



*La Compagne Etudiante pour Résumer
les Cours et Organiser les Polycopies*

Option : Science Economique et Gestion

Module : ECONOMIE I

Matière: Microéconomie I

Semestre : 1

Type de document : Travaux dirigés 2011/2012

Compagne Etudiante pour Résumer
les Cours et Organiser les Polycopies

C.E.R.C.O.P.

Année universitaire 2012-2013

Travaux dirigés
Matière : Micro – économie I
1^{ère} Série des exercices

Equipe pédagogique :

- Professeur HAMZAoui Mustapha (chargé de cours)
- Professeur BOULAICH Mohamed
- Professeur ELHAFIDALLAH Samira

Exercice n°1 :

Soit la fonction d'utilité :

$$U = xy$$

Et le revenu $R = 400 = 4x + 10y$

Avec : $p_x = 4$ et $p_y = 10$

- 1° Déterminer la consommation qui maximise la satisfaction ?
- 2° Déterminer le sens de l'extremum ?

Exercice n°2 :

Soit la fonction de satisfaction suivante :

$$S = 4x^3 + y$$

1° Déterminer le TMS_{xy} et la fonction S ?

2° Des deux biens x et y lequel est le plus préféré par le consommateur ?

Exercice n°3 :

Un consommateur a la fonction d'utilité suivante :

$$U = 4xy$$

Et un revenu $R = 20$

Le prix, $p_x = 1$

- 1° Déterminer par la méthode de substitution la consommation qui maximise sa satisfaction lorsque $p_y = 1$?
- 2° Si p_y augmente pour devenir $p_y = 2$, quelle est la consommation qui maximise sa satisfaction ?
- 3° Quel revenu le consommateur devrait-il avoir pour obtenir $p_y = 2$ la même satisfaction que lorsque $p_y = 1$.
- 4° Quelle différence il y aurait avec ce nouveau revenu entre la nouvelle consommation et celle obtenue au (1) ?

Exercice n°4 :

On considère la fonction d'utilité suivante :

$$U = xy^{1/2}$$

Un revenu de consommation $R = 540$

Et des prix respectifs pour les biens x et y : $P_x = 6$ et $P_y = 18$

- 1° Calculer par Lagrangien les quantités x et y qui maximisent la satisfaction du consommateur ?
- 2° Même question en utilisant la méthode de substitution ?

TD de microéconomie
Semestre I : GA et GB
Corrigés des exercices de la 1^{ère} série

Solution de l'exercice n°1 :

$$U = xy$$

$$R = 400 = 4x + 10y ; \text{ avec : } p_x = 4 \text{ et } p_y = 10$$

La quantité des biens x et y qui maximise la satisfaction du consommateur doit annuler les dérivés de Lagrangien :

$$\begin{aligned} E(x,y,\lambda) &= f(x,y) + \lambda(R - x p_x - y p_y) \\ &= xy + \lambda(400 - 4x - 10y) \\ &= xy + \lambda 400 - \lambda 4x - \lambda 10y \end{aligned}$$

1- déterminons les conditions d'un extremum en annulant les dérivés partielles par rapport à x, y et λ ;

$$\varepsilon_x(x,y,\lambda) = y - 4\lambda = 0$$

$$\varepsilon_y(x,y,\lambda) = x - 10\lambda = 0$$

$$\varepsilon_\lambda(x,y,\lambda) = 400 - 4x - 10y = 0$$

Pour résoudre ce système ci - dessus de trois équations, on a :

$$\left. \begin{array}{l} y = 4\lambda \\ x = 10\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow y/x = 4\lambda / 10\lambda = 4 / 10 = 2,5 \Rightarrow x = 2,5y$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2,5 y \\ 400 - 4x - 10y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 400 - 4(2,5 y) - 10y = 0 \Rightarrow 400 - 10y - 10y = 0$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 400 - 20y = 0 \\ &\Rightarrow y = 400 / 20 = 20 \end{aligned}$$

Donc, $y = 20$

Et $x = 2,5 y = 2,5 (20) = 50$

$$x = 50$$

$$y = 20$$

il y a un extremum pour les quantités $x = 50$ et $y = 20$

2- Déterminer le sens de cet extremum en cherchant le signe positif et négatif des dérivés secondes :

Pour répondre à cette question, on forme une **matrice hessienne** composée des dérivées secondes par rapport à x,y et λ :

- si le déterminant H^* est > 0 , il y a un maximum ;
- si le déterminant H^* est < 0 , il y a un minimum.

$$H = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{x\lambda} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{y\lambda} \\ \varepsilon_{\lambda x} & \varepsilon_{\lambda y} & \varepsilon_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} \quad H = \begin{vmatrix} + & - & + \\ 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -10 \\ -4 & -10 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H^* = 0 \begin{vmatrix} 0 & -10 \\ -10 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & -10 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} + (-4) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -10 \end{vmatrix}$$

$$H^* = 0 - 1(0 - (+40)) + (-4)((-10) + 0) = +40 + 40 = +80$$

$$H^* = +80 > 0 \Rightarrow \text{il y a un maximum}$$

Solution de l'exercice n°2 :

$$a) TMS_{xy} = U_{mx} / U_{my} = S'_x / S'_y = 12x^2 / 1$$

A l'équilibre, le consommateur est prêt à céder $12x^2$ unités de y pour avoir une seule unité de x.

b) Tout dépend de la valeur prise par le TMS_{xy} :

- si le TMS_{xy} est > 1 : cela signifie que le numérateur ($12x^2$) est $>$ au dénominateur (1). Il faut donc céder plus d'une unité de y pour obtenir une unité de x. le bien préféré est le bien x, et vice versa.

