

Corrigé de 1^{re} Série 1 :

Exercice 1 :

Electrisation par frottement

① Corps A \longleftrightarrow Corps B \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{corps A : } +1 \cdot 10^{-9} \text{ C} \\ \text{corps B : } -1 \cdot 10^{-9} \text{ C} \end{array} \right.$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg.}$$

Electrisation = transfert de charges élémentaires (électrons) d'un corps à un autre.

① Le nombre d'électrons transférés de A \rightarrow B est :

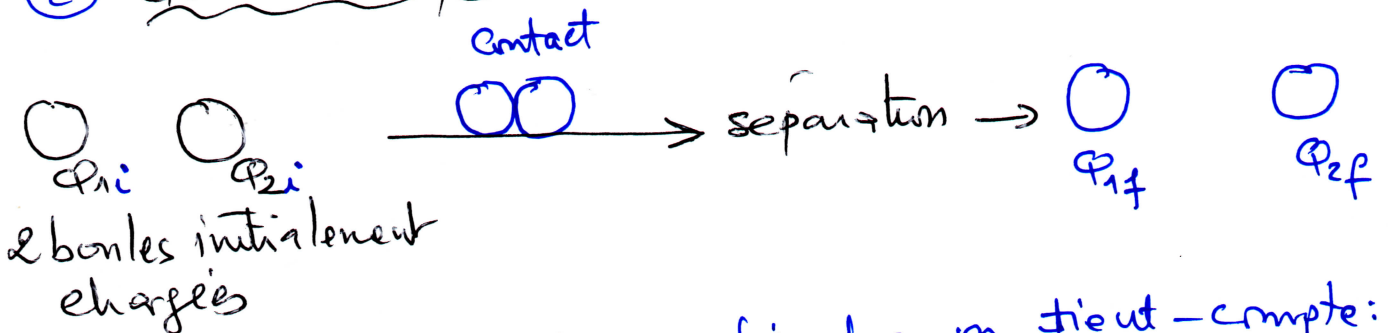
$$q = n \cdot e \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{10^{-9}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,25 \cdot 10^9 \text{ électrons}$$

② Ce qui correspond à un transfert massique :

$$m = m_e \cdot n = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \times 6,25 \cdot 10^9 = 5,625 \cdot 10^{-21} \text{ kg.}$$

N.B. : les corps chargés négativement gagnent en masse.

② Electrisation par contact :



Pour calculer les charges finales on tient compte :

* La charge est conservée $\Rightarrow \boxed{Q_i = Q_f}$

$$\Rightarrow Q_{1i} + Q_{2i} = Q_{1f} + Q_{2f}$$

* Comme les boules identiques (même taille, matériaux, propriétés ...)

$$\Rightarrow \boxed{Q_{1f} = Q_{2f}}$$

On a donc :

$$Q_{1i} + Q_{2i} \stackrel{①}{=} Q_{1f} + Q_{2f} = 2 Q_{1f} = 2 Q_{2f}$$

Donc $Q_{1f} = Q_{2f} = \frac{Q_{1i} + Q_{2i}}{2}$ (en valeurs algébriques)

A.N: 1^{er} cas: $Q_{1i} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $Q_{2i} = 0 \text{ C}$

