

<b><math>\delta_i [/]</math></b>	.....	.....	.....	.....
<b><math>\delta_{moy} [/]</math></b>	.....			
<b><math>\Delta\delta_i [/]</math></b>	.....	.....	.....	.....
<b><math>\Delta\delta_{moy.} [/]</math></b>	.....			
<b><math>R_{tot.} [\Omega]</math></b>	.....			

5. La valeur de la résistance du conducteur ohmique influe t-elle sur la pseudo-période des oscillations électriques ? si oui, dire comment en s'appuyant sur la théorie ? expliquez.

6. Pour  $C = 100 \text{ nF}$ , faites varier  $L$  selon le Tableau 3 et notez les valeurs de la pseudopériode  $T_a$ .

7. Concluez : y a-t-il accord avec la théorie ? expliquez.

**Tableau 3.** Influence de  $L$

$L$ (H)	2	3	4	5	6
$T_a$ [s]	.....	.....	.....	.....	.....

8. Pour  $L = 2$  H, faites varier la capacité  $C$  du condensateur selon le Tableau 4 et notez les valeurs de la pseudopériode  $T_a$ .

9. Concluez : y a-t-il accord avec la théorie ? Expliquez.

**Tableau 4.** Influence de  $C$

$C$ [nF]	100	200	300	400	500
$T_a$ [s]	.....	.....	.....	.....	.....

**Etude du régime critique**

Ajoutez une résistance variable en série avec L et C :

1. Pour  $C = 100$  nF et  $L = 2$  H, trouvez le régime critique.
2. Notez la résistance critique  $R_C$ , calculez le facteur de qualité  $Q$ .
3. Comparez-le avec celui attendu théoriquement.
4. Calculez-le en utilisant le fait que, pour le régime critique : à  $t = 1/\lambda$  on a :  $V_C = 2 V_{C0} e^{-1}$

Avec  $V_{C0}$  est la tension initiale aux bornes du condensateur.

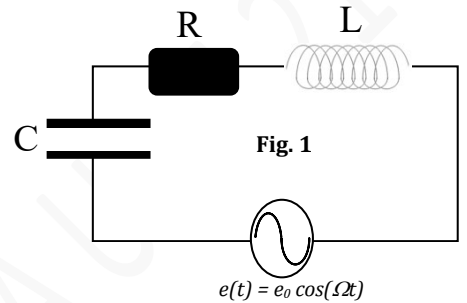
# TP N° 2 : Circuit électrique RLC en régime forcé

## I. But de la manipulation

1. Etudier les oscillations électriques dans un circuit comprenant une bobine, une résistance et un condensateur en régime forcé.
2. Tracer la courbe de résonance et déterminer le coefficient de qualité du circuit en régime forcé.

## II. Théorie

Si la capacité  $C$ , la bobine  $L$  et la résistance  $R$  sont montées en série dans un circuit électrique alimenté par une source de tension alternative  $e(t) = e_0 \cos(\Omega t)$  (Fig. 1), la loi des mailles s'écrit :



$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + Ri = e(t) \quad (1)$$

Où  $q$  est la charge du condensateur et  $i$  l'intensité du courant dans le circuit

$$i = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d(CV_C)}{dt} \quad (2)$$

En remplaçant  $i$  dans l'équation 1 par son expression, on obtient :

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{dV_C}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right) V_C = \frac{e_0}{LC} \cos(\Omega t) \quad (3a)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{V} + \frac{R}{L} \dot{V} + \frac{1}{LC} V = \frac{e_0}{LC} \cos(\Omega t) \quad (3b)$$

L'équation 3 est une équation différentielle d'ordre II non-homogène (avec second membre :  $EASM$ ), sa solution générale est égale à la somme de la solution homogène de l'équation sans second membre et de la solution particulière de l'équation avec second membre. La solution de l'équation homogène (transitoire) s'annule après un certain temps, il ne reste que la solution particulière (permanente) de la forme :

$$V_C = V_{C_0} \cos(\Omega t + \varphi) \quad (4)$$

Avec :

$$\text{L'amplitude est : } V_{C_0} = \frac{e_0}{\sqrt{(RC\Omega)^2 + (1-LC\Omega^2)^2}} \quad (5)$$

$$\text{et le déphasage est : } \varnothing = - \tan^{-1} \left( \frac{RC\Omega}{1-LC\Omega^2} \right) \quad (6)$$

