Université Abderrahmane Mira. Bejaia
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la Formation Initiale SEGC-LMD
Première année
Année universitaire 2024-2025

Chargé du TD : Dr. KANDI Nabil

Corrigé-type de la Série de TD n°04 – (Microéconomie I)

Partie 1 : Questions de cours

1. Les propriétés fondamentales de la fonction de production : P = f (k_o,l) et définition des différentes productivités physiques du facteur travail (L) : P = f (k_o,l), est une fonction de production de courte période, c'est la traduction mathématique de la combinaison d'une quantité d'un facteur fixe (k_o de K) et d'une autre quantité d'un facteur variable (l de L) pour produire un produit quelconque (P).

- Les propriétés fondamentales de la fonction de production : P = f (k_o,l)

1/ Elle est supposée continue et dérivable sur son intervalle de définition ;
2/Elle obéit au principe de la productivité marginale décroissante ;
3/ Elle est définie pour une période temporelle, donc elle relève de l'analyse statique.

2. Le principe de la productivité physique marginale décroissante (loi de rendements décroissants) énonce que l'utilisation croissante de la quantité du facteur L ajoutée à une autre quantité du facteur K, entraine la décroissance de la productivité marginale du facteur (L) après le maximum (c'est la phase de la production la plus efficace).

Deuxième partie : Analyse technique du comportement rationnel du producteur : la courte période

Exercice 1 :

L'entreprise « Alpha » est caractérisée par une technique de production traduite par la fonction suivante : $\boldsymbol{P = f(k,l) = \frac{12.k^2.l^3 - \frac{1}{20}k.l^4}{k.\ l}}$**.** Considérons, en courte période, que $k = 2$ unités.

On a : $k_0 = 2 \Leftrightarrow P = f(k_0,l) = f(2,\ l) = \frac{12.(2)^2.l^3 - \frac{1}{20}(2).l^4}{2.\ l} = \frac{48.l^3 - \frac{1}{10}.l^4}{2.\ l} = 24.l^2 - \frac{1}{20}.l^3 \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{P = f(k_0,l) = f(2,\ l) = 24.l^2 - \frac{1}{20}.l^3}$

1. Les trois phases de production de l'entreprise « Alpha ».

- Expression de la productivité marginale du facteur travail « *l* » : $\boldsymbol{Pmg = \frac{\partial P}{\partial l} = 48.l - \frac{3}{20}.l^2}$ **.**

Phase 1 : rendements croissants (plus proportionnels)

La phase de rendements croissants est caractérisée par une productivité marginale croissante. Pour identifier cette phase, on doit déterminer quand la (Pmg) est croissante. Cela implique de dériver la (Pmg) par rapport à (l) et d'étudier le signe de cette dérivée.

Calculons la dérivée de la (Pmg) par rapport à la (l) : $\boldsymbol{(PT)'' < 0} \Leftrightarrow 48 - \frac{6}{20}.l < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{10}.l > 48 \Leftrightarrow l > 48.\frac{10}{3} \Leftrightarrow \boldsymbol{l > 160}$ **Unités.**

$\boldsymbol{(Pmg)' = \frac{\partial Pmg}{\partial l} = (48.l - \frac{3}{20}.l^2)'}$**.** Pour trouver la condition de rendements croissants, on va mettre $\boldsymbol{(Pmg)' > 0} \Leftrightarrow 48 - \frac{6}{20}.l > 0 \Leftrightarrow \frac{3}{10}.l < 48 \Leftrightarrow l < 48.\frac{10}{3} \Leftrightarrow \boldsymbol{l < 160}$ **Unités.** Ainsi, la (Pmg) est croissante lorsque $\boldsymbol{l < 160}$ **Unités**. La phase 1 ou les rendements sont croissants s'étend de $\boldsymbol{l = 0}$ à $\boldsymbol{l < 160}$ **Unités**. $\boldsymbol{l \in [0, 160[}$**.**

