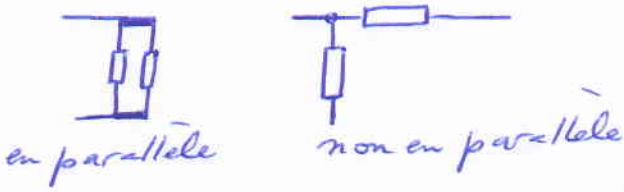
CORRIGES DES SERIES DE TD 1 A 4

SERIE1

Exercice1

Rappel de cours :

- *Deux résistances sont en série sont parcourues par le même courant, le nœud qui les relie ne mène vers aucune autre branche.*
- *Deux résistances sont en parallèle sont reliées à leurs **deux** bornes. Elles ont la même tension à leurs bornes*



Delà, il en ressort que

Fig.1

1. R1 n'est pas en série avec R2
2. R4 est en série avec R5
3. R1 n'est pas en parallèle avec R4
4. R2 est en parallèle avec R3

Fig.2

Il n'y a ni résistances en série, ni résistances en parallèle

Exercice2

Fig.3

Rappel : Loi d'Ohm U= RI, I= U/R

I_{R1}= 5V/1kΩ = 5 mA

I_{R2}=2V/400Ω= 5mA

I_{R3}=3V/600Ω=5mA

Les trois résistances sont en série, elles sont parcourues par le même courant

Fig.4

$U_{R1} = U_{R2} = U = R_1*I_1 = R_2 * I_2 = (R_1//R_2)*I$

$I = I_1 + I_2$

➔

$$I1 = I\frac{R2}{R1+R2} \qquad I2 = I\frac{R1}{R1+R2}$$

Fig.5

$U_{R1} = U_{R2} = U_{R3} = U = R_1*I_1 = R_2 * I_2 = R3 * I3 = (R_1// R_2//R_3)*I$

$I = I_1 + I_2 + I_3$

➔

$$I1 = I\frac{R2//R3}{R1+(R2//R3)} \qquad I2 = I\frac{R1//R3}{R2+(R1//R3)} \qquad I3 = I\frac{R1//R2}{R3+(R1//R2)}$$

Formule générale : *la loi du diviseur de courant permet de calculer le courant dans une branche en **parallèle avec d'autres branches**, connaissant le courant principal. Le calcul simple consiste à ramener le circuit contenant plusieurs branches en parallèle à seulement deux branches : la branche parcourue par le courant à calculer et l'équivalent du reste. Le courant à calculer est égal au courant principal (global) multiplié par la résistance de l'autre branche [de l'équivalent des autres branches s'il y a plusieurs] divisé par la **somme** des résistances.(attention : somme de la branche concernée et de **l'équivalent** des autres)*

Exercice3

Fig.6

$I_{R1}=I_{R2}=I_{R3}=U_{R1}/R_1 = U_{R2}/R_2=U_{R3}/R_3=E/(R_1+R_2+R_3)$

➔

$$U_{R1} = E\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3} \quad U_{R2} = E\frac{R_2}{R_1+R_2+R_3} \quad U_{R3} = E\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

Fig.7

Il faut ramener le circuit à une branche contenant R_{12} = (R1//R2) et R_3.
*Rappel : une branche est un ensemble de dipôles en **série***

$$U_{R1} = U_{R2} = E\frac{R_1//R_2}{(R_1//R_2)+R_3} \qquad U_{R3} = E\frac{R_3}{(R_1//R_2)+R_3}$$

La résistance R_3 n'est en série ni avec R_1 ni avec R_2. Elle est en série avec (R1//R2) avec qui elle constitue une branche.

Formule générale : La loi du diviseur de tension permet de calculer la tension aux bornes d'un élément d'une branche. La tension aux bornes d'un élément d'une branche est égale à la tension globale multipliée par la résistance de l'élément (aux bornes duquel règne la tension à calculer) divisée par la résistance globale (somme des résistances de la branche)

Exercice4

Fig.9 On applique le diviseur de courants

$$I = 10mA.\frac{\ell}{\ell+R} = 10\,mA.\frac{1k\Omega}{1k\Omega+1k\Omega} = 5mA \qquad U = 12V.\frac{1k\Omega}{1k\Omega+100\Omega} = 12\times 0{,}91 = 10{,}9V$$

$$I = 10mA\,\frac{\ell}{\ell+R} = 10mA.\frac{100k\Omega}{100k\Omega+1k\Omega} \simeq 10mA \qquad U = 12V.\frac{1k\Omega}{1k\Omega+1\Omega} \simeq 12V$$

Fig 9 Fig 10

La résistance de la source dans le premier cas n'est pas grande, on ne peut pas parler de source de courant à proprement parler
La résistance de la source dans le second cas est assez grande, le courant I est assez proche du courant de la source.

Fig.10 On applique le diviseur de tensions
La résistance de la source dans le premier cas est grande, on ne peut pas parler de source de tension à proprement parler
La résistance de la source dans le second cas est assez faible, la tension U est assez proche de la fem de la source.

Fig 11
Puissance P = $R*I^2=U*I=U^2/R$
$I=E/(R+r)$
➔$P=ER/(R+r)^2$
P maximale si sa dérivée est nulle. Cela est réalisé pour R= r
La source délivre la puissance maximale lorsqu'elle est chargée par une résistance égale à sa résistance interne

Exercice 5

$U = RI \Rightarrow I = \frac{U}{R}$

Pour U donné, I est inversement proportionnel à R

Donc le courant dans la résistance de 1kΩ est plus grand que dans celui de la résistance de 2kΩ ($I_1 > I_2$)

$U = RI$ - Pour I donné, U est proportionnelle à R

La tension est plus grande dans la résistance la plus grande d'une branche . $U_1 > U_2$

Exercice 6

* Fig. 14 $U = 0$ court-circuit $\Rightarrow I = 0$

la première résistance est court circuitée, la tension à ses bornes est nulle et son courant est aussi nulle - Elle ne joue aucun rôle (Il faut la retirer)

on aura alors $U' = 12V$

* Fig 15 Il y a circuit ouvert $\Rightarrow I = 0$

la résistance supérieure ne joue aucun rôle (Faut la retirer) - on aura alors $U = 12V$

Règle : tout élément court-circuité (ses 2 bornes reliées ensemble) ou en circuit ouvert (une de ses bornes en l'air, non reliée) doit être retiré du circuit . Il ne joue aucun rôle (son courant est nul, la tension à ses bornes est nulle)

Exercice 7 En parallèle, $\frac{1}{Req} = \Sigma \frac{1}{Ri}$

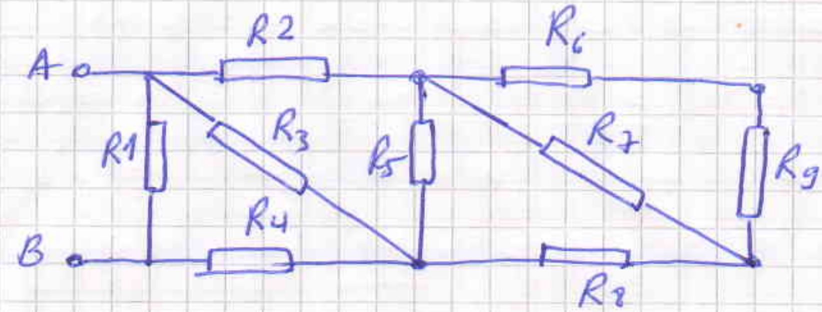
$\Rightarrow \frac{1}{Req} > \frac{1}{\min(Ri)}$ Donc $Req < \min(Ri)$

Exercice 8 En série $Req = \Sigma Ri$

$\Rightarrow Req > \max(Ri)$

Exercice 9

L'astuce ici est d'éviter de commencer par les extrémités et de remarquer que les 2 résistances de 1Ω à droite sont en série



R_6 en série avec R_9 _ le tout parallèle avec R_7

$((R_6+R_9)//R_7)$ en série avec R_8 _ le tout parallèle avec R_5

$[(((R_6+R_9)//R_7)+R_8)//R_5]$ en série avec R_2 - le tout parallèle avec R_3

$[((((R_6+R_9)//R_7)+R_8)//R_5)+R_2)//R_3]$ en série avec R_4

$$R_{AB} = (((((R_6+R_9)//R_7)+R_8)//R_5)+R_2)//R_3)+R_4)//R_1$$

$1 + 1$

$2 // 2$

$1 + 1$

$2 // 2$

$1 + 1 // 2$

2

$1 + 1 // 2 = 1\,\Omega$

2

$R_{AB} = 1\,\Omega$

Série 2

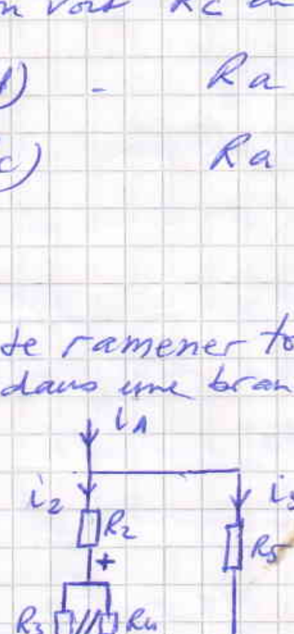
Exercice 1

* $R_{AB} = R_a$ Tout ce qui est à droite de B est en l'air
* $R_{AC} = R_a + [R_c // (R_b + R_d)] = R_{AB} + R_{BC}$