Solution de l'exercice n°3 :

$$U = 4xy$$

$$R = x + y = 20$$

1° La consommation qui maximise la satisfaction :

• **méthode de substitution :**

$$x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x \Rightarrow U = 4x(20 - x) = 80x - 4x^2$$

$$U' = 80 - 8x = 0 \Rightarrow x = 10$$

$$y = 20 - x = 20 - 10 = 10$$

Donc, $x = 10$ et $y = 10$

2° La consommation qui maximise la satisfaction si $p_y = 2$:

$$R = 20 = x + 2y \Rightarrow y = (20 - x) / 2 = 10 - 1/2 x$$

$$U = 4x(10 - 1/2 x) = 40x - 2x^2$$

$$U' = 40 - 4x = 0 \quad \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

3° Quel revenu le consommateur devrait-il avoir pour obtenir, lorsque $p_y = 2$, la même satisfaction que lorsque $p_y = 1$:

La satisfaction lorsque $p_y = 1$:

$$U_1 = 4(xy) = 4(10 \cdot 10) = 4(100) = 400$$

$$\text{Et } R = x + 2y$$

$$4(xy) = 400 \Rightarrow y = 400 / 4x = 100 / x$$

Remplaçons y par sa valeur dans R, on a alors :

$$R = x + 2(100/x) = x + 200/x$$

$$R' = 1 - (200/x^2) = 0$$

$$200/x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 200 \Rightarrow x = \sqrt{200} = 14,1$$

$$U = 4(14,1)y = 400 \Rightarrow y = 7,9 \quad \left. \begin{matrix} x = 14,1 \\ y = 7,9 \end{matrix} \right\}$$

$$\text{D'où, } R = 14,1 + 7,9 = 22$$

Il faut donc, augmenter le revenu de $R = 20$ à $R = 22$ pour compenser le doublement du prix de y (de $py = 1$ à $py = 2$) de manière à avoir la même satisfaction $U = 400$: c'est l'effet de revenu.

4° Le consommateur utilise $14,1x$ à la place de $10x(+4,1x)$ et $7,9y$ à la place de $10y(-2,1y)$: c'est l'effet de substitution provoqué par la variation du prix de y .

Solution n°4 :

$$U = xy^{1/2}$$

$$R = 540 = 6x + 18y$$

1° Calcul par Lagrangien les quantités x et y qui maximisent la satisfaction du consommateur :

$$(x, y, \lambda) = xy^{1/2} + \lambda(540 - 6x - 18y) = xy^{1/2} + \lambda 540 - \lambda 6x - \lambda 18y$$

Annulons les dérivées partielles par rapport à x , y et λ :

$$L'_x = y^{1/2} - 6\lambda = 0 \quad (1)$$

$$L'_y = \frac{1}{2} y^{-1/2} x - 18\lambda = 0 \quad (2)$$

$$L'_\lambda = 540 - 6x - 18y = 0 \quad (3)$$

Divisons l'équation (1) par rapport à l'équation (2) :

$$y^{1/2} / \frac{1}{2} y^{-1/2} x = 6\lambda / 18\lambda = 6/18 = 1/3$$

$$\frac{y}{\frac{1}{2} y^{-1/2} x} = 1/3 \Rightarrow 3y = (\frac{1}{2}) x \Rightarrow y = (1/6) x$$

Remplaçons y par sa valeur dans (3) :

$$\begin{aligned} 540 - 6x - 18(1/2 x) &= 0 \\ 540 - 6x - 3x &= 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 540 - 6x - 18(1/2 x) &= 0 \\ 540 - 6x - 3x &= 0 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow x = 60$$

$$540 - 6(60) - 18y = 0 \Rightarrow 540 - 360 - 18y = 0 \Rightarrow y = 10$$

L'utilité marginale réalisée pour $U = xy^{1/2}$ est :

$$U = 60 \cdot 10^{1/2} = 60 \cdot 3,33 = 200$$

2° Maximisation par la méthode de substitution :

$$\left. \begin{aligned} U &= xy^{1/2} \\ R &= 540 = 6x + 18y \end{aligned} \right\} \text{ D'où } x = \frac{540 - 18y}{6} = 90 - 3y$$

$$\text{Remplaçons } x \text{ par sa valeur dans la fonction : } U = y^{1/2} (90 - 3y) = 90y^{1/2} - 3y^{3/2}$$

Annulons la dérivée 1^{ère} :

$$U' = (1/2)90y^{-1/2} - 3/2 (3)y^{1/2} = 0$$

$$= 45 y^{-1/2} - (9/2) y^{1/2} = 0 \Rightarrow 45 y^{-1/2} = (9/2) y^{1/2} \Rightarrow 45 / y^{1/2} = (9/2) y^{1/2} / 2$$

$$90 = 9y \Rightarrow y = 10$$

$$\text{Remplaçons } y \text{ par sa valeur dans } R, \text{ on obtient : } 540 = 6x + 18(10) = 6x + 180 \Rightarrow x = 60$$

Autre méthode de maximisation :

$$U = xy^{1/2}$$

$$R = p_x x + p_y y$$

$$540 = 6x + 18y$$

$$\text{On sait que : } x = \alpha R / (\alpha + \beta)p_x \text{ et } y = \beta R / (\alpha + \beta)p_y$$

$$\text{Avec, } U = x^\alpha y^\beta$$

$$\text{Donc, } x = (540 \cdot 1) / (3/2) \cdot 6 = 540 / 9 = 60$$

$$y = (540 \cdot 1/2) / (18 \cdot 3/2) = 60/6 = 10$$

$$\text{D'où, } x = 60 \text{ et } y = 10$$