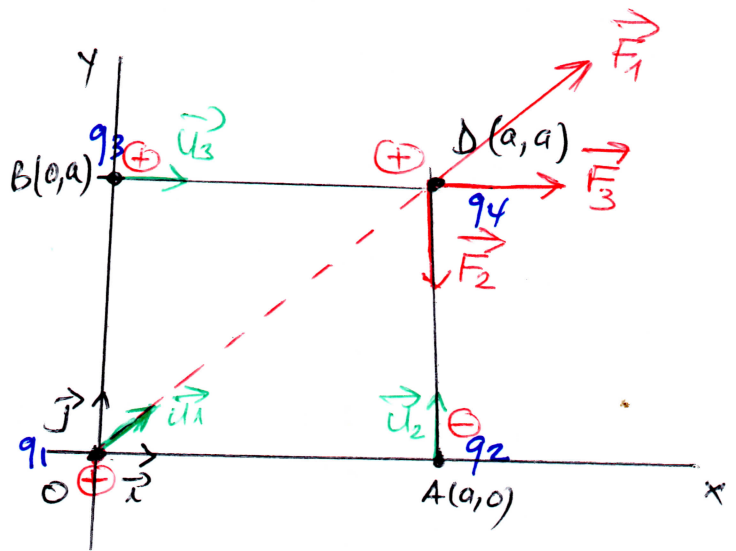
$\Rightarrow Q_{1f} = Q_{2f} = \frac{5 \cdot 10^{-9} \text{ C} + 0 \text{ C}}{2} = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

2^e cas: $Q_{1i} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $Q_{2i} = -6 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$\Rightarrow Q_{1f} = Q_{2f} = \frac{4 \cdot 10^{-9} \text{ C} - 6 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{2} = -10^{-9} \text{ C}$

Exercice 2:

$$\begin{cases} q_1 = q \\ q_2 = -q \\ q_3 = q \\ q = 10^{-9} \text{ C} \\ a = 4 \text{ cm} \\ q_4 = q \end{cases}$$



(1) Représentation des forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 exercées par les charges q_1 , q_2 et q_3 sur la charge $q_4 = q$. (voir figure).

(2) Expressions mathématiques des forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 en fonction de q et a .

* $\vec{F}_1 = \frac{kq_1q_4}{OD^2} \vec{u}_1 = \frac{kq^2}{2a^2} \vec{u}_1 = \frac{kq^2}{2a^2} (\cos \frac{\pi}{4} \vec{i} + \sin \frac{\pi}{4} \vec{j})$

$\vec{F}_1 = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{kq^2}{a^2} (\vec{i} + \vec{j})$

* $\vec{F}_2 = \frac{kq_2q_4}{AD^2} \vec{u}_2 = -\frac{kq^2}{a^2} (+\vec{j}) = -\frac{kq^2}{a^2} \vec{j}$

$$* \vec{F}_3 = \frac{k q_3 q_4}{BD^2} \vec{u}_3 = \frac{k q^2}{a^2} \vec{x}$$

③ La force résultante :

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{k q^2}{a^2} \vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{k q^2}{a^2} \vec{y} - \frac{k q^2}{a^2} \vec{y} + \frac{k q^2}{a^2} \vec{x}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{k q^2}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + 1 \right) \vec{x} + \frac{k q^2}{a^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1 \right) \vec{y}$$

Son module :

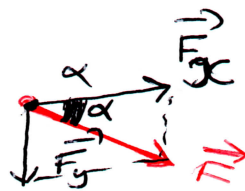
$$\|\vec{F}\| = \frac{k q^2}{a^2} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{4} + 1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1\right)^2}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times (10^{-9})^2}{4 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - 1\right)^2} = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

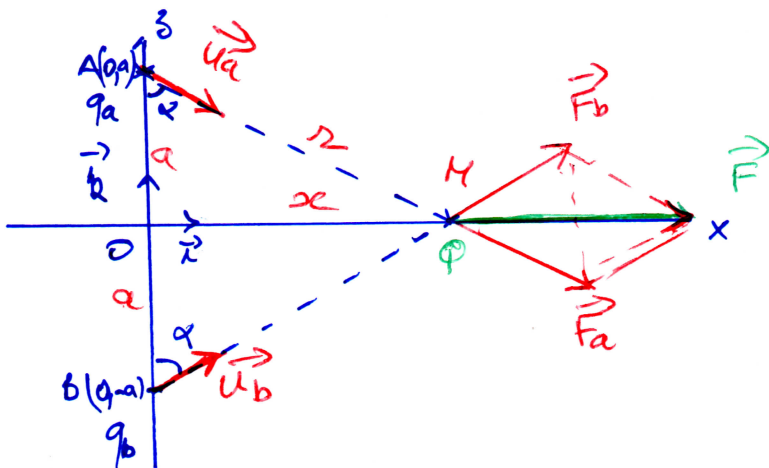
Direction : $\vec{F} = F_x \vec{x} + F_y \vec{y}$
 $F_x > 0$ et $F_y < 0$