  Entre B et C on voit R_c en parallèle avec $(R_b + R_d)$
* $R_{BC} = R_c // (R_b + R_d)$ - R_a est en l'air
* $R_{CD} = R_d // (R_b + R_c)$ R_a en l'air

Exercice 2

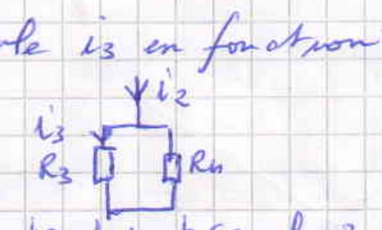
* Diviseur de courant : se ramener toujours à 2 branches en parallèle. Le courant dans une branche est égal au courant global multiplié par la résistance de l'autre branche, divisé par la somme des résistances des 2 branches



i_2 : il dérive de i_1

$$i_2 = i_1 \times \frac{R_5}{R_5 + R_2 + (R_3 // R_4)}$$

i_3 ne dérive pas directement de i_1. on calcule i_3 en fonction de i_2, duquel il dérive d'abord.



$$i_3 = i_2 . \frac{R_4}{R_4 + R_3}$$

remplacer ensuite i_2 obtenu de l'expression précédente $\Rightarrow i_3 = \frac{R_4}{R_4 + R_3} . \frac{R_5 . i_1}{R_5 + R_2 + (R_3 // R_4)}$

i_5 il dérive de i_1

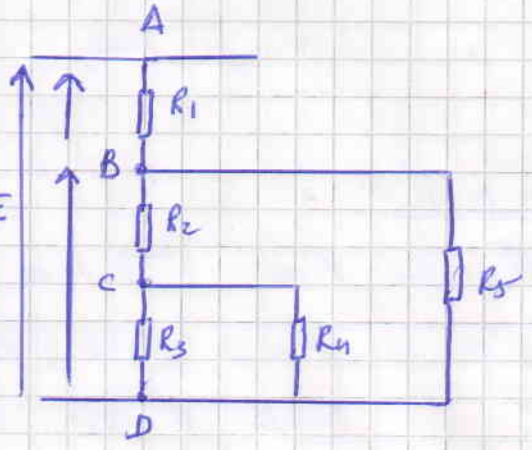
$$i_5 = i_1 . \frac{R_2 + (R_3 // R_4)}{R_5 + R_2 + (R_3 + R_4)}$$

NB Vérifier que $i_1 = i_2 + i_5$

* Diviseur de tension : se ramener à une branche (= ensemble de dipoles en série). Si un élément de la branche est composé de plusieurs éléments en association série, parallèle, prendre l'équivalent.

* Branche AD =

R_1 en série avec l'équivalent R_{BD}



$E = U_{AD} = U_{AB} + U_{BD}$

$U_{AD} = E \quad U_{AB} = U_1 \quad U_B = U_5$

* Branche BD = R_5 en parallèle avec $[R_2 + (R_3 // R_4)]$

* U_2 n'est pas une division directe de $E = U_{AB}$

U_1 et U_5 sont des divisions directes de E

* Le diviseur de tension s'applique à E, U_1 et U_5 (Branche AD)

Il s'applique aussi à U_5, U_2, U_3, U_4 (Branche BD)

* U_2 ne peut pas être calculé directement de $U_{AB} = E$

$U_3 = U_4$ = divisions directes de U_5

$\Rightarrow$ Branche AD $\quad U_1 = \dfrac{E \cdot R_1}{R_{AD}} = E \cdot \dfrac{R_1}{R_1 + [R_5 // [R_2 + (R_3 // R_4)]]}$

$$U_5 = U_{BD} = E \cdot \frac{R_5 // (R_2 + (R_3 // R_4))}{R_1 + [R_5 // (R_2 + (R_3 // R_4))]}$$

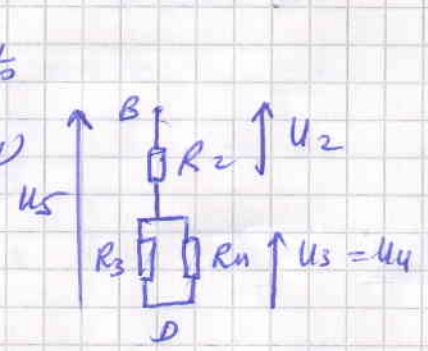
NB : Vérifier que $U_1 + U_5 = E$

$\Rightarrow$ Branche BD = 2 branches en parallèle

R_5 et $[R_2 + (R_3 // R_4)]$

1 seul élément — plusieurs éléments

on prend la branche $R_2 + (R_3 // R_4)$



$$U_2 = U_5 \cdot \frac{R_2}{R_2 + (R_3 // R_4)}$$

$$U_4 = U_3 = U_5 \cdot \frac{(R_3 // R_4)}{R_2 + (R_3 // R_4)}$$

NB Vérifier que $U_2 + U_3 = U_5$

Exercice 3   Fig 3

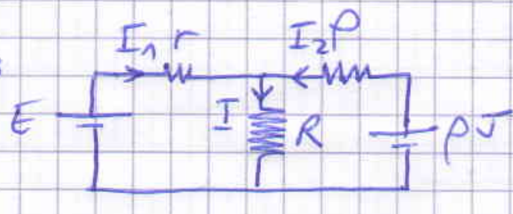
* Que des sources de courant

- les 2 courants s'ajoutent
- r et ρ sont en parallèle

$$\frac{E}{r} + J = \frac{2}{10} + 0{,}1 = 0{,}3\ A \qquad r /\!/ \rho = \frac{10 \cdot 1000}{10 + 1000} = \frac{1000}{101}\ \Omega$$

$$I = \left(\frac{E}{r} + J\right) \times \frac{(\rho /\!/ r)}{(\rho /\!/ r) + R} = \frac{1}{37}\ A$$

* Que des sources de tensions



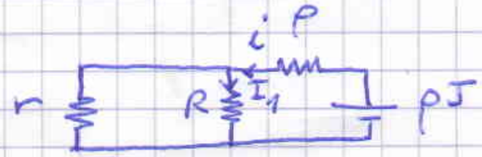
- Lois de Kirchhoff

$$\begin{cases} E = R(I_1 + I_2) + r I_1 = (R + r) I_1 + R I_2 \\ \rho J = R(I_1 + I_2) + \rho I_2 = R I_1 + (R + \rho) I_2 \end{cases}$$

Soit
$$\begin{cases} 2 = 110\, I_1 + 100\, I_2 \\ 100 = 100\, I_1 + 1100\, I_2 \end{cases} \Rightarrow I = I_1 + I_2 = \frac{1}{37}\ A$$

- Théorème de superposition

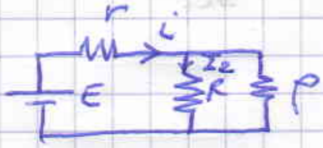
Source (E, r) éteinte



$$i = \frac{\rho J}{(R /\!/ r) + \rho}$$

$$I_1 = i \cdot \frac{r}{r + R} = \frac{r \rho J}{(r + R)} \cdot \frac{r + R}{rR + \rho(R + r)} = \frac{r \rho J}{rR + \rho(R + r)} = \frac{1}{111}\ A$$

Source de tension éteinte $(\rho J, \rho)$



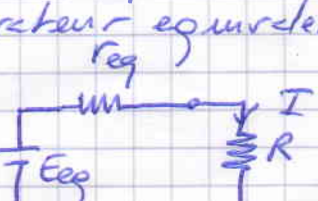
$$i = \frac{E}{r + (\rho /\!/ R)}$$

$$I_2 = i \cdot \frac{\rho}{\rho + R} = \frac{E(\rho + R)}{r(\rho + R) + \rho R} \cdot \frac{\rho}{\rho + R} = E \frac{\rho}{\rho R + r(\rho + R)} = \frac{2}{111}\ A$$