En dérivant l'équation 5 par rapport à  $\Omega$  on constate que  $V_{C_0}$  est maximale (cas de la résonance) pour :

$$\Omega_r = \sqrt{\frac{-R^2C^2+2LC}{2L^2C^2}} \quad (7)$$

Le facteur de qualité du circuit, appelé aussi coefficient de surtension est défini comme suit :

$$Q = \frac{\text{Energie consommée}}{\text{Energie fourni}} = \frac{V_{C_0}}{e_0} \Big|_{r\acute{e}s.} = \frac{(V_{C_0})_{max}}{e_0} \quad (8)$$

Si  $R^2C^2$  est très petit devant  $LC$  :

$$\Omega_r \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0; \quad (9a)$$

et le maximum de  $(V_{C_0})_{max}$  est donné avec une bonne estimation par :

$$(V_{C_0})_{max} = \frac{e_0 \sqrt{\frac{L}{C}}}{RC} = \frac{L\omega_0}{R} e_0 \quad (9b)$$

On appelle bande passante la bande de fréquences dans laquelle  $V_{C_0} \geq \frac{(V_{C_0})_{max}}{\sqrt{2}}$ . Si les pulsations

limites pour lesquelles on a  $V_{C_0} = \frac{(V_{C_0})_{max}}{\sqrt{2}}$  sont  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , la bande passante  $B$  est définie par :

$B = \omega_2 - \omega_1$ ;  $\omega_1$  et  $\omega_2$  étant les pulsations de coupure

Si  $R^2C^2$  est très petit devant  $LC$  : on peut démontrer à partir de l'équation 3 que  $B$  est approximativement égale à  $R/L$  et donc  $Q$  égale à :

$$Q = \frac{\omega_0}{2\lambda} \quad (10a)$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{\omega_0}{B} = \frac{2\pi f_0}{B} \quad (10b)$$

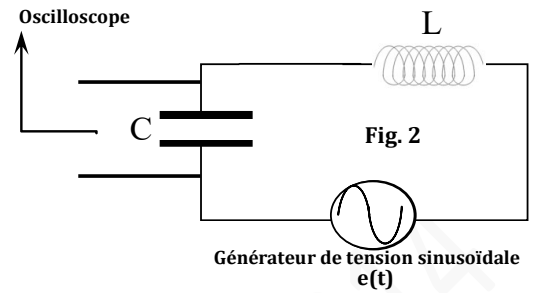
Avec  $f_0$  est la fréquence propre du circuit est égale à la fréquence de résonance.



### III. Manipulation

Réaliser le montage suivant (Fig. 2).

Relever les valeurs de l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur  $V_{C0}$  en fonction de la fréquence d'excitation  $f_{exc}$  et mettre les résultats dans le Tableau 1.



$f_{exc}$ (Hz)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$\omega_{exc}$ (.....)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$V_{C_0}$ (Volt)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

1. Tracer  $V_{C_0}$  en fonction de la pulsation  $\omega_{exc}$ .
2. Déterminer la fréquence de résonance à partir de la pulsation  $\Omega_{rés.}$  déterminée graphiquement.
3. Déterminer à partir de la courbe de résonance le coefficient de qualité  $Q_{exp.}$  du circuit oscillant.
4. Peut-on déduire la valeur de la résistance  $R$  du circuit expérimentalement? Si oui la donner.
5. Comparer la valeur déterminée à celle donnée par l'équation 10 ( $Q_{théo.} = \frac{\omega_0}{2\lambda} \frac{1}{\frac{R}{L}}$ ).
6. Relever le déphasage  $\phi_{exp.}$  entre la tension excitatrice et la tension aux bornes du condensateur  $V_C(t)$  à la résonance ( $\phi_{exp.} = 2\pi f_{rés.} \Delta t$ ). Comparez avec la valeur calculée théoriquement selon

l'équation 6  $\left[ \phi_{théo.} = - \tan^{-1} \left( \frac{RC\Omega_{rés.}}{1-LC\Omega_{rés.}^2} \right) \right]$