Phase 2 : Rendements décroissants (moins proportionnels)

La phase de rendements décroissants est caractérisée par une productivité marginale décroissante mais positive. Cela se produit lorsque la dérivée de la (Pmg) par rapport à (l) est négative, c'est-à-dire quand : $\boldsymbol{(Pmg)' < 0 \Leftrightarrow 48 - \frac{6}{20}.l < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{10}.l > 48 \Leftrightarrow l > 48.\frac{10}{3} \Leftrightarrow l > 160}$ **Unités.**

Valeur de $(\boldsymbol{l})$lorsque la a production est maximale $\Leftrightarrow \boldsymbol{Pmg = 0 \Leftrightarrow 48.l - \frac{3}{20}.l^2 = 0 \Leftrightarrow l(48 - \frac{3}{20}.l) = 0 \Leftrightarrow 48 - \frac{3}{20}.l = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{20}.l = 48 \Leftrightarrow l = (20).\frac{48}{3} = 320}$ **Unités.** Ainsi, dans la phase 2 (rendements décroissants), la productivité marginale devient négative pour $\boldsymbol{l > 160}$ **Unités**. Cependant, la productivité totale (PT) continue d'augmenter, mais à un rythme décroissant (moins proportionnels) jusqu'à atteindre la production maximale ($l = \boldsymbol{320}$ **Unités).** Cette phase s'étend de $\boldsymbol{l = 160}$ à $\boldsymbol{l = 320}$ **Unités**. $\boldsymbol{l \in [160, 320[}$.

Phase 3 : Rendements négatifs

La phase des rendements négatifs se produit lorsque la productivité marginale devient négative, c'est-à-dire lorsque $\boldsymbol{l > 320}$ **Unités**. Cela signifie qu'ajouter plus de travail réduit la production totale, ce qui indique une surutilisation des facteurs de production.

2. Valeur de la productivité physique marginale correspondant à la limite de la première phase de production.

A la limite de la première phase, $(PT)'' = (Pmg)' = 0 \Leftrightarrow 48 - \frac{6}{20}.l = 0 \Leftrightarrow l = 160$ Unités. On remplace la valeur de $(l = 160)$ dans la fonction de la productivité marginale et on obtient : $Pmg = 48.(160) - \frac{3}{20}.(160)^2 = 7680 - 3840 = 3840$ unités produites. La productivité physique marginale correspondant à la limite de la première phase de production $\boldsymbol{Pmg = 3840}$ **unités produites.**

3. Calcul par deux méthodes la quantité du facteur de production travail qui maximise la productivité physique moyenne du facteur travail.

- Expression de la productivité moyenne du facteur « *l* » : $\boldsymbol{PM = \frac{P}{l} = \frac{24.l^2 - \frac{1}{20}.l^3}{l} = 24.l - \frac{1}{20}.l^2}$ **.**

Première méthode :

Pour déterminer la quantité du facteur de production travail (l) qui maximise la productivité moyenne, on met la première dérivée de la productivité moyenne (PM) égale à zéro : $\boldsymbol{(PM)'} = \frac{\partial PM}{\partial l} = 0 \Leftrightarrow 24 - \frac{2}{20}l = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{20}l = 24 \Leftrightarrow l = 240$. $\boldsymbol{(PM)' = 0 \Leftrightarrow l = 240}$ ***unités.***

Deuxième méthode :

La courbe de productivité marginale (Pmg) coupe la courbe de productivité moyenne (PM) en son point maximal : $Pmg = PM \Leftrightarrow 48.l - \frac{3}{20}.l^2 = 24.l - \frac{1}{20}.l^2 \Leftrightarrow l.\left(48 - \frac{3}{20}.l\right) = l.(24 - \frac{1}{20}.l) \Leftrightarrow 48 - \frac{3}{20}.l = 24 - \frac{1}{20}.l \Leftrightarrow \frac{3}{20}.l - \frac{1}{20}.l = 48 - 24 \Leftrightarrow \frac{2}{20}.l = 24 \Leftrightarrow \boldsymbol{l = 240}$ ***unités.***

Exercice 2 :

Soit $\boldsymbol{f(k_0, l) = 120.l^2 - \frac{4}{5}.l^3}$ la fonction permettant de mesurer la quantité (en litres) de l'eau minérale produite en courte période par l'entreprise « Clear-Water ».