Le courant global $I = I_1 + I_2 = \frac{1}{111} + \frac{2}{111} = \frac{3}{111} = \frac{1}{37}\ A$

- Théorème de Millmann. On peut calculer le générateur équivalent

$$E_{eq} = \frac{\frac{E}{r} + \frac{\rho J}{\rho}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}} = \frac{E\rho + r\rho J}{\rho + r} = \frac{300}{101}\ V$$



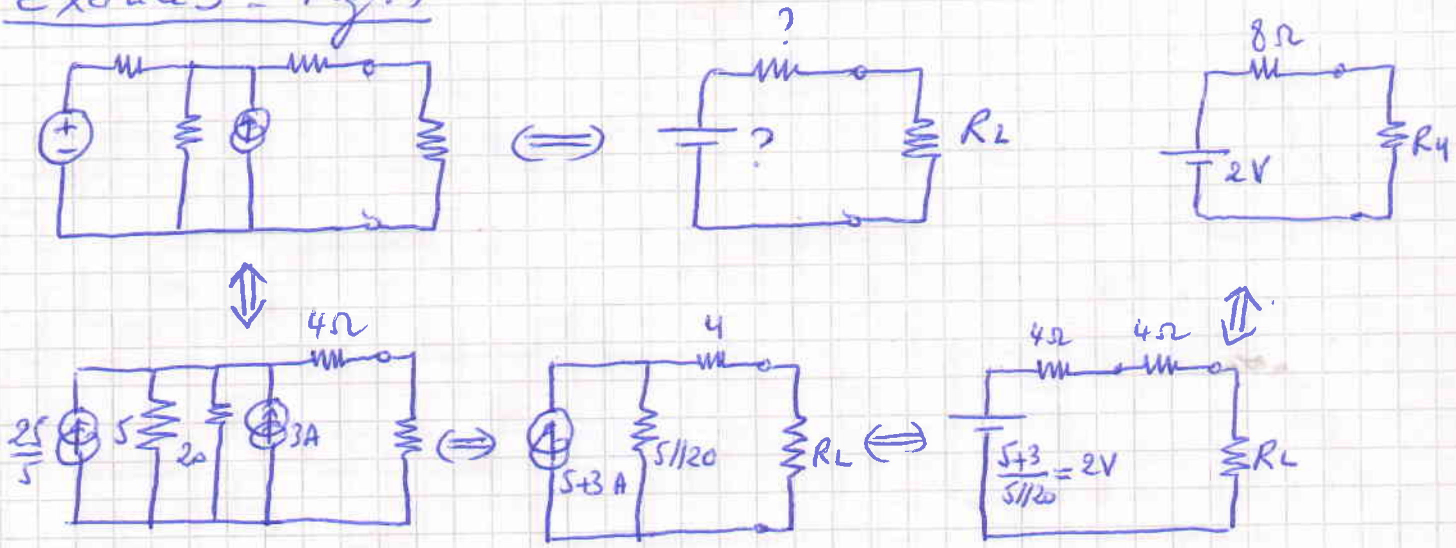
$$r_{eq} = (r /\!/ \rho) = \frac{r\rho}{r + \rho} \qquad I = \frac{E_{eq}}{R + r_{eq}} = \frac{1}{37 A}$$

ou bien, on peut calculer directement la tension aux bornes de R

$$U_R = \frac{\frac{E}{r} + \frac{\rho J}{\rho} + \frac{0}{R}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho} + \frac{1}{R}} = \frac{E\rho R + r\rho R J}{rR + r\rho + \rho R}$$

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{\rho(E + rJ)}{rR + r\rho + \rho R} = \frac{3}{111} \text{ A}$$

Exercice 3 _ Fig. 4



Exercice 4

Mailles indépendantes signifie que les relations qui les décrivent ne peuvent pas être obtenues les unes des autres.

ex
$$\begin{cases} x + y = z & ① \\ x + 1 = 0 & ② \\ y - 1 = z & ③ \end{cases}$$

ces 3 équations ne sont pas indépendantes (elles sont liées)

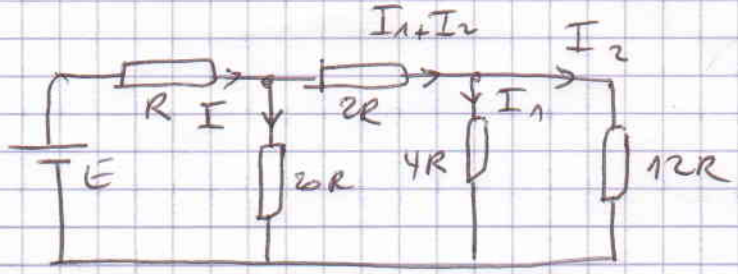
① = ② + ③ , ③ = ① − ② . . . .

Résultats : Elles sont insuffisantes pour calculer x, y et z

Si on a n inconnues à calculer, il faut n équations indépendantes.

La figure 5 comporte 6 mailles, 3 sont indépendantes à chaque fois.

Par la résistance 20R passe un courant égal à $I - I_1 - I_2$



$E = 20R(I - I_1 - I_2) + RI$

$E = RI + 2R(I_1 + I_2) + 4R I_1$

$E = RI + 2R(I_1 + I_2) + 12R I_1$

$0 = 20R(I - I_1 - I_2) - 2R(I_1 + I_2) - 4RI_1$

$0 = 20R(I - I_1 - I_2) - 2R(I_1 + I_2) - 12RI_2$

$0 = 4RI_1 - 12RI_2$

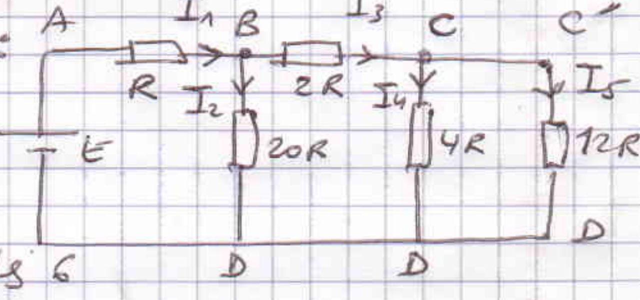
Equations aux mailles avec les courants I, I_1, I_2

3 équations parmi les 6 suffisent pour trouver I, I_1, I_2

Equations avec les courants réels :

⇒ 5 inconnues : I_1, I_2, I_3, I_4 et I_5

⇒ 5 équations $\begin{cases} \text{2 noeuds } B, C \\ \text{3 mailles parmi les 6 (indépendantes)} \end{cases}$

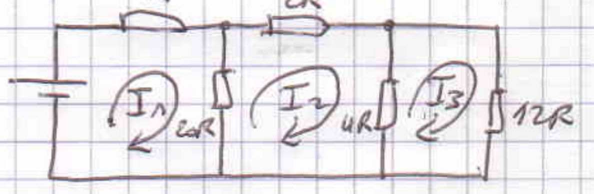


Ex : $\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_3 = I_4 + I_5 \end{cases}$

$\begin{cases} ABD & E = RI_1 + 20R I_2 \\ ABCD & E = RI_1 + 2R I_3 + 4R I_4 \\ BC'D & 0 = 20RI_2 - 2RI_3 - 12RI_5 \end{cases}$

Equations avec les courants de mailles

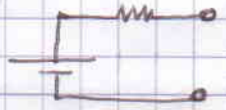
3 équations suffisent, celles des mailles. Les courants réels se déduisent des courants des mailles



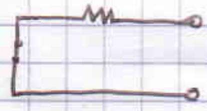
Ex $\begin{cases} E = 20R(I_1 - I_2) + RI_1 \\ E = RI_1 + 2RI_2 + 4R(I_2 - I_3) \\ 0 = 20R(I_1 - I_2) - 2RI_2 - 12RI_3 \end{cases}$

