Université de A/MIRA de Béjaia
Faculté de Thechnologie
Département de Technologie $1^{ère}$ année

Année universitaire : 2024/2025
MATHS 1 2024

Série de TD N°03 : Les fonctions réelles à une seule variable

Exercice 1 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\longrightarrow+\infty} \dfrac{x^2+x-6}{x^2-2}$ **2)** $\lim_{x\longrightarrow1} \dfrac{x^2+4x-5}{x-1}$ **3)** $\lim_{x\longrightarrow+\infty} x-\sqrt{x^2-1}$

Exercice 2 : Soit les deux fonction suivantes :

$$f(x)=\begin{cases} 1-\frac{\sin(2x)}{x} & si \;\; x\neq 0 \\ \lambda & si \;\; x=0 \end{cases}, \qquad g(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} & si \;\; x\leq 1 \\ -x+2 & si \;\; x>1 \end{cases}$$

I) Pour f(x) :
1) Déterminer λ pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$
2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une racine réelle sur $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$
II) Pour g(x) :
1) Etudier la dérivabilité de g sur son domaine de difinition .

Exercice 3 : Soit g une fonction definie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x)=\sin(x)\sin(\frac{1}{x})$
1- Montrer qu'il existe une fonction $\tilde{g}$ prolongeant g par continuité sur $\mathbb{R}$?
2- Ecrire la nouvelle fonction $\tilde{g}$.

Exercice 4 :
1) Peut-on appliquer le théorème de Rolle à la fonction suivante : $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ sur $[-1,1]$
2) A l'aide du théorème des accroissements finis , montrer que

$$\frac{1}{1+n} < ln(n+1)-ln(n) < \frac{1}{n} \qquad \forall n>0$$

Exercice 5 : En utilisant la règle de l'hôpital, calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\longrightarrow-1} \dfrac{x^3+5x+6}{x^3+1}$ **2)** $\lim_{x\longrightarrow+\infty} \dfrac{x^2+5}{e^x+1}$ **3)** $\lim_{x\longrightarrow+\infty} \dfrac{ln(x)+x}{x^2}$

Exercice 6 :
Soit la fonction f définit par :

$$f(x)=\arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)-\arctan x.$$

1/. Donner le domaine de définition de f.
2/. Simplifier la formule de f.