Chapitre 4

Énergie et travail

Travail d'une force :

Définition :

Le travail d'une force correspond à l'énergie fournie ou retirée au système par cette force au cours de son mouvement. Cette grandeur s'exprime en Joule. Elle peut être négative, positive ou nulle selon comment la force contribue, d'un point de vue énergétique, au mouvement du système.

Travail d'une force constante:

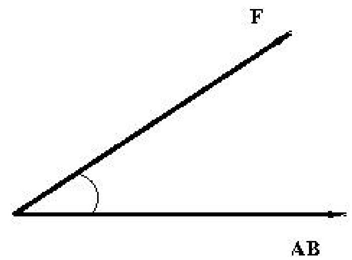
Dans le cas d'une force constante (c'est à dire un vecteur constant : même direction, même sens et même norme tout au long du mouvement), lorsqu''un système se déplace d'un point A à un point B, le travail $W_{\mathrm{AB}}(\vec{F})$ de la force constante $\vec{F}$ sur ce trajet est donné par la relation suivante :

$$W_{\mathrm{AB}}(\vec{F})=\vec{F}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=F\cdot\mathrm{AB}\cdot\cos(\vec{F},\overrightarrow{\mathrm{AB}}) \quad (4.1)$$

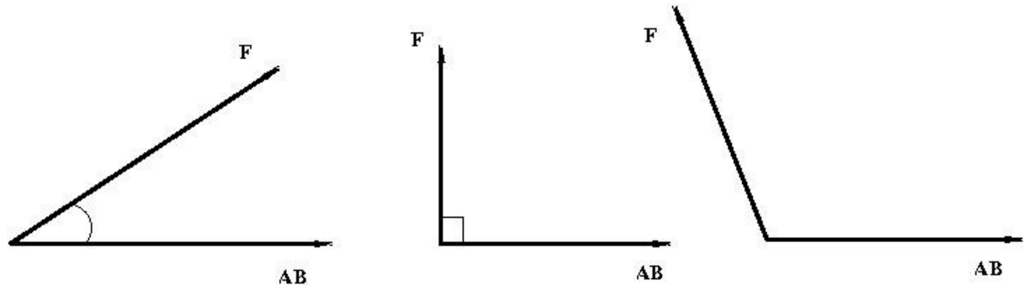
La norme de la force Fest exprimée en Newtons(N), la distance AB, en mètres et le travail W_{AB} est exprimé en Joules(J).

Un travail d'un joule correspond au travail fourni par une force de 1 newton qui déplace son point d'application d'un mètre dans sa propre direction.

$$1\,J=1\,N\cdot 1\,m \quad (4.2)$$



D'un point de vue purement mathématique, puisque le travail d'une force constante est un produit scalaire, son signe va dépendre de l'angle θ entre le vecteur force $\vec{F}$ et le vecteur chemin $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$. D'un point de vue physique, si le travail est négatif, cela signifie que la force contribue à freiner le mouvement du système. On parle alors de travail résistant. Si le travail est positif, la force contribue plutôt à accélérer le mouvement du système et on parle de travail moteur. Enfin si le travail est nul, la force a une contribution nulle au mouvement d'un point de vue énergétique, on dit qu'elle ne travaille pas.



$0 < \Theta \leq \frac{\pi}{2}$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2} < \Theta \leq \pi$

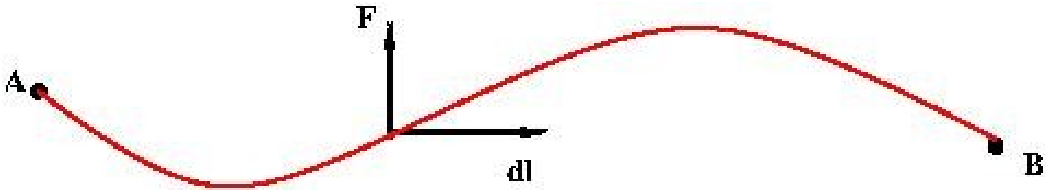
Travail moteur Travail nul Travail résistant

Travail d'une force variable:

Dans le cas où la force varie en intensité et/ou en direction, lors du déplacement, et que celui-ci a une forme quelconque, la forme générale du travail de la force est donnée ci-dessous :

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dl} \qquad (4.3)$$

où $\vec{dl}$ est un déplacement infinitésimal le long de la trajectoire, c'est-à-dire tangent à celle-ci.