<u>Exercice 5</u> Théorème de superposition

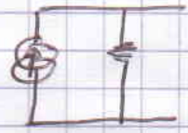
<u>rappel</u> : * source de tension



source de tension éteinte

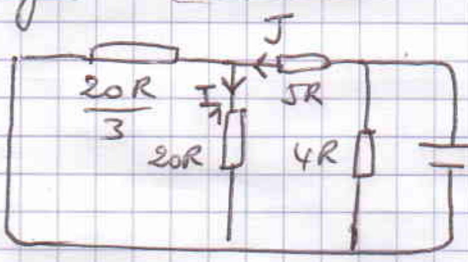


* source de courant



source de courant éteinte

<u>Fig 6</u> <u>E éteinte</u>

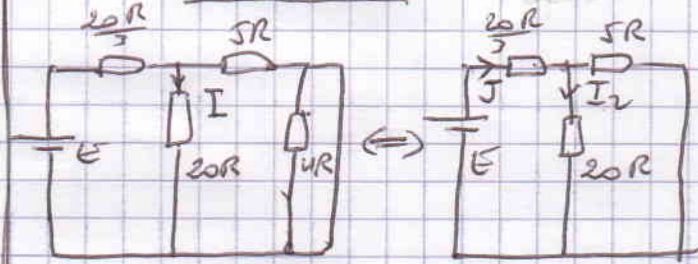


$$I_1 = J \frac{20R/3}{\frac{20R}{3} + 20R} = \frac{J}{4}$$

$$J = \frac{E'}{5R + (20R // \frac{20}{3}R)} = \frac{E'}{10R}$$

$$I_1 = \frac{E'}{40R}$$

<u>E' éteinte</u>



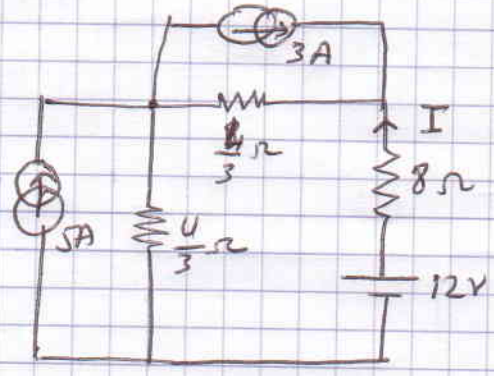
$$I_2 = J \frac{5R}{5R + 20R} = \frac{J}{5}$$

$$J = \frac{E}{\frac{20R}{3} + (5R // 20R)} = \frac{3E}{32R}$$

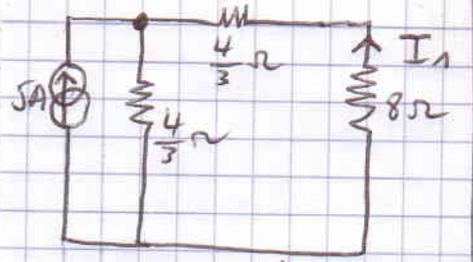
$$\Rightarrow I_2 = \frac{3E}{160R}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{E'}{40R} + \frac{3E}{160R} = \frac{4E' + 3E}{160R}$$

<u>Fig 7</u> remarquer d'abord que les 2 résistances (4 et 2 Ω) verticales ainsi que les 2 résistances (4 et 2 Ω) horizontales sont en parallèle, il faut donc simplifier le schéma, surtout que le courant à calculer ne traverse aucune des 4 résistances. Soit donc le schéma équivalent suivant : $(4\Omega // 2\Omega = \frac{4}{3}\Omega)$



5A activé
3A et 12V éteints

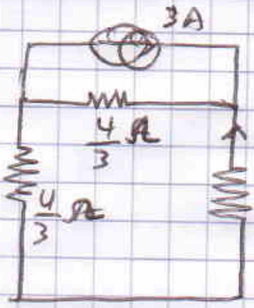


$$I_1 = -5 \cdot \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+8}$$

$$I_1 = -\frac{5}{8}\ A$$

le signe ⊖ vient du fait que I_1 et le courant de la source sont tous 2 entrants

3A activé
5A et 12V éteintes

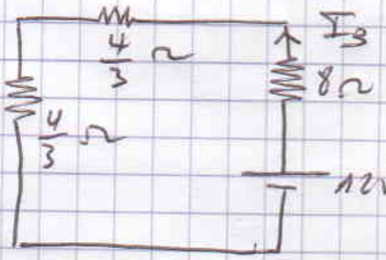


$$I_2 = -3 \times \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+8}$$

$$I_2 = -\frac{3}{8}\ A$$

m remarque pour le signe ⊖

12V active
5A et 3A éteints



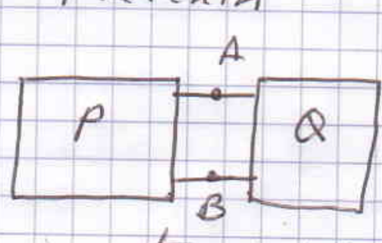
$$I_3 = \frac{12}{8+\frac{4}{3}+\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}\ A$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = -\frac{5}{8} - \frac{3}{8} + \frac{9}{8} = \frac{1}{8}\ A$$

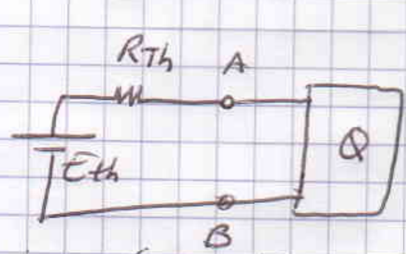
$I > 0$, le sens est correct

<u>Exercice 6</u> : Thévenin

<u>Rappel</u>

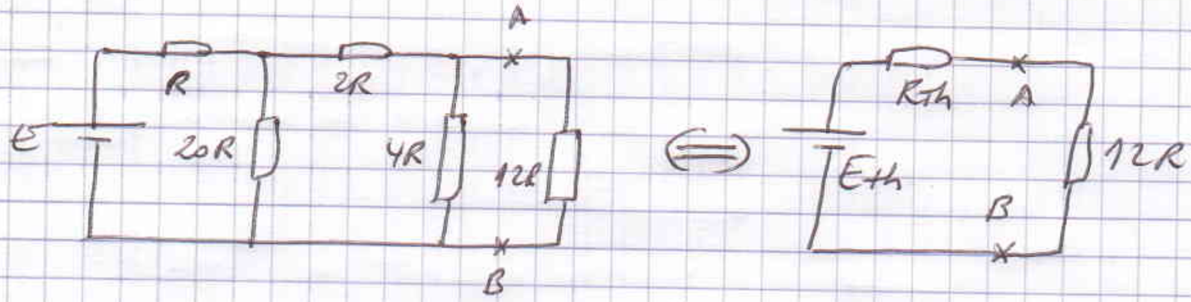


⟺

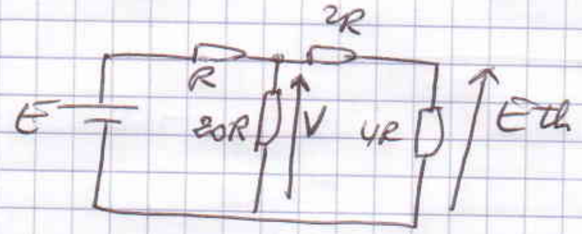


- E_{Th} = tension entre A et B, à vide (Q débranchée)
- R_{Th} = résistance entre A et B, Q débranchée et sources de P éteintes

Fig8



Calcul de E_{th}

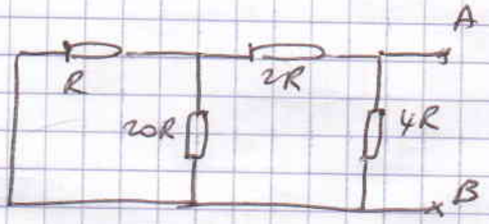


$$E_{th} = V \cdot \frac{4R}{2R+4R} = \frac{2}{3} V$$

$$V = E \cdot \frac{20R//(2R+4R)}{R+[20R//(2R+4R)]} = \frac{60E}{73}$$

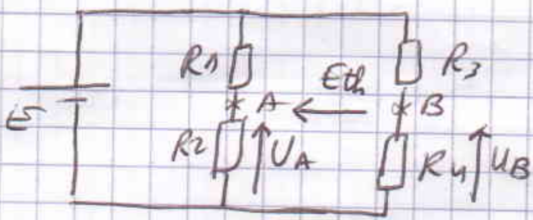
$$\Rightarrow E_{th} = \frac{40E}{73}$$

Calcul de R_{th}



$$R_{AB} = R_{Th} = 4R//\left[2R+(20R//R)\right] = \frac{124}{73} R$$

Fig9 (E_{th})

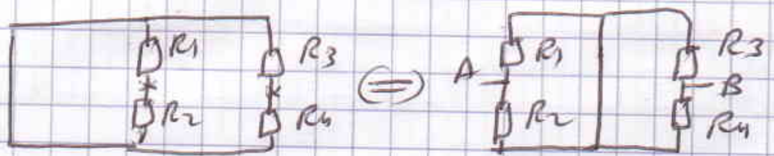


$$E_{th} = U_{AB} = U_A - U_B$$

$$U_A = E \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} \qquad U_B = E \frac{R_4}{R_3+R_4}$$

$$\Rightarrow E_{th} = E \cdot \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

(R_{Th})

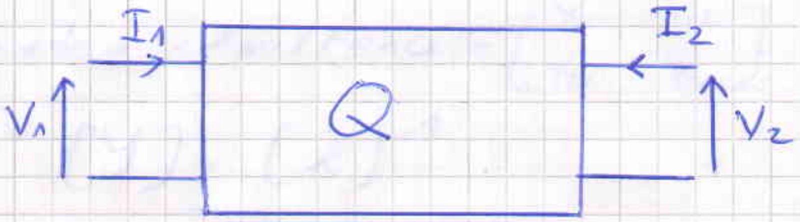


$$R_{Th} = (R_1//R_2) + (R_3//R_4)$$

Exercice 7 Kennely non inclus à l'examen

Corrigé TD3 - Les Quadripoles

Rappels



Le Quadripole communique par 2 bornes d'entrée et 2 bornes de sortie. Les sens choisis pour les courants sont conventionnels. Il existe 6 manières de représenter les 4 grandeurs (V_1, I_1, V_2, I_2) deux à deux en fonction les unes des autres.