# TP N° 3 : Composition de deux signaux électriques de directions perpendiculaires et de pulsations multiples ; Figures de Lissajous

## I. But de la manipulation

1. Visualiser une oscillation électrique sur un oscilloscope
2. Déterminer l'amplitude et la fréquence d'un signal électrique
3. Visualiser les figures de Lissajous
4. Déterminer la fréquence inconnue d'un signal électrique à l'aide des figures de Lissajous

## II. Théorie

La courbe de *Lissajous* est décrite par un point dont le mouvement résulte de la composition de deux mouvements sinusoïdaux perpendiculaires l'un à l'autre. Ces courbes permettent l'étude visuelle directe sur un écran de mouvements vibratoires et notamment la comparaison des sons donnés par 2 instruments. Soit un point matériel dont le mouvement dans le plan  $Oxy$  est composé de deux mouvements harmoniques de même pulsation  $w$  et de directions perpendiculaires  $Ox$  et  $Oy$  de la forme :

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (1)$$

$$y(t) = B \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2)$$

On suppose que les deux mouvements sont déphasés de  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , l'équation 2 devient :

$$\frac{y}{B} = \cos(\omega t + \varphi_1 + \varphi) = \cos(\omega t + \varphi_1)\cos(\varphi) + \sin(\omega t + \varphi_1)\sin(\varphi) \quad (3)$$

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cos(\varphi) - \sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2\right]} \sin(\varphi) \quad (4)$$

Elevons l'équation 4 au carré et retranchons, on obtient :

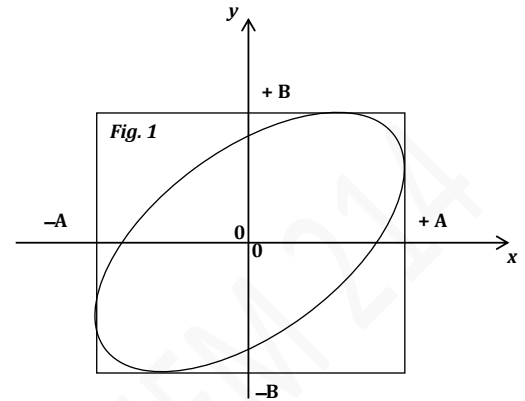
$$\left[\left(\frac{y}{B}\right) - \left(\frac{x}{A}\right) \cos\varphi\right]^2 = \left[\sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2\right]}\right]^2 \sin^2\varphi \quad (5)$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 \cos^2\varphi - 2\left(\frac{y}{B}\right)\left(\frac{x}{A}\right) \cos\varphi = \sin^2\varphi - \left(\frac{x}{A}\right)^2 \sin^2\varphi \quad (6)$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 \cos^2\varphi - 2\left(\frac{y}{B}\right)\left(\frac{x}{A}\right) \cos\varphi = \sin^2\varphi - \left(\frac{x}{A}\right)^2 \sin^2\varphi \quad (7)$$

$$\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{B}\right)\left(\frac{x}{A}\right)\cos\varphi = \sin^2\varphi \quad (8)$$

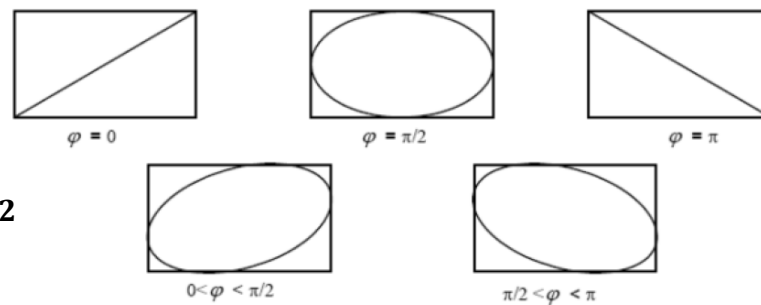
L'équation 8 est une ellipse puisque  $\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi} \geq 0$ , centrée sur l'origine des axes  $(0,0)$  et inscrite dans le rectangle de côtés  $2A$  et  $2B$ . La trajectoire du point est donc une ellipse (Fig. 1).



