- Diagramme de Bode.

1- Element du 1^{er} ordre au numérateur.

La fonction de transfert en tension est : $T(j\omega) = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)$

$$G(\omega) = |T(j\omega)| = \sqrt{1+\left(\omega/\omega_0\right)^2}$$

gain en dB $\Rightarrow$ $G_{dB}(\omega) = 20\log G(\omega) = 20\log\sqrt{1+\left(\omega/\omega_0\right)^2}$

$$G_{dB}(\omega) = 10\log\left[1+\left(\omega/\omega_0\right)^2\right]$$

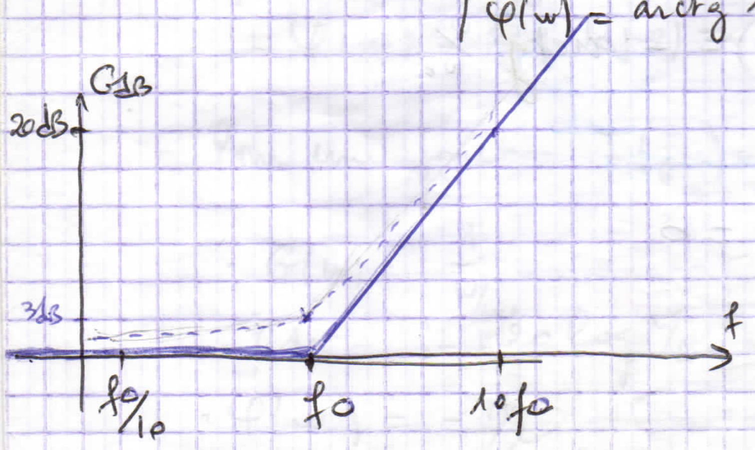
La phase est $\varphi(\omega) = \arg T(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\omega/\omega_0}{1} = \operatorname{arctg}\frac{[\text{imaginaire}]}{(\text{réelle})}$.

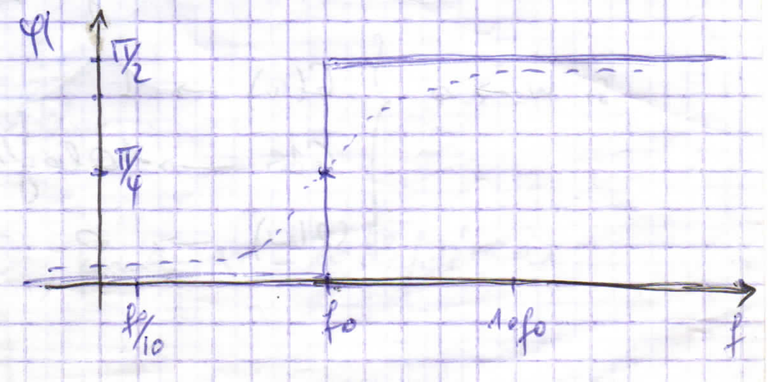
$$= \operatorname{arctg}\omega/\omega_0$$

si $\omega \to 0$ $\begin{cases} G(\omega) \to 1 \\ G_{dB}(\omega) \to 10\log 1 = 0 \\ \varphi(\omega) \to 0 \end{cases}$

si $\omega \to \infty$ $\begin{cases} G(\omega) \to \infty \\ G_{dB}(\omega) \to 20\log\frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{droite de pente } +20\text{dB/decade} \\ \varphi(\omega) \to \pi/2 \end{cases}$

Si $\omega = \omega_0$ $\begin{cases} G(\omega) = \sqrt{2} \\ G_{dB} = 20\log\sqrt{2} = 10\log 2 = 3\text{ dB} \\ \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} 1 = \pi/4 \end{cases}$





2 - Multiplication par une Constante.