1°) Entrées en fonction des sorties : paramètres de chaine ou de transfert directs

$$V_1 = A V_2 - B I_2 \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$
$$I_1 = C V_2 - D I_2$$

$[a] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ = matrice de chaine ou de transfert directe

2°/ Sorties en fonction des entrées : paramètres de chaine ou de transfert inverse

$$V_2 = A' V_1 - B' I_1 \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix}$$
$$I_2 = C' V_2 - D' I_2$$

$[a'] = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$ = matrice de chaine ou de transfert inverse

Remarque : $[a] \neq [a']^{-1}$

3°/ tensions en fonction des courants : paramètres impédances

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$
$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$[Z]$ = matrice impédance $= \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$

4°) Courants en fonction des tensions : paramètres admittances

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$
$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \text{matrice admittance} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}$$

<u>Remarque</u> $[Y] = [Z]^{-1}$

5) Paramètres hybrides : mélange entrée/sortie/courant/tension

* $\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$ ou $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

$[h] = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$ = matrice hybride directe

* $\begin{cases} I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2 \\ V_1 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2 \end{cases}$ ou $\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = (g) \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

$(g) = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ = matrice hybride inverse

<u>Remarque</u> : $(g) = (h)^{-1}$

Bien entendu les différents paramètres sont reliés entre eux

	a		Z		Y		h	
a	A	B	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{\Delta Z}{Z_{21}}$	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}}$	$-\frac{1}{Y_{21}}$	$-\frac{Dh}{h_{21}}$	$-\frac{h_{11}}{h_{21}}$
	C	D	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$-\frac{DY}{Y_{21}}$	$-\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$	$-\frac{h_{22}}{h_{21}}$	$-\frac{1}{h_{21}}$
Z	$\frac{A}{C}$	$\frac{AD-BC}{C}$	Z_{11}	Z_{12}	$\frac{Y_{22}}{DY}$	$-\frac{Y_{12}}{DY}$	$\frac{Dh}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$
	$\frac{1}{C}$	$\frac{D}{C}$	Z_{21}	Z_{22}	$-\frac{Y_{21}}{DY}$	$\frac{Y_{11}}{DY}$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$
Y	$\frac{D}{B}$	$-\frac{AD-BC}{B}$	$\frac{Z_{22}}{DZ}$	$-\frac{Z_{12}}{DZ}$	Y_{11}	Y_{12}	$\frac{1}{h_{11}}$	$-\frac{h_{12}}{h_{11}}$
	$-\frac{1}{B}$	$\frac{A}{B}$	$-\frac{Z_{21}}{DZ}$	$\frac{Z_{11}}{DZ}$	Y_{21}	Y_{22}	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{Dh}{h_{11}}$
h	$\frac{B}{D}$	$\frac{AD-BC}{D}$	$\frac{DZ}{Z_{22}}$	$\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$	$-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$	h_{11}	h_{12}
	$-\frac{1}{D}$	$\frac{C}{D}$	$-\frac{Z_{21}}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$	$\frac{DY}{Y_{11}}$	h_{21}	h_{22}

Détermination des paramètres

La détermination des paramètres se fait en prenant les cas particuliers de court-circuit ($V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$) et de circuit-ouvert ($I_1 = 0$ ou $I_2 = 0$)

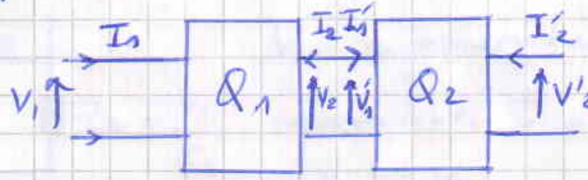
Du poin de vue pratique, c'est simple, il suffit de disposer d'un voltmètre et d'un amperemètre

Du point de vue théorique, il faut bien sûr connaître le circuit

Association de Quadripoles

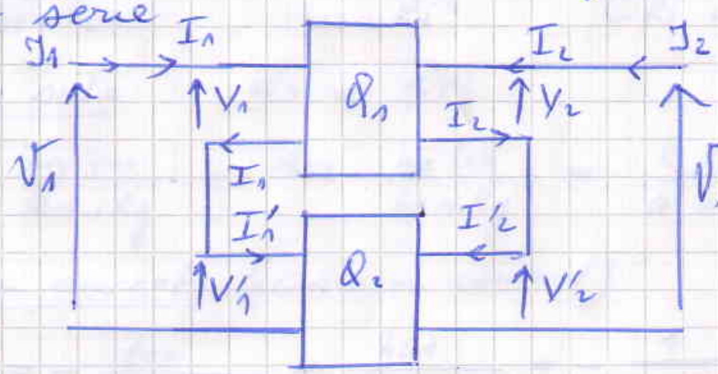
* association Cascade

$V_2' = V_2 \qquad I_1' = -I_2$



(La matrice de transfert) équivalente est égale au produit des matrices de transfert de chacun des quadripoles

* association série



$I_1 = I_1' = J_1$

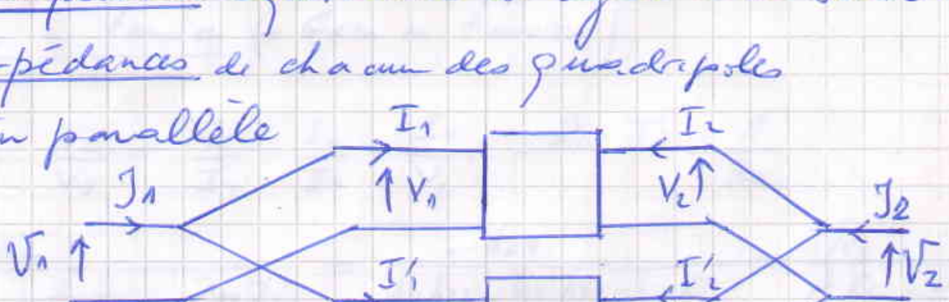
$I_2 = I_2' = J_2$

$\mathcal{V}_1 = V_1 + V_1'$

$\mathcal{V}_2 = V_2 + V_2'$

La matrice impédance équivalente est égale à la somme des matrices impédances de chacun des quadripoles

* association parallèle



$J_1 = I_1 + I_1'$

$J_2 = I_2 + I_2'$

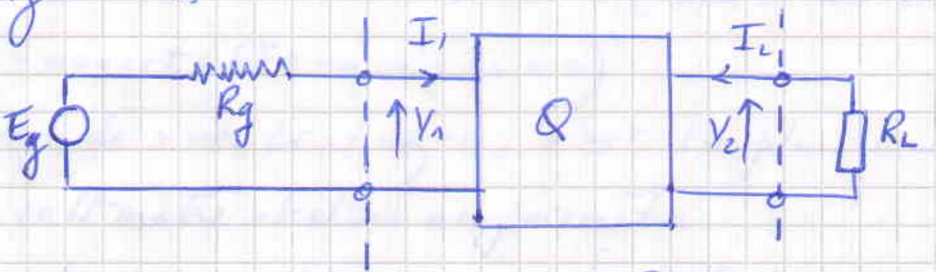
$\mathcal{V}_1 = V_1 = V_1'$

$\mathcal{V}_2 = V_2 = V_2'$

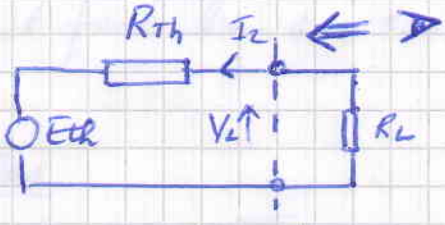
La matrice admittance équivalente est égale à la somme des matrices admittances de chacun des quadripoles

Le Quadripôle en fonctionnement

Il est attaqué par un signal et chargé par une charge R_L.