1. Si la différence de phase  $\varphi = (2k\pi)$  ou  $(2k+1)\pi$ ; avec  $k$  un nombre entier ; la trajectoire est une droite.
2. Si  $\varphi = (2k+1)(\pi/2)$  la trajectoire est une ellipse qui a pour axes  $Ox$  et  $Oy$ .
3. Si  $\varphi = (2k+1)(\pi/2)$  et de plus  $A=B=R$  la trajectoire est un cercle de rayon  $R$ .

### III. Figures de Lissajous

1. Si les pulsations des vibrations mutuellement perpendiculaires sont différentes et égales à  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , les trajectoires du point oscillant ont une forme très complexe. Ces trajectoires ont été appelées figures ou courbes de *Lissajous*.
2. Si le rapport des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  est un nombre rationnel (nombre entier, ou réel avec un développement décimal périodique), la trajectoire du point est fermée et le mouvement est périodique (Fig. 2).

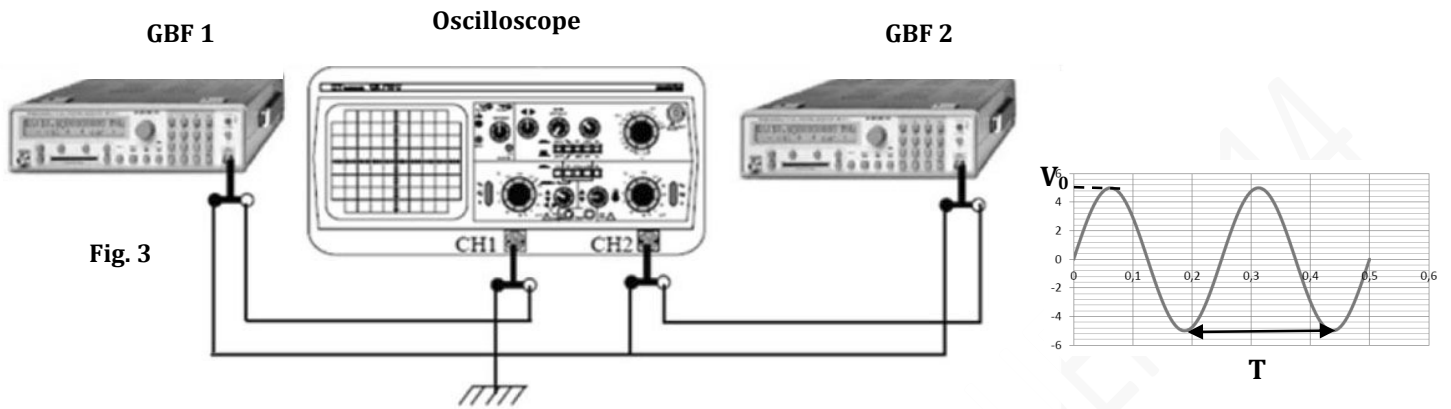


**Fig. 2**

L'aspect des courbes de Lissajous dépend de  $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ ,  $\frac{A}{B}$  et de  $\varphi$ . La courbe est inscrite dans un rectangle de côtés  $2A$  et  $2B$ . L'oscilloscope permet de visualiser très facilement les figures de *Lissajous* en envoyant sur les entrées  $X$  et  $Y$  de l'appareil des tensions électriques sinusoïdales de pulsations différentes.