Si nous multiplions par une Constante A. on aura

$$T(j\omega) = A.(1+j\,\omega/\omega_0)$$

$$G(\omega) = |T(j\omega)| = |A|.\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}$$

$$G_{dB} = 20\log|A| + 10\log\left(1+(\omega/\omega_0)^2\right)$$

Nous avons simplement un décalage de $20\log|A|$ pour la Courbe de gain, ce qui Correspond à une translation verticale de la Courbe de gain.

$$\begin{cases} A>0 & \varphi(\omega) = \arg(A) + \arg(1+j\,\omega/\omega_0) = \operatorname{arctg}\,\omega/\omega_0 \\ A<0 & \varphi(\omega) = \arg(A) + \arg(1+j\,\omega/\omega_0) = 180 + \operatorname{arctg}\,\omega/\omega_0 \end{cases}$$

Nous avons un décalage de $\pm 180°$ si $A<0$. La Courbe reste inchangée si $A>0$.

3. ~~Multiplication~~ Element du 1^{er} ordre au dénominateur.

$$T(j\omega) = \frac{1}{1+j\,\omega/\omega_0}$$

$$G(\omega) = |T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}}$$

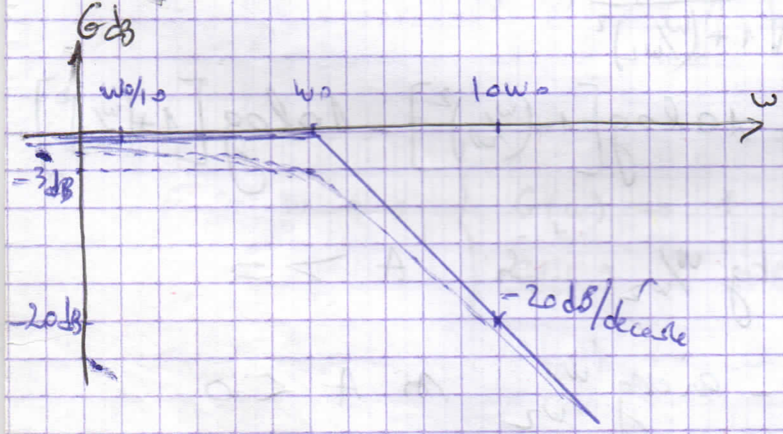
$$G_{dB}(\omega) = -20\log\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2} = -10\log\left[1+(\omega/\omega_0)^2\right]$$

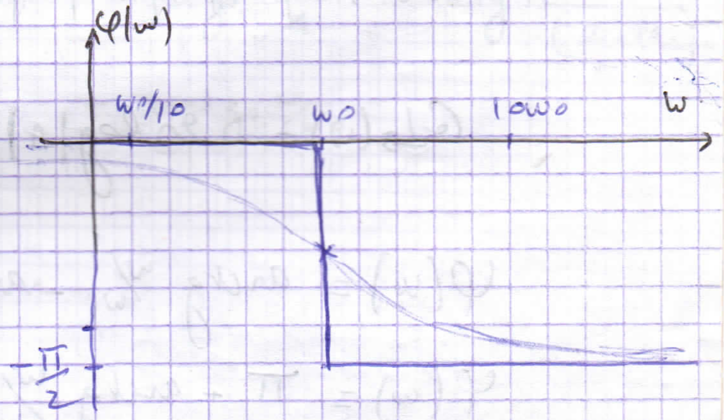
La Phase $\varphi(\omega) = \arg T(j\omega) = -\operatorname{arctg}\,\omega/\omega_0$

si $\omega \to 0$ $\begin{cases} G(\omega) \to 1 \\ G_{dB} \to -10\log 1 = 0 \\ \varphi(\omega) \to 0 \end{cases}$

si $\omega \to \infty$ $\begin{cases} G(\omega) \to 0 \\ G_{dB}(\omega) \to -10 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = -20 \log \omega/\omega_0 . \\ \quad \text{droite de pente } -20\,dB/\text{décade} \\ \varphi(\omega) \to -\pi/2 \end{cases}$

pour $\omega = \omega_0$ $\begin{cases} G(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ G_{dB} = -10 \log 2 = -3\,dB \\ \varphi(\omega) = -\arctg 1 = -\pi/4 . \end{cases}$





4- Cas des imaginaires pures

pour une fonction $T(j\omega) = j\,\omega/\omega_0$

- $G(\omega) = |T(j\omega)| = \omega/\omega_0$
- $G_{dB} = 20 \log \omega/\omega_0$

la pente du diagramme de gain est $+20dB/$décade

- $\varphi(\omega) = \arg T(j\omega) = \dfrac{\pi}{2}$.