Vu de la charge, il est équivalent à une source et une impédance (voir Thevenin)



Vu du generateur, il est equivalente à une impédance $Z_e = \frac{V_1}{I_1}$

* Impédance d'entrée $Z_e = \frac{V_1}{I_1}$

$$Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12} . Z_{21}}{Z_{22} + R_L} = h_{11} - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{22} + R_L^{-1}} = \frac{A R_L + B}{C R_L + D}$$

* Impédance de sortie $Z_S = R_{Th}$

$$Z_S = Z_{22} - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_{11} + R_g} = h_{22} - \frac{h_{12} h_{21}}{h_{11} + R_g} = \frac{B + D . R_g}{A + C . R_g}$$

* Transmission en courant (= Gain en courant)

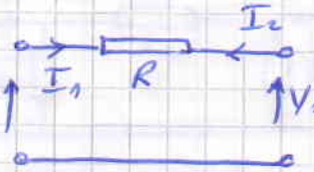
$$T_i = \frac{I_2}{I_1} = - \frac{Z_{21}}{Z_{22} + R_L} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} R_L} = - \frac{1}{D + C R_L}$$

* Transmission en tension (= Gain en tension)

$$T_v = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{I_2} . \frac{I_2}{I_1} . \frac{I_1}{V_1} = - R_L . T_i . \frac{1}{Z_e}$$

$$T_v = \frac{Z_{21} R_L}{Z_{11} R_L + Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}} = \frac{- h_{21}}{h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21} + h_{11} R_L^{-1}} = \frac{R_L}{A R_L + B}$$

Exercice 1



on observe que $I_1 = -I_2$. En outre $V_1 = V_2 + RI_1 = V_2 - RI_2$. Ces equations pourraient être présentées sous les formes suivantes.

$$\begin{cases} V_1 = V_2 - RI_2 \\ I_1 = \quad -I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A = 1 & B = R \\ C = 0 & D = 1 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1}{R} - \frac{V_2}{R} \\ I_2 = -\frac{V_1}{R} + \frac{V_2}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} Y_{11} = \frac{1}{R} & Y_{12} = -\frac{1}{R} \\ Y_{21} = -\frac{1}{R} & Y_{22} = \frac{1}{R} \end{matrix}$$

On remarque que le Déterminant de la matrice admittance est nul ⇒ Elle n'est pas inversible ⇒ matrice impédance indéfinie

---

$V_1 = V_2$ et $V_1 = R(I_1 + I_2)$. Ce qui peut être écrit comme suit

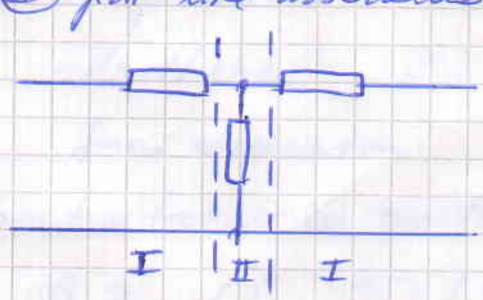
$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ I_1 = \frac{V_2}{R} - I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A = 1 & B = 0 \\ C = \frac{1}{R} & D = 1 \end{matrix}$$

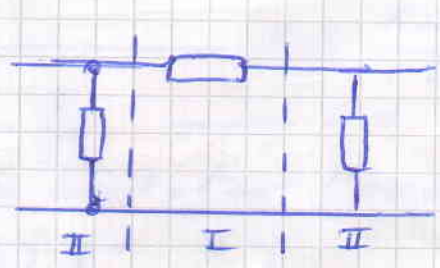
$$\begin{cases} V_1 = RI_1 + RI_2 \\ V_2 = RI_1 + RI_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} Z_{11} = R & Z_{12} = R \\ Z_{21} = R & Z_{22} = R \end{matrix}$$

Le Déterminant de la matrice impédance étant nul, la matrice admittance n'est pas définie

---

Les montages III et IV sont obtenus à partir des montages I et II par une association cascade

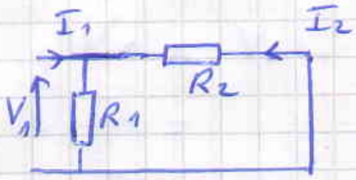




Methodes de court_circuit et le circuit_ouvert

$$V_1 = A V_2 - B I_2$$
$$I_1 = C V_2 - D I_2$$

* $V_2 = 0$ (Sortie court_circuit). La résistance R_3 est court-circuitée, elle ne joue aucun rôle. On a le montage equivalent



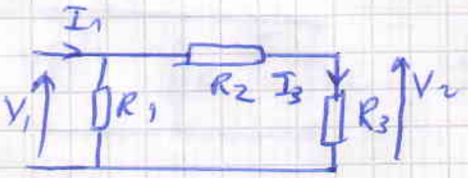
$$\begin{cases} V_1 = -B I_2 \\ I_1 = -D I_2 \end{cases}$$

R_1 et R_2 se retrouvent en parallèle

$V_1 = -R_2 I_2 \Rightarrow B = R_2$

Diviseur de courant $I_2 = -I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$. Faire attention au signe (-), I_1 et I_2 sont tous les deux entrants $\Rightarrow D = \frac{R_1+R_2}{R_1}$

* $I_2 = 0$ (Sortie en circuit ouvert). R_2 et R_3 se retrouvent en série



$$\begin{cases} V_1 = A V_2 \\ I_1 = C V_2 \end{cases}$$

Diviseur de tension : $V_2 = V_1 \cdot \frac{R_3}{R_2+R_3} \Rightarrow A = \frac{R_2+R_3}{R_3}$

$C = \frac{I_1}{V_2} = \frac{I_1}{I_3} \cdot \frac{I_3}{V_2}$

$I_3 = I_1 \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$ $\qquad V_2 = R_3 I_3 \Rightarrow C = \frac{R_1+R_2+R_3}{R_1 R_3}$

Conseil : Verifier l'homogeneité des paramètres à chaque fois

A : sans unité (sans dimension) $A = \frac{V_1}{V_2}$ ——— $A = \frac{R_2+R_3}{R_3}$

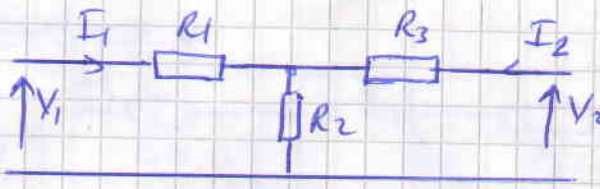
B : Impédance $B = -\frac{V_1}{I_2}$ ——— $B = R_2$

C : admittance $C = \frac{I_1}{V_2}$ ——— $C = \frac{R_1+R_2+R_3}{R_1 R_3}$

D : sans dimension $D = -\frac{I_1}{I_2}$ ——— $D = \frac{R_1+R_2}{R_1}$

On peut retrouver ces resultats en constatant l'association cascade

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_3} & 1 \end{bmatrix}$$



$$V_1 = A V_2 - B I_2$$
$$I_1 = C V_2 - D I_2$$

* $\underline{V_2 = 0}$ R_2 est en parallèle avec R_3

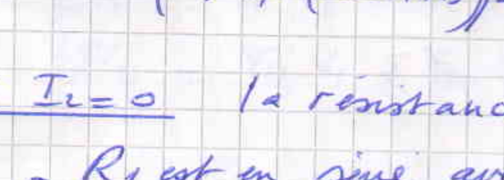
$$\begin{cases} V_1 = -B I_2 \\ I_1 = -D I_2 \end{cases}$$

Diviseur de courant : $I_2 = -I_1 \cdot \dfrac{R_2}{R_2+R_3} \Rightarrow D = \dfrac{R_2+R_3}{R_2}$

$$B = -\frac{V_1}{I_2} = \frac{V_1}{I_1}\left(-\frac{I_1}{I_2}\right) = \frac{V_1}{I_1} \cdot D$$

$$V_1 = \left(R_1 + (R_2 /\!/ R_3)\right) I_1 = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2+R_3} I_1 \Rightarrow B = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$$

* $\underline{I_2 = 0}$ la résistance R_3 est en l'air, elle ne joue aucun rôle. R_1 est en série avec R_2



$$\begin{cases} V_1 = A V_2 \\ I_1 = C V_2 \end{cases}$$

Diviseur de tension : $V_2 = V_1 \cdot \dfrac{R_2}{R_1+R_2} \Rightarrow A = \dfrac{R_1+R_2}{R_2}$

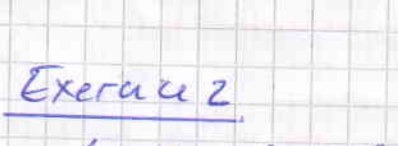
$V_2 = R_2 I_1 \Rightarrow C = \dfrac{1}{R_2}$

On peut retrouver ces résultats en utilisant l'association cascade.