## IV. Manipulation

Le montage utilisé est le suivant (Fig. 3) :



1. Visualiser et tracer les deux tensions alternatives (représenter les deux signaux graphiquement)

$$V_{x0} = \dots\dots\dots, V_{y0} = \dots\dots\dots$$

$$T_x = \dots\dots\dots, T_y = \dots\dots\dots$$

2. Déterminez les fréquences des générateurs :

$$f_x = \dots\dots\dots, f_y = \dots\dots\dots$$

3. Mesurer les fréquences inconnues à l'aide des courbes de Lissajous : pour cela appliquer aux plaques de déviation verticales de l'oscilloscope la tension alternative du générateur de basse fréquence GBF 2 (générateur délivrant un signal de fréquence inconnue et variable  $f_y$ ) et aux plaques de déviation horizontales une tension de fréquence fixe  $f_x = \dots\dots\dots \text{ Hz}$  délivrée par le GBF 1.

- a. Faites varier la fréquence  $f_y$  du générateur et observer les figures de Lissajous sur l'oscilloscope.
- b. Déterminer pour les figures de Lissajous ci-dessous, la fréquence  $f_y$  inconnue du signal délivré par le générateur 2 (4 figures au minimum).

c. Vérifier que le rapport des fréquences et le rapport des nombres  $n_x$  et  $n_y$ , des points de contact de la courbe avec les côtés parallèle à  $Ox$  et  $Oy$ , respectivement, du rectangle dans lequel elle est inscrite est

tel que  $n_x/n_y = f_y/f_x$ .

Remplir le tableau suivant :

Figure	$n_x$	$n_y$	$f_y$ [Hz]	$n_x/n_y$	$f_y/f_x$
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....

## TP N° 4 : Vibration de Torsion

### I. But de la manipulation

1. Détermination du module de torsion en mesure statique
2. Détermination du moment d'inertie à partir de la période des oscillations en mesure dynamique
3. Détermination de la durée de l'oscillation en fonction de la longueur et de l'épaisseur de la barre en mesure statique dans la gamme élastique

### II. Théorie

La relation entre le moment cinétique  $L$  et le moment du couple  $M$  d'un corps rigide dans un système de coordonnées au repos, en prenant le centre de gravité comme origine des coordonnées est :

$$M = \frac{dL}{dt} \quad (1)$$

Le moment cinétique s'exprime en fonction de la vitesse angulaire et du moment d'inertie :

$$L = I\omega \quad (2)$$

Dans le cas présent,  $\omega$  est dirigée suivant l'axe ( $Oz$ ) de sorte que  $L$  n'a qu'une seule composante :

$$L_z = I_z\omega \quad (3)$$

$I_z$  étant la composante suivant l'axe des  $z$  du moment d'inertie. L'équation 1 devient dans ce cas :

$$M_z = I_z \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

Le moment du couple s'exprime dans le domaine élastique par :

$$M_z = -C\theta \quad (5)$$

Où  $C$  est la constante de torsion du fil (tige ou barre) et  $\theta$  est l'angle de rotation.

Sachant que  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ , l'équation du mouvement, s'écrit :

$$\text{(Eq. 4)} \Leftrightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{C}{I_z}\theta = 0 \quad (6a)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0 \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{C}{I_z} \quad (6b)$$

$$\text{D'où la période des oscillations : } T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{C}} \quad (7)$$

$$\text{La constante de torsion du fil (tige ou barre) est donnée par la relation : } C = \frac{\pi}{32} \frac{Ge^4}{\ell} \quad (8)$$

Avec :  $\ell$  est la longueur du fil (tige ou barre),  $e$  est son l'épaisseur,  $G$  est le module de Coulomb.

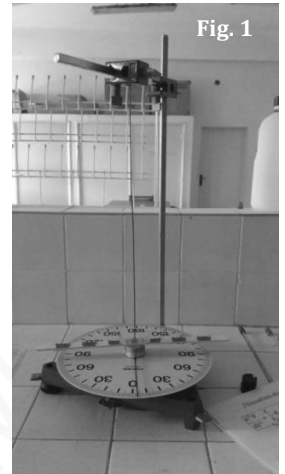


Fig. 1

### III Manipulation

Il faut veiller à ce que les barres de torsion soient positionnées verticalement sur la poutre. On conseille d'utiliser pour la première partie du TP une barre d'acier de  $\ell = 0,5 \text{ m}$  et de  $e = 0,002 \text{ m}$  qui possède une grande plage élastique. Pour la détermination du moment d'inertie de la barre avec les masses, disposées symétriquement (durée de vibration plus longue), on choisira également de préférence la barre d'acier. Les barres ne doivent pas subir d'oscillations extrêmes pour éviter un déplacement du point zéro (limite de fluage).