Pour une fonction $T(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega/\omega_0}$.

· $G(\omega) = \dfrac{1}{\omega/\omega_0}$

· $G_{dB} = -20 \log \omega/\omega_0$, pente est $-20dB/$décade

· $\varphi(\omega) = -\pi/2$

5. Composition de Fonction du 1er ordre

- le gain du système global est égal à la somme des gains de chaque système simple
- La phase du système global est égale à la somme des phases de chaque système simple.

Soit une fonction $T(j\omega) = A \cdot \dfrac{1+j\,\omega/\omega_1}{1+j\,\omega/\omega_2}$

$$G(\omega) = |T(j\omega)| = |A| \frac{\sqrt{1+(\omega/\omega_1)^2}}{\sqrt{1+(\omega/\omega_2)^2}}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20\log|A| + 10\log\left[1+(\omega/\omega_1)^2\right] - 10\log\left[1+(\omega/\omega_2)^2\right]$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}\ \omega/\omega_1 - \text{arctg}\ \omega/\omega_2 \quad \text{si} \quad A > 0$$

$$\varphi(\omega) = \pi + \text{arctg}\ \omega/\omega_1 - \text{arctg}\ \omega/\omega_2 \quad \text{si}\ A < 0.$$

Exemple :

$$H(j\omega) = 100 \cdot \frac{\left(1 + j\,\omega/100\right)}{\left(1 + j\,\omega/10\right)\left(1 + j\,\omega/1000\right)}$$

$$G_V = \left|H(j\omega)\right| = 100\,\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{100}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10}\right)^2}\,\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{1000}\right)^2}}$$

$$G_{V\,dB} = 20\log G_V = 20\log 100 + 20\log\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{100}\right)^2} - 20\log\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10}\right)^2}$$
$$- 20\log\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{1000}\right)^2}$$

$$G_{V\,dB} = 40\log 10 + 10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{100}\right)^2\right) - 10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{10}\right)^2\right) - 10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{1000}\right)^2\right)$$
$$= 40\,dB + G_1 + G_2 + G_3$$

$G_{1\,dB} = 10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{100}\right)^2\right)$ | $\omega \to 0$: $G_1 \to 0$

$\omega \to \infty$: $G_1 \simeq 10\log\left(\frac{\omega}{100}\right)^2 = 20\log\frac{\omega}{100}$

droite de pente $+20\,dB/déc$.

$G_{2\,dB} = -10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{10}\right)^2\right)$ | $\omega \to 0$: $G_2 \to 0$

$\omega \to \infty$: $G_2 \simeq -10\log\left(\frac{\omega}{10}\right)^2 = -20\log\frac{\omega}{10}$,

droite de pente $-20\,dB/déc$

$G_{3\,dB} = -10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{1000}\right)^2\right)$ | $\omega \to 0$: $G_3 \to 0$