La puissance :

Dans les applications industrielles de la physique, il ne suffit pas de savoir quelle quantité de travail un moteur peut fournir, il est aussi primordial de savoir combien de temps il lui faudra pour effectuer ce travail. La puissance est une grandeur qui mesure le taux de travail ; elle est définie comme étant une quantité de travail par unité de temps. Pour une quantité de travail W fournie pendant un intervalle de temps Δt, la puissance moyenne est définie comme suit :

:

$$P_{moy} = \frac{W}{\Delta t} \qquad (4.4)$$

La puissance instantanée est obtenue en passant à la limite $\Delta t \to 0$:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad (4.5)$$

L'unité de la puissance dans le système international (SI) est le Watt (w) ;

$$1\,W=\frac{1\,J}{1\,s} \qquad (4.6)$$

La puissance instantanée peut être reliée à la force appliquée $\vec{F}$ et à la vitesse $\vec{V}$ telle que :

$$P=\frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{dt}}=\frac{\vec{F}\cdot\vec{\mathrm{dl}}}{\mathrm{dt}}=\vec{F}\cdot\frac{\vec{\mathrm{dl}}}{\mathrm{dt}}=\vec{F}\cdot\vec{V} \qquad (4.7)$$

Energie :

Energie cinétique :

Partant de l'expression du travail infinitésimal :

$$\mathrm{dW}=\vec{F}\,\vec{\mathrm{dl}} \qquad (4.8)$$

et du fait que :

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{V}}{\mathrm{dt}}=m\,\overline{a} \qquad (4.9)$$

On obtient la relation ci-dessous :

$$\mathrm{dW}=m\frac{d\vec{l}}{\mathrm{dt}}\cdot d\vec{V}=m\vec{V}\cdot d\vec{V} \qquad (4.10)$$

Après intégration, on obtient l'expression suivante:

$$W=\int_A^B m\overrightarrow{V\cdot d\vec{V}}=\frac{1}{2}m\left(V_B^2-V_A^2\right) \qquad (4.11)$$

L'énergie cinétique d'un point matériel de masse *m*, de vitesse instantanée $\vec{V}$ est donnée par l'expression suivante :

$$E_C=\frac{1}{2}\,\mathrm{mV}^2. \qquad (4.12)$$

Et puisque $p=mv$, on peut écrire aussi :

$$E_C=\frac{P^2}{2\,m}. \qquad (4.13)$$

Théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un point matériel entre deux instants est égale au travail de la résultante de toutes les forces qui lui sont appliquées entre ces deux instants :

$$W_A^B = \Delta E_C = E_C^B - E_C^A \tag{4.14}$$

Forces conservatives :

On dit d'une force qu'elle est conservative, ou dérivant d'un potentiel, si son travail est indépendant du chemin suivi, quelque soit le déplacement entre le point de départ et le point d'arrivée. Le travail dépend uniquement des points de départ et d'arrivée.

La force dérivant d'un potentiel s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, E_p = -\vec{\nabla} E_p \tag{4.15}$$

avec :

$$\vec{\nabla} E_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k} \tag{4.16}$$

Son travail lorsqu'elle se déplace entre les deux points A et B est donné par l'expression ci-dessous :

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B -\vec{\nabla} E_p \cdot \, \mathrm{d}\vec{l} = -\int_A^B \mathrm{dE}_p = E_p^B - E_p^A, \tag{4.17}$$

E_p est l'énergie potentielle du point matériel. On peut alors écrire ce qui suit :

$$W_A^B = \Delta E_C^{\mathrm{AB}} = -\Delta E_p^{\mathrm{AB}} \tag{4.18}$$

L'énergie mécanique :

L'énergie mécanique d'une particule en mouvement, à un instant donné, est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle.

$$E_m = E_C + E_p \tag{4.19}$$

Principe de la conservation de l'énergie mécanique :

Dans le cas où l'objet matériel est soumis à des forces conservatrices (ou dérivant d'un potentiel) son énergie mécanique est conservée au cours du temps :

$$E_m = E_C + E_p = \mathrm{Cons\,tan\,te} \quad \Rightarrow \quad E_C^A + E_p^A = E_C^B + E_p^B. \tag{4.20}$$

Cela veut dire que la variation de l'énergie mécanique est nulle :

$$\Delta E_m^{\mathrm{AB}} = 0 \tag{4.21}$$

et on a aussi :

$$\Delta E_C^{AB} = -\Delta E_p^{AB}. \tag{4.22}$$