Corrigé de la série 3 (Suite).

Exo 5 :

1) Les longueurs d'onde des radiations émises :

*) La transition de E_3 à E_1 (λ_3) ;

$$\lambda_3 = \frac{hc}{E_3 - E_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{(-1,51 + 13,6) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 102,82 \text{ nm}.$$

Cette transition appartient à la série de Lymann.

*) La transition de E_2 à E_1 (λ_2) ;

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{(-3,39 + 13,6) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 121,76 \text{ nm} \longrightarrow \text{Lymann}.$$

*) La transition de E_3 à E_2 (λ) ;

$$\lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{(-1,51 + 3,39) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 661,23 \text{ nm} \longrightarrow \text{Balmer}.$$

2) Etant donné que les atomes dans l'ampoule sont dans leur état fondamental, donc les radiations absorbées par ce gaz sont les radiations de longueur d'onde λ_3 et λ_2 car elles permettent respectivement les transitions des niveaux $1 \rightarrow 3$ et $1 \rightarrow 2$.

3.1/ Calculons l'énergie des photons en eV :

$$E = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{76 \times 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 16,36 \text{ eV}.$$

3.2/ L'atome peut être ionisé car l'énergie du photon est supérieure à l'énergie d'ionisation.

3.3/. L'énergie cinétique :

$E = E_i + E_c \Rightarrow E_c = E - E_i$

$E_c = 16,36 - 13,6 = 2,76$ eV.

4/. Les transitions que cet électron peut provoquer :

Calculons les énergies des transitions :

*) $1 \rightarrow 2$: $E_{1\rightarrow 2} = E_2 - E_1 = -3,39 + 13,6 = 10,21$ eV.

$E_{1\rightarrow 2} = 10,21$ eV < 11 eV, donc cet $\bar{e}$ peut provoquer la transition du niveau 1 au niveau 2.

*) $1 \rightarrow 3$: $E_{1\rightarrow 3} = E_3 - E_1 = -1,51 + 13,6 = 12,09$ eV.

$E_{1\rightarrow 3} = 12,09$ eV > 11 eV, Il ne peut plus provoquer une autre transition.

EXO 6 :

a) Un ion hydrogénoïde est un ion qui possède un seul $\bar{e}$, similaire à l'hydrogène, mais qui a le numéro atomique $Z \neq 1$.

b/. Le cation $_3Li^+$ a perdu 1 seul $\bar{e}$ ($Z=3$), donc il en reste 2 $\Rightarrow$ Ce n'est pas un ion hydrogénoïde.

*) Le cation $_4Be^{3+}$ ($Z=4$) a perdu 3 $\bar{e}$, il en reste 1 $\Rightarrow$ c'est un ion hydrogénoïde.

1) Pour identifier l'hydrogénoïde, on doit calculer le numéro atomique Z :

On a $E_n = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$

$E_i = E_\infty - E_1 = 0 - E_1 = -E_1$.

$E_i = -E_1 = 13,6 \cdot \frac{Z^2}{1^2} = 54,4 \Rightarrow 13,6 \cdot Z^2 = 54,4$

$Z = \sqrt{\frac{54,4}{13,6}} = 2$. $\boxed{Z = 2.}$

Il s'agit donc de $_2He^+$.

2). La longueur d'onde λ :

$E_i = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_i}$

$\lambda = \frac{6,62.10^{-34} \times 3.10^8}{54,4 \times 1,6.10^{-19}} = 2,282.10^{-8}\, m = 22,82\, nm$.

2ème méthode : On utilise la relation de Balmer-Rydberg

$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ tel que $n_1 = 1$ et $n_2 = \infty$.

$\frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R_H \cdot Z^2 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{R_H \cdot Z^2}$

$\lambda = \frac{1}{1,097.10^7 \times 2^2} = 2,2789.10^{-8}\, m = 22,789\, nm$.

3/. L'energie de l'électron s'il est dans son second état d'excitation :

Second état excité $\longrightarrow n = 3$.

$$E_n = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_3 = -13,6 \, \frac{2^2}{3^2} = -6,04 \text{ eV}.$$

4/. Le rayon de l'orbite ($n=3$) :

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \quad \text{avec } a_0 = 0,53 \text{ Å} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

$$r_3 = 0,53 \cdot 10^{-10} \times \frac{3^2}{2} = 2,385 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2,385 \text{ Å}.$$

La vitesse de l'électron V_n :

$$V_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} = \frac{n \times h \times Z}{2\pi m a_0 n^2} = \frac{h}{2\pi m a_0} \times \frac{Z}{n} = V_0 \cdot \frac{Z}{n}.$$

$$V_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \times 3,14 \times 9,11 \cdot 10^{-31} \times 0,53 \cdot 10^{-10}} = 2,18 \cdot 10^{6} \text{ m/s}.$$

Donc $V_3 = 2,18 \cdot 10^6 \times \frac{2}{3} = 1,453 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$

5/. B^{3+} ($Z=4$) à l'état fondamental ($n_1 = 1$), n_2 entier non nul.

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad ; \bar{\nu} : \text{nombre d'onde} = 1,56 \cdot 10^{8} \text{ m}^{-1}.$$

$$\bar{\nu} = R_H \cdot Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n_2^2} = 1 - \frac{\bar{\nu}}{R_H \cdot Z^2} \Rightarrow n_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\bar{\nu}}{R_H \cdot Z^2}}}$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1,56 \cdot 10^8}{1,097 \cdot 10^7 \times 4^2}}} = 3 \quad ; \quad \boxed{n_2 = 3}$$

Donc l'é peut être absorbé et il atteint le niveau énergétique $n = 3$.

