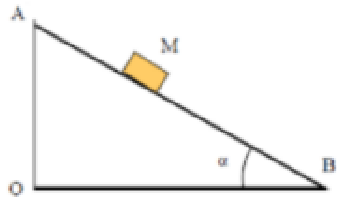
Enseignante : ABDELKADER.C Email : abdelkadercelia07@gmail.com

INTEROGATION 2 Remplacement (1 ère année ingénieur)

Exercice 1

Un paquet de masse $m = 10\ kg$, supposé comme un point matériel, glisse sans vitesse initiale à partir du point A sur un plan incliné de hauteur $OA = h = 4m$ et de base $OB = h$ (voir figure ci-contre). Les frottements entre les surfaces en contact sont caractérisés par un coefficient cinétique $\mu_c = 0.5$. On prend $g = 9.81\ m.s^{-2}$.



1. Représenter et écrire les différentes forces agissant sur le paquet ;
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique ;
3. Projeter cette équation vectorielle selon les deux axes X et Y (qu'il faut définir), pour trouver les deux équations scalaires qui régissent le mouvement du paquet ;
4. En déduire les expressions de la force de frottement et de la force normale (réaction) en fonction de m, g, μ_c et α ;
5. Trouver l'expression de l'accélération a du paquet. Quelle est la nature de son mouvement ? En déduire celle de sa vitesse $v(t)$;
6. Donner l'équation horaire $x(t)$ du paquet ;
7. Quel est le temps nécessaire au paquet pour qu'il atteigne le point B ?

Bon courage

« Ceux qui abandonnent ne gagnent jamais, ceux qui gagnent n'abandonnent jamais

1. Représenter et écrire les différentes forces agissant sur le paquet :

Le poids : $\vec{P} = m\vec{g}$

La réaction du plan incliné (force normale) : $\vec{R}$

Les forces de frottements cinétiques : $\vec{f_c} = -\mu_c \vec{R}$

2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f_c} = m\vec{a}$$

3. Projeter cette équation vectorielle selon les deux axes X et Y, pour trouver les deux équations scalaires qui régissent le mouvement du paquet :

L'axe (OX) est parallèle au plan et l'axe (OY) lui est perpendiculaire.

$$\begin{cases} (OX):\ P_x - f_c = ma_x \\ (OY): R - P_y = ma_y \end{cases}$$

4. En déduire les expressions de la force de frottement et de la force normale (réaction) en fonction de m, g, μ_c et α :

Le mouvement s'effectue suivant l'axe (OX), par conséquent : $a_y = 0$; $a_x = a$

$$(OY): R - P_y = ma_y = 0 \Rightarrow R = P_y = mg\cos\alpha$$

$$f_c = \mu_c R = \mu_c mg\cos\alpha$$

5. L'expression de l'accélération a du paquet :

$$(OX):\ P_x - f_c = ma \Rightarrow a = \frac{P_x - f_c}{m} = \frac{mg\sin\alpha - \mu_c mg\cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - \mu_c\cos\alpha)$$

La trajectoire et l'accélération est constante et positive, par conséquent, le mouvement du paquet est rectiligne uniformément accéléré.

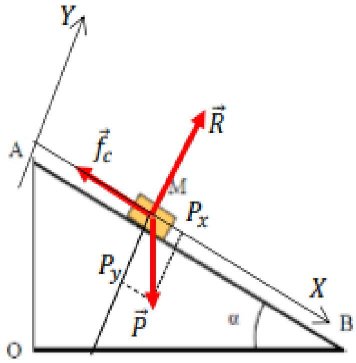
En déduire celle de sa vitesse $v(t)$:

$$v(t) = at + v_0$$

Condition initiale : $v(t = 0) = 0 = v_0$

Par conséquent :

$$v(t) = g(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)t$$



6. Donner l'équation horaire $x(t)$ du paquet :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

On prend le point comme origine des distances :

$$x(t = 0) = x_A = 0 = x_0$$

Par conséquent :

$$x(t) = \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)t^2$$

7. Le temps nécessaire au paquet pour qu'il atteigne le point B ?

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2}h$$

$$AB = \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)t_{AB}^2 \Rightarrow t_{AB} = \frac{2AB}{g(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)} = \frac{2\sqrt{2}h}{g(\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha)}$$

Applications numériques :

$$h = 4m\,;\ \cos\alpha = \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}\ (\alpha = 45°)\,;\ g = 9.81\ m.s^{-2}\,;\ \mu_c = 0.5$$