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} - 1}{\frac{\sqrt{2}}{4} + 1} = -0,48$$

$$\Rightarrow \alpha = -25,1^\circ$$



Exercice 3 : $q_a = q_b = q > 0$, $OA = OB = a$, $\eta(x, 0)$.



① La force résultante exercée par q_a et q_b sur Q :

* Force exercée par q_a :

$$\vec{F}_a = \frac{k q_a Q}{r^2} \vec{u}_a = \frac{k q Q}{r^2} (\sin \alpha \vec{i} - \cos \alpha \vec{k})$$

$$= \frac{k q Q}{x^2 + a^2} (\sin \alpha \vec{i} - \cos \alpha \vec{k})$$

* Force exercée par q_b :

$$\vec{F}_b = \frac{k q_b Q}{r^2} \vec{u}_b = \frac{k q Q}{r^2} (\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{k})$$

$$= \frac{k q Q}{x^2 + a^2} (\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{k})$$

La résultante:

$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_b = \frac{k q Q}{x^2 + a^2} (\sin \alpha \vec{i} - \cos \alpha \vec{k} + \sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{k})$$

$$\vec{F} = \frac{k q Q}{x^2 + a^2} 2 \sin \alpha \vec{i} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = 2 k q Q \left(\frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \right) \vec{i}}$$

$$\text{Car } \sin \alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

② Module de \vec{F} :

$$\|\vec{F}\| = F = \frac{2 k q Q x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

F admet ses extrema (max et min) pour $\frac{dF}{dx} = 0$.

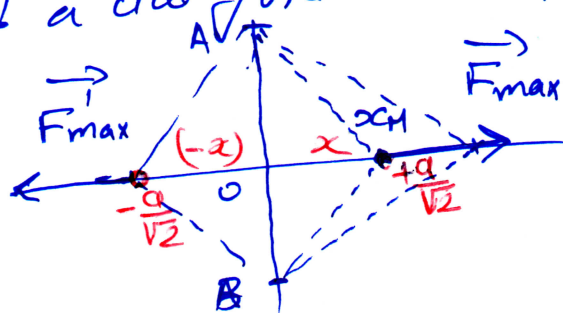
$$\frac{dF}{dx} = 2 k q Q \left(\frac{(x^2 + a^2)^{3/2} - 3x^2 (x^2 + a^2)^{1/2}}{(x^2 + a^2)^3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + a^2)^{3/2} = 3x^2 (x^2 + a^2)^{1/2} \Rightarrow x^2 + a^2 = 3x^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}}$$

Pour $x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$, \vec{F} est positif à une force max F_p :

$$\boxed{\vec{F}_{\max} = \pm \frac{4 k q Q}{3 a^2 \sqrt{3}} \vec{i}}$$

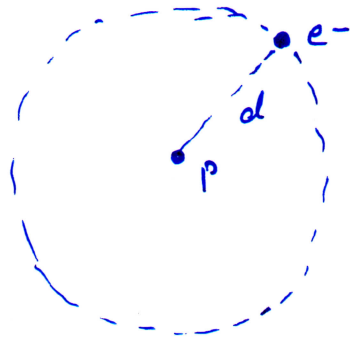
(u)



Exercices sup (corrigé)

EXOS 1:

$$\begin{aligned} m_e &= 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ m_p &= 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ q_e &= -1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ q_p &= +1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ G &= 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI} \\ k &= 9 \times 10^9 \text{ SI} \end{aligned}$$



(1) les forces gravitationnelle et électrostatique entre e et p.