Exo 7 :

*) Louis De Broglie : À toute particule en mouvement (de masse m et de vitesse v), on associe une radiation de longueur d'onde : $\boxed{\lambda = \frac{h}{mv}}$

h = cste de Planck

$m.v = P$ = quantité de mvt.

1) La longueur d'onde associée :

a/. Un électron dont $E_c = 54\ eV$:

On a $E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 54 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 4,35 \cdot 10^{6}\ m/s$

$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \times 4,35 \cdot 10^{6}} = 1,67 \cdot 10^{-10}\ m = 1,67\ \text{Å}.$

Cette longueur d'onde est de l'ordre des dimensions des particules atomiques.

b/. Un proton accéléré avec une ddp : $U = 10^{6}\ V$.

On a $E_c = \frac{1}{2} m_p v_p^2 = e \cdot U \Rightarrow V_p = \sqrt{\frac{2 \times e \cdot U}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{6}}{1,672 \cdot 10^{-27}}} = 1,383 \cdot 10^{7}\ m/s$

$\lambda = \frac{h}{m_p \cdot v_p} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{1,672 \cdot 10^{-27} \times 1,383 \cdot 10^{7}} = 2,86 \cdot 10^{-14}\ m = 2,86 \cdot 10^{-4}\ \text{Å}.$

c/. Un avion de chasse de 15 tonnes à $v = 2800\ Km/h$:

m_{avion} = 15 tonnes $= 15 \cdot 10^{3}\ Kg$.

$V_{avion} = \frac{2800 \times 10^{3}}{3600} = 777,78\ m/s.$

$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{15 \cdot 10^{3} \times 777,78} = 5,67 \cdot 10^{-41}\ m$. Elle est négligeable par rapport aux dimensions de l'avion.

2) D'après les résultats trouvés précédemment, on peut confirmer que le postulat de De Broglie ne s'applique qu'à l'échelle atomique et subatomique.

3) Le principe d'incertitude d'Heisenberg :

$$\Delta P_x \cdot \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \boxed{m \cdot \Delta V_x \cdot \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi}} \cdot (P = m \cdot v).$$

a) Un électron se déplaçant en ligne droite ($\Delta x = 1\,\text{Å}$).

$$m \Delta V_x \cdot \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta V_x \geqslant \frac{h}{2\pi \cdot m \cdot \Delta x}$$

$$\Delta V_x \geqslant \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2 \times 3{,}14 \times 9{,}11 \cdot 10^{-31} \times 1 \cdot 10^{-10}} \Rightarrow \Delta V_x \geqslant 1{,}16 \cdot 10^{6}\ m/s.$$

b). Une bille de masse 1g et $\Delta x = 1\,mm$

$$\Delta V_x \geqslant \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2 \times 3{,}14 \times 1 \cdot 10^{-3} \times 1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \Delta V_x \geqslant 1{,}054 \cdot 10^{-28}\ m/s.$$

4) Conclusion : Pour l'é, l'incertitude sur sa vitesse est très importante. Donc, il est impossible de déterminer avec précision et simultanément sa position et sa vitesse (ou quantité de mvt). Pour la bille (échelle macroscopique), cette incertitude ($\Delta V_x \geqslant 1{,}054 \cdot 10^{-28}\ m/s$) est insignifiante, et n'a aucune conséquence pratique.

Exo 8 :

$5^{ème}$ état excité $\Rightarrow$ $n = 6$.

1) Calcul du rayon :

On a $n\lambda = 2\pi r_n = 2\pi a_0 n^2$ $(r_n = a_0 n^2)$.

Donc $\lambda_n = 2\pi a_0 n$

$\lambda_6 = 2 \times 3{,}14 \times 0{,}529 \times 6 = 19{,}94$ Å.

2) L'incertitude sur la vitesse ; $\left(\frac{\Delta r}{r} = 0{,}01\right)$.

On a $m . \Delta r . \Delta v \geqslant \frac{h}{2\pi}$

$\Rightarrow \Delta v \geqslant \frac{h}{2\pi m \Delta r} \Rightarrow \Delta v \geqslant \frac{h}{2\pi m (0{,}01 r)}$

$\frac{\Delta v}{v} \geqslant \frac{h}{2\pi m v (0{,}01 r)}$

On sait que $m v r = n \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \frac{h}{2\pi m v r} = \frac{1}{n}$.

$\frac{\Delta v}{v} \geqslant \frac{1}{0{,}01 n} = \frac{100}{6} = 16{,}7 \Rightarrow 1670\%$. c'est énorme

Donc, impossible de connaître avec une bonne précision à la fois, la position et la vitesse.

3) La série de Lymann correspond à $n_1 = 1$ et $n_2 = 2, 3, \ldots$

$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{R_H\left(1 - \frac{1}{n_2^2}\right)}$

$n_2 = 6$ ($5^{ème}$ état excité)

$$\lambda_6 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{1}{36}\right)} = 9{,}376 \cdot 10^{-8}\ m = 937{,}6\ \text{Å}.$$

3) La série de Pfund correspond à $n_1 = 5$ et $n_2 = 6, 7, \ldots$

$$\lambda = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2}\right)} = 7{,}458 \cdot 10^{-6}\ m = 7{,}458\ \mu m.$$

4°) L'énergie d'ionisation :

$$E_i = E_\infty - E_6 = -E_6 = \frac{13{,}6}{36} = 0{,}38\ eV.$$

5°) La longueur d'onde nécessaire à cette ionisation :

$$E_i = \frac{hc}{\lambda_i} \Rightarrow \lambda_i = \frac{hc}{E_i}$$

$$\lambda_i = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0{,}38 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}2689 \cdot 10^{-6}\ m$$

$$= 3{,}269\ \mu m.$$