1. Nombre de travailleurs ($\boldsymbol{l}$) qui maximise la productivité totale de cette entreprise.

$(\boldsymbol{PT})$ est maximale $\Leftrightarrow \boldsymbol{Pmg = 0} \Leftrightarrow 240.l - \frac{12}{5}.l^2 = 0 \Leftrightarrow l(240 - \frac{12}{5}.l) = 0 \Leftrightarrow 240 - \frac{12}{5}.l = 0 \Leftrightarrow \frac{12}{5}.l = 240 \Leftrightarrow l = (240).\frac{5}{12} = \boldsymbol{100}$ ***travailleurs.***

Le nombre de travailleurs (l) qui maximise la productivité totale de cette entreprise est de : $\boldsymbol{l = 100}$ ***travailleurs.*** La valeur de la productivité marginale lorsque $l = 100$ unités s'annule parce que la production est maximale. (La première dérivée de la fonction productivité totale (Pmg) s'annule lorsque cette dernière est maximale).

2. Coordonnées du point à partir duquel la productivité totale commence à augmenter à un taux décroissant.

Le point à partir duquel la productivité totale commence à augmenter à un taux décroissant est le point d'inflexion. $(PT)'' = (Pmg)' = 0 \Leftrightarrow 240 - \frac{24}{5}.l = 0 \Leftrightarrow \frac{24}{5}.l = 240 \Leftrightarrow l = 240.\frac{5}{24} \Leftrightarrow \boldsymbol{l = 50}$ ***travailleurs***. On remplace la valeur de ($l = 50$) dans la fonction de la productivité totale et on obtient : $\boldsymbol{f(k_0, 50) = 120.(50)^2 - \frac{4}{5}.(50)^3 = 120.(2500) - \frac{4}{5}.(125000) = 200000}$ **litres**.

Le point à partir duquel la productivité totale commence à augmenter à un taux décroissant est le point d'inflexion de la courbe représentative de $(\boldsymbol{PT})$: $\boldsymbol{(l, PT) = (50; 200000)}$**.**

3. Quantité du facteur ($\boldsymbol{l}$) pour laquelle la valeur de la productivité moyenne est maximale.

Pour déterminer la quantité du facteur (l) qui maximise la productivité moyenne, on met la première dérivée de la productivité moyenne (PM) égale à zéro : $(\boldsymbol{PM})' = \frac{\boldsymbol{\partial PM}}{\boldsymbol{\partial l}} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{120.l^2 - \frac{4}{5}.l^3}{l}\right)' = 0 \Leftrightarrow \left(120.l - \frac{4}{5}.l^2\right)' = 0 \Leftrightarrow 120 - \frac{8}{5}l = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{5}l = 120 \Leftrightarrow l = 120.\frac{5}{8} = 75.$ $(PM)' = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{l = 75}$ ***unités.***

4. Volume de la productivité totale lorsque la productivité moyenne est maximale ($\boldsymbol{l = 75}$)

On remplace la valeur de ($l = 75$) dans la fonction de la productivité totale et on obtient : $\boldsymbol{f(k_0, 75) = 120.(75)^2 - \frac{4}{5}.(75)^3 = 120.(5625) - \frac{4}{5}.(421875) = 337500}$ **litres**.

Le volume de la productivité totale lorsque la productivité moyenne est maximale est de $\boldsymbol{PT = 337500}$ **litres**.

Troisième partie : QCM

1/ B **;** **2/** B **;** **3/** A **;** **4/** D **;** **5/** A.

Travail réalisé par KANDI Nabil en collaboration avec MANAA B.