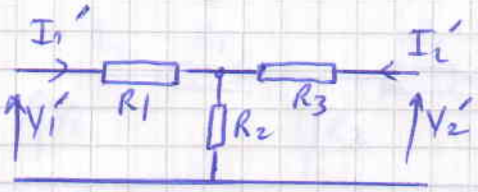
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercice 2

Le quadripole fig. 2 est la mise en parallèle de (I) avec (IV). La matrice admittance équivalente est égale à la somme des matrices admittance



$$Y_{11} = \frac{1}{R_4} \qquad Y_{12} = -\frac{1}{R_4}$$
$$Y_{21} = -\frac{1}{R_4} \qquad Y_{22} = \frac{1}{R_4}$$



$$Y'_{11} = \frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \qquad Y'_{12} = -\frac{R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

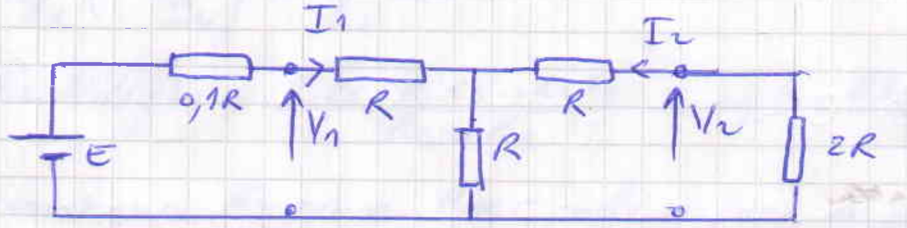
$$Y'_{21} = -\frac{R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \qquad Y'_{22} = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

Ces paramètres peuvent être calculés par les méthodes de court-circuit (entrée et sortie) ou bien déduits des paramètres de chaine calculés précédemment

$$\Rightarrow \quad y_{11} = Y_{11} + Y'_{11} \qquad y_{12} = Y_{12} + Y'_{12}$$

$$y_{21} = Y_{21} + Y'_{21} \qquad y_{22} = Y_{22} + Y'_{22}$$

Exercice 3



* Impédance d'entrée

$$Z_e = \frac{A.R_L + B}{C\,R_L + D}$$ ou bien la calculer directement

$$\begin{cases} A = 2 & B = 3R \\ C = \frac{1}{R} & D = 2 \qquad R_L = 2R \end{cases} \Rightarrow Z_e = \frac{7R}{4}$$

ou bien $Z_e = \frac{V_1}{I_1} = R + [R /\!/ (R+2R)] = \frac{7R}{4}$

* Impédance de sortie

$$Z_s = \frac{B + D\,R_g}{A + C\,R_g} = \frac{3R + 0{,}2R}{2 + 0{,}1} = \frac{32}{21}R$$

ou bien $Z_s = R + \left(R /\!/ (R + 0{,}1R)\right) = \frac{32}{21}R$

* Gain en courant

$$T_i = -\frac{1}{D + C\,R_L} = -\frac{1}{2 + \frac{1}{R}.2R} = -\frac{1}{4}$$

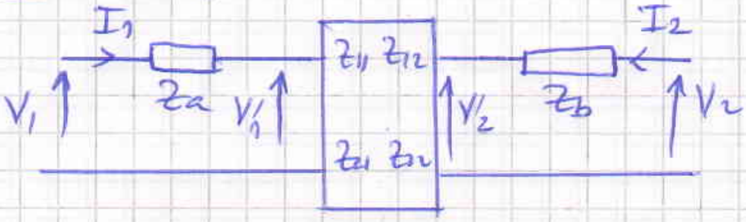
ou bien $I_2 = -I_1 . \frac{R}{R+R+2R} \Rightarrow T_i = -\frac{1}{4}$

* Gain en tension

$$T_v = \frac{R_L}{A\,R_L + B} = \frac{2R}{4R + 3R} = \frac{2}{7}$$

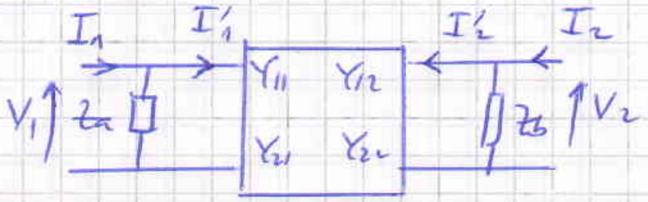
ou bien $T_v = -R_L . T_i . Z_e^{-1} = -2R.\left(-\frac{1}{4}\right).\frac{4}{7R} = \frac{2}{7}$

Exercice 4



$$V_1 = V'_1 + Z_a I_1$$
$$V_2 = V'_2 + Z_b I_2$$

$$\begin{cases} V'_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V'_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = (Z_{11} + Z_a) I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + (Z_{22} + Z_b) I_2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} I_1 = \frac{V_1}{Z_a} + I'_1 \\ I_2 = \frac{V_2}{Z_b} + I'_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I'_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I'_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \left(Y_{11} + \frac{1}{Z_a}\right) V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + \left(Y_{22} + \frac{1}{Z_b}\right) V_2 \end{cases}$$

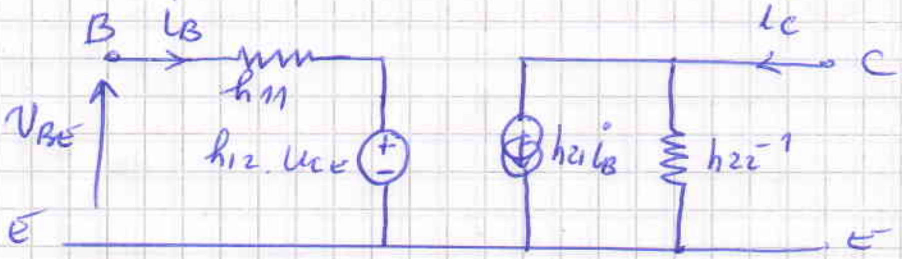
Exercice 5

$V_1 = u_{BE}$ $\qquad V_2 = u_{CE}$

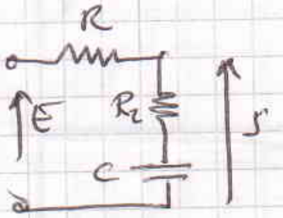
$I_1 = i_B$ $\qquad I_2 = i_C$

$h_{12}\, u_{CE}$ = source liée à u_{CE} (de tension)

$h_{21}\, i_B$ = source de courant liée à i_B



Corrigé Série 4



$$F(j\omega) = \frac{S}{E} = \frac{R_2 + \frac{1}{jC\omega}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1 + jR_2C\omega}{1 + j(R_1+R_2)C\omega}$$

soit $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2 C}$ et $\omega_1 = \dfrac{1}{(R_1+R_2)C}$

$\omega_1 < \omega_2$

$$\Rightarrow F(j\omega) = \frac{1 + j\,\omega/\omega_2}{1 + j\,\omega/\omega_1}$$

$$|F(j\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}} \qquad \varphi(j\omega) = \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_2} - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\omega_1}$$

$$F_{dB} = 20\log\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}} - 20\log\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}$$

Soit $F_{dB} = F_2 + F_1$ avec

$$F_2 = 20\log\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}} \text{ et } F_1 = -20\log\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}$$

Tracé asymptotique

$\omega \to 0$ $\left(\begin{array}{l} \omega \ll \omega_1 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_1} \ll 1 \\ \omega \ll \omega_2 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_2} \ll 1 \end{array} \right)$

$$\left.\begin{array}{l} F_1 \to 20\log 1 = 0\,dB \\ F_2 \to 20\log 1 = 0\,dB \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} F \to 0\,dB \\ \varphi \to 0 - 0 = 0 \end{array}$$

$\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$ $\left(\begin{array}{l} \omega \gg \omega_1 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_1} \gg 1 \\ \omega \ll \omega_2 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_2} \gg 1 \end{array} \right)$

$F_1 \to -20\log\frac{\omega}{\omega_1}$ pente $-20\,dB$/decade ou $6\,dB$/octave