#### III. 1 Détermination du module de torsion d'une barre

Réaliser le montage comme il est indiqué sur la Figure 1, en utilisant une barre d'acier. Vérifier que la barre est bien placée verticalement. Vérifier la position d'équilibre (position de l'aiguille au zéro). A l'aide d'un dynamomètre placée perpendiculaire à la tige, à une distance  $d$  de l'axe principale de rotation, écarter celle-ci d'un angle  $\theta$  ne dépassant pas  $30^\circ$  pour ne pas atteindre la limite d'élasticité du matériau.

- a. Faire les mesures pour plusieurs distance  $d$  et remplir le Tableau 1 ;  $F(N)$  est la force en Newton qu'il faut exercer pour tordre la tige de  $\theta$ .

**Tableau 1.** Détermination de la Constante de torsion  $C$

$d \text{ (m)}$	$F \text{ (N)}$	$ M_z  = F d \text{ (Nm)}$	$C = \frac{ M_z }{\theta} [\dots\dots\dots]$	$C_{\text{moy.}} [\dots\dots\dots]$
.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	
.....	.....	.....	.....	
.....	.....	.....	.....	

- b. Déduire le module de Colomb  $G$  du métal en précisant l'unité :

$$G = \dots\dots\dots [\dots\dots\dots]$$

#### III. 2 Détermination du moment d'inertie d'une barre

Utilisez la barre d'acier. Placez des masses égales sur le plateau, symétriquement, à une distance  $d$  de l'axe de rotation. Tordez la tige d'un angle  $\theta$  (ne dépassant pas  $30^\circ$ ) et mesurez la durée de quatre oscillations. A l'aide de l'équation 7 calculez le moment d'inertie de la tige avec les masses. Faites les

mesures pour quatre valeurs de  $d$  différentes et pour chacune d'entre elles faites les mesures pour quatre angles différents. Mettez les résultats dans le Tableau 2.

**Tableau 2.** Calcul de  $I_Z$

$\theta$ (rad)	.....			.....			.....		
$d$ (m)	.....			.....			.....		
$T$ (s)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$T_{moy.}$ (s)	.....			.....			.....		
$I_Z$ (Nm)	.....			.....			.....		

- Tracez le graphe  $I_Z = f(d^2)$ , Commentez.
- Déterminez à partir du graphe le moment d'inertie de la tige  $I_0$ .

### III. 3 Etude de la période d'oscillations de torsion en fonction de la longueur de la barre $\ell$

Utilisez des barres d'aluminium de mêmes épaisseurs  $e$  et de différentes longueurs  $\ell$  et mesurez leurs périodes d'oscillations. Mettez les résultats dans le Tableau 3.

**Tableau 3.** Influence de  $\ell$

$\ell$ (m)	.....			.....			.....		
$T$ (s)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$T_{moy.}$ (s)	.....			.....			.....		
$\Delta T$ (s)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$\Delta T_{moy.}$ (s)	.....			.....			.....		

- Tracez les courbes :  $T = f(\ell)$ , Commentez.



### III. 4 Etude de la période d'oscillations de torsion en fonction de l'épaisseur de la barre $e$

Utilisez des barres en aluminium de mêmes longueurs  $l$  mais de différentes épaisseurs  $e$  et mesurez leurs périodes d'oscillations. Mettez les résultats dans le Tableau 4.

**Tableau 4.** Influence de  $e$

$e$ (m)	.....			.....			.....		
$T$ (s)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$T_{moy.}$ (s)	.....			.....			.....		
$\Delta T$ (s)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$\Delta T_{moy.}$ (s)	.....			.....			.....		

- Tracer les courbes :  $T = f(e)$ , Commentez.