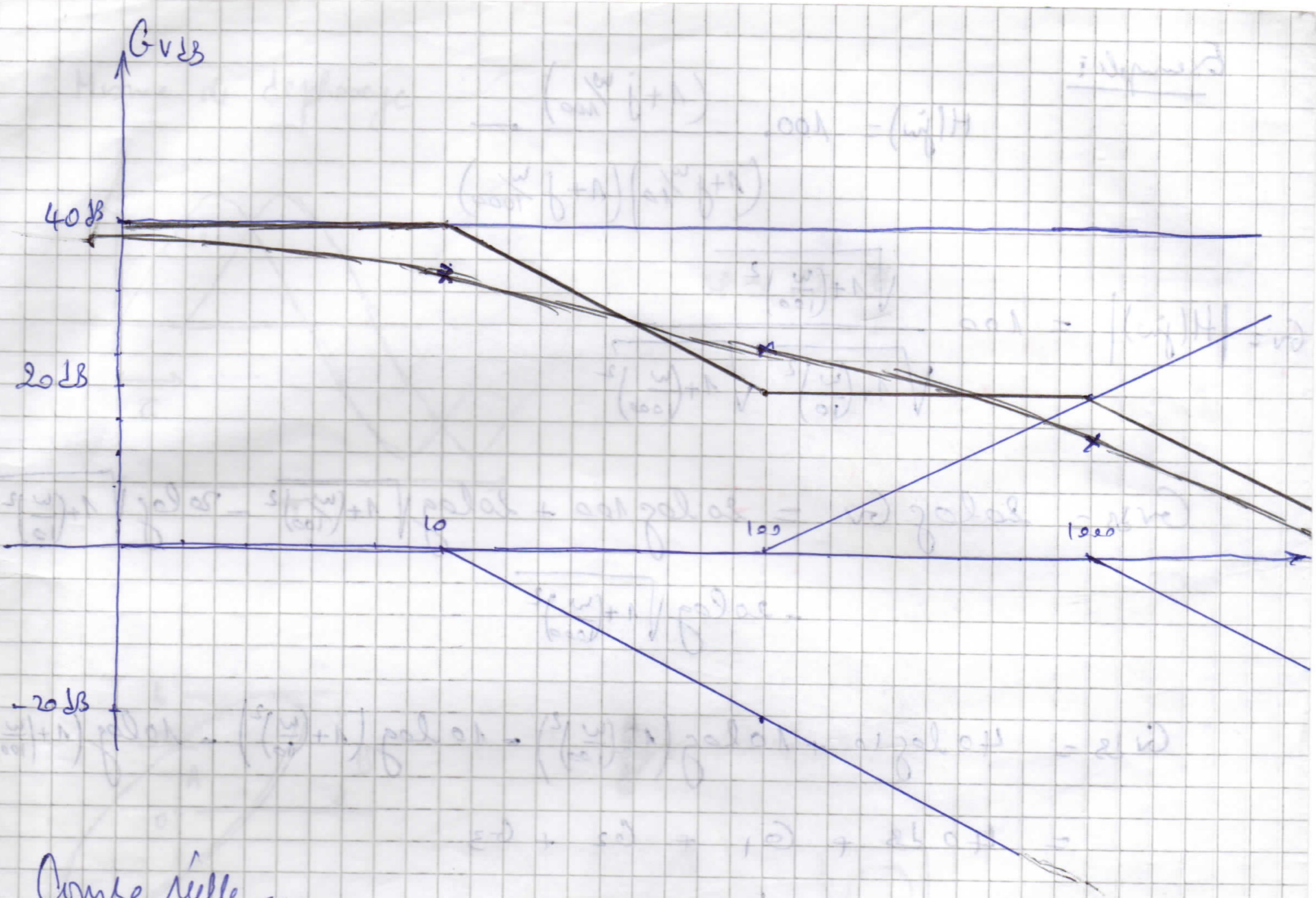
$\omega \to \infty$: $G_3 \simeq -10\log\left(\frac{\omega}{1000}\right)^2 = -20\log\frac{\omega}{1000}$

droite de pente $-20\,dB/déc$.

$$\varphi(\omega) = \arctg\frac{\omega}{100} - \arctg\frac{\omega}{10} - \arctg\frac{\omega}{1000}$$

$\omega \to 0$ $\to 0$

$\omega \to \infty$ $\to$



Courbe réelle :

$w = 10$

$$Gv_{dB} = 40\,dB + 10\log\left(1+\left(\frac{10}{100}\right)^2\right) - 10\log(1+1) - 10\log\left(1+\left(\frac{10}{1000}\right)^2\right)$$

$$= 40\,dB + 0 - 3\,dB - 0 = 37\,dB$$

$w = 100$

$$Gv_{dB} = 40\,dB + 10\log(1+1) - 10\log\left(1+\left(\frac{100}{10}\right)^2\right) - 10\log\left(1+\left(\frac{100}{1000}\right)^2\right)$$

$$= 40\,dB + 3\,dB - 20\log 10 - 0$$

$$= 23\,dB$$

$w = 1000$

$$Gv_{dB} = 40\,dB + 10\log\left(1+\left(\frac{1000}{100}\right)^2\right) - 10\log\left(1+\left(\frac{1000}{10}\right)^2\right) - 10\log(1+1)$$

$$= 40\,dB + 20\log 10 - 40\log 10 - 3\,dB$$

$$= 17\,dB$$