$$F_e = \frac{k q_e \cdot q_p}{d^2} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{G} \cdot \frac{(q_e \cdot q_p)}{(m_e \cdot m_p)}$$

$$F_g = G \cdot \frac{m_e \cdot m_p}{d^2} \Rightarrow \frac{F_e}{F_g} = \frac{9 \times 10^9}{6,67 \cdot 10^{-11}} \cdot \frac{(1,6)^2 (10^{-38})}{1,67 \times 10^{-27} (9,1 \times 10^{-31})} = 2,27 \times 10^{39}$$

(2) $F_e \gg \gg F_g$.

Exercice S2: $Q_1 = q$, $Q_2 = 10^{-6} \text{ C} - q$, $d = 3 \text{ cm}$.

(1) la force répulsive entre Q_1 et Q_2 est:

$$F = \frac{k Q_1 Q_2}{d^2} = \frac{k q (10^{-6} - q)}{d^2}$$

cette force est maximale pour $\frac{dF}{dq} = 0$

$$\frac{dF}{dq} = \frac{k \times 10^{-6}}{d^2} - \frac{2kq}{d^2} = 0 \Rightarrow \boxed{q = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \text{ C}}$$

(2) $F_{\max} = \frac{k Q_1 Q_2}{d^2} = \frac{k (0,5 \times 10^{-6}) (0,5 \times 10^{-6})}{d^2}$

$$F_{\max} = \frac{9 \times 10^9 \times 0,25 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-4}} = 2,5 \text{ N}$$

(2)

Exercice S3

$$Q_1 + Q_2 = -8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

$$d = 3 \text{ m}$$

①

$$* \quad F_{12} = \frac{k Q_1 Q_2}{d^2} = 1 \text{ N}$$

$$\Rightarrow Q_1 \cdot Q_2 = \frac{1 \times d^2}{k} = \frac{9}{9 \cdot 10^9} = 10^{-9}$$

$$\Rightarrow Q_1 \cdot Q_2 = 10^{-9} \text{ C}^2$$

$$\text{ou a : } Q_1 + Q_2 = -8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

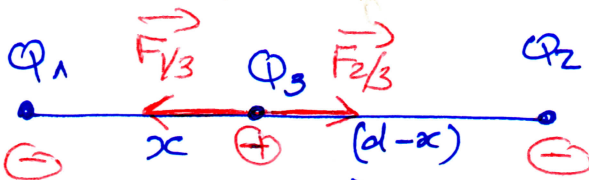
$$Q_1 \cdot Q_2 = 10^{-9} \text{ C}^2 \Rightarrow Q_2^2 - 8 \cdot 10^{-5} Q_2 + 10^{-9} = 0$$

$$\Delta = 24 \cdot 10^{-10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_2 = -6,45 \cdot 10^{-5} \text{ C} \\ Q_1 = -1,55 \cdot 10^{-5} \text{ C} \end{cases}$$

$$\text{et/ou } \begin{cases} Q_2 = -1,55 \cdot 10^{-5} \text{ C} \\ Q_1 = -6,45 \cdot 10^{-5} \text{ C} \end{cases}$$

②



$$Q_3 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

A l'équilibre $\|F_{13}\| = \|F_{23}\|$

$$\Rightarrow \frac{k |Q_1 Q_3|}{x^2} = \frac{k |Q_2 Q_3|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{6,45}{x^2} = \frac{1,55}{(3-x)^2}$$

$$\Rightarrow 6,45(9 - 6x + x^2) = 1,55x^2$$

$$\Rightarrow 4,9x^2 - 38,7x + 58,05 = 0$$

$$\Delta = (38,7)^2 - 4(4,9)(58,05) = 359,91$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{38,7 - \sqrt{359,91}}{2 \times 4,9} = 2,01 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{38,7 + \sqrt{359,91}}{2 \times 4,9} = 5,88 \text{ m (valeur exclue)}$$