$F_2 \to 0 \Rightarrow F \to$ droite pente $-6\,dB$/octave

$\varphi \to 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$

$\omega \gg \omega_2$, $\omega \to \infty$

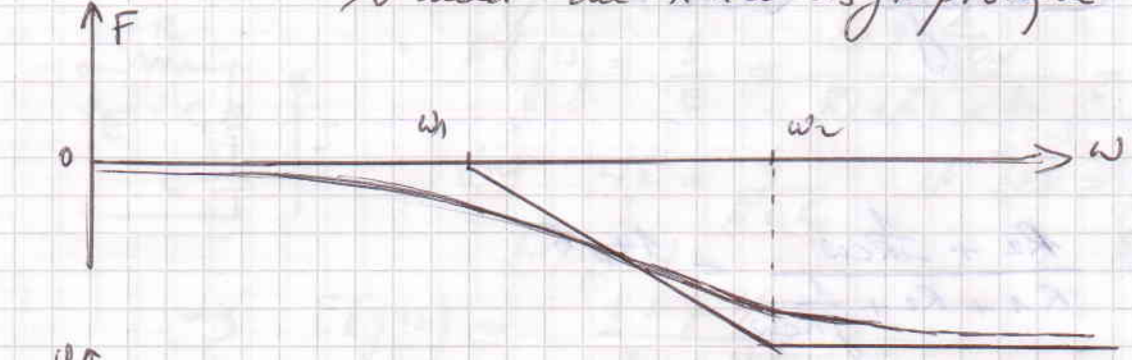
$F_1 \to -20\log\frac{\omega}{\omega_1}$ Pente $-6\,dB$/octave

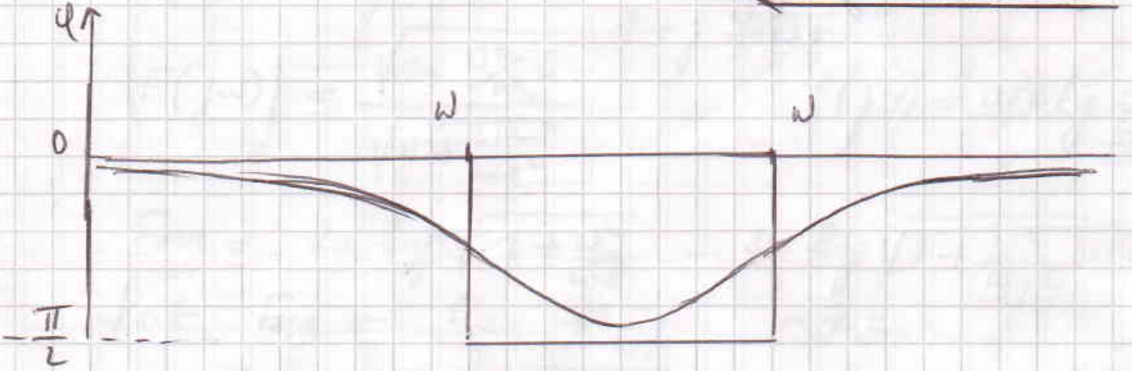
$F_2 \to 20\log\frac{\omega}{\omega_2}$ Pente $+6\,dB$/octave

$\Rightarrow F \to 0$

$\varphi \to \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

Tracé réel : Calculer F pour $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_2$ et s'aider du tracé asymptotique





$$\omega = \omega_1, \quad F = 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)^2} - 20 \log \sqrt{1+1}$$

$$F = 20 \log \sqrt{1 + \frac{(R_2)^2}{(R_1+R_2)^2}} - 3\,dB$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{R_2}{R_1+R_2} - \frac{\pi}{4}$$

$$\omega = \omega_2, \quad F = 20 \log \sqrt{1+1} - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{R_1+R_2}{R_2}\right)^2}$$

$$F = 3\,dB - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{R_1+R_2}{R_2}\right)^2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{R_2+R_1}{R_2}$$

Exercice 2 : Diodes

Rappels : Diode  A = anode

A K K = cathode

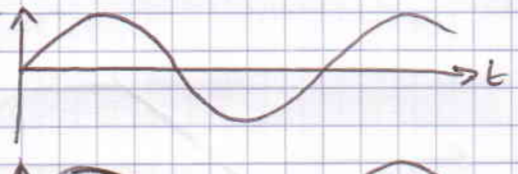
si $V_{AK} > 0$ ($V_A > V_K$) la diode est polarisée en direct, elle conduit

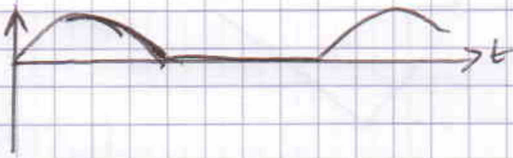
si $V_{AK} < 0$ ($V_A < V_K$) la diode est polarisée en inverse, elle est bloquée

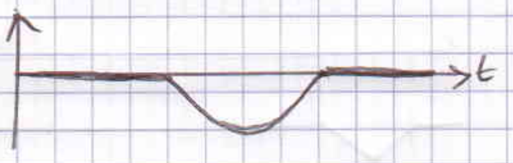
Diode idéale = interupteur fermé (si polarisation directe)
ouvert (si polarisation inverse)

si $V_{AK} > 0$ 

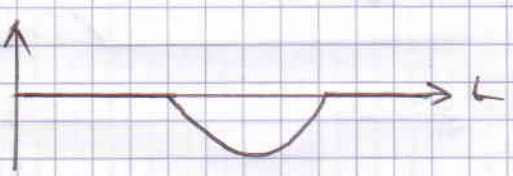
(I) si $V_{AK} < 0$ 

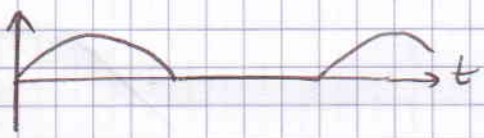


(a) 

(b) 

redresseurs mono alternance

(c) 

(d) 

(e) 

Détecteur de crête (valeur maximale) _ Le condensateur reste chargé à la valeur max de e.

(II) (a) si $e > E$, $\Rightarrow s = E$ (D passante)

si $e < E \Rightarrow s = e$ (D bloquée)

(b) si $e > -E \Rightarrow s = -E$ (D passante)

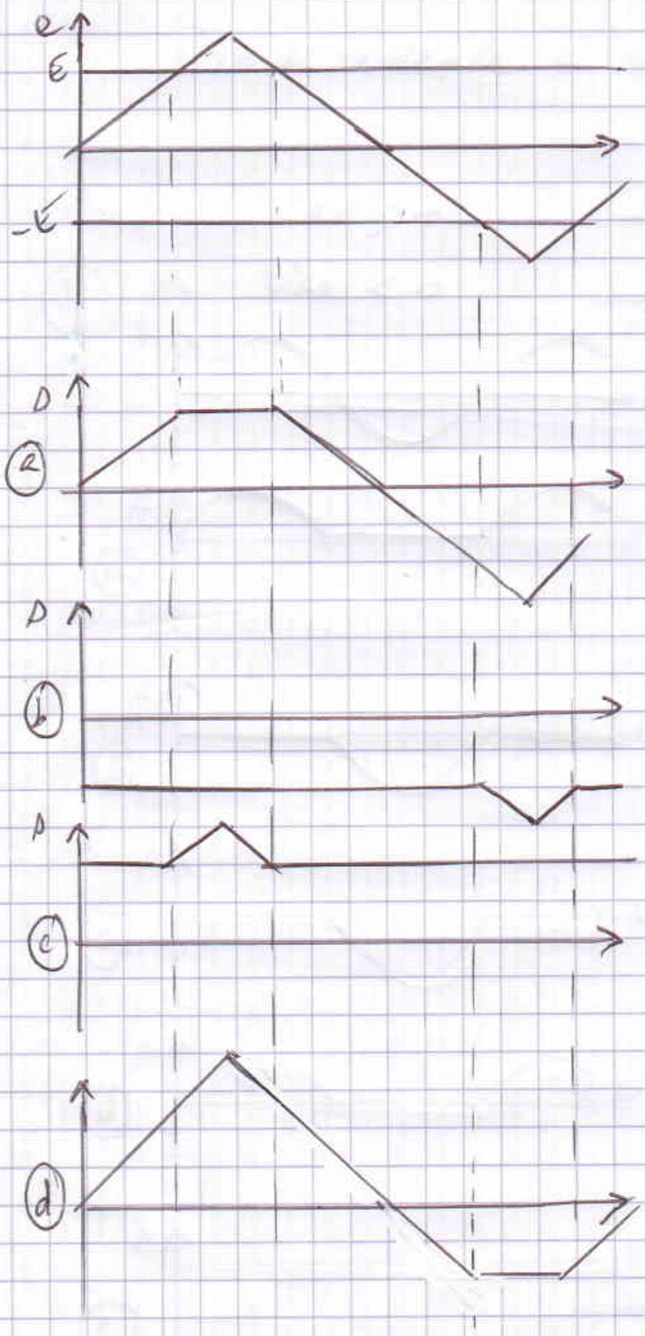
si $e < -E \Rightarrow s = e$ (D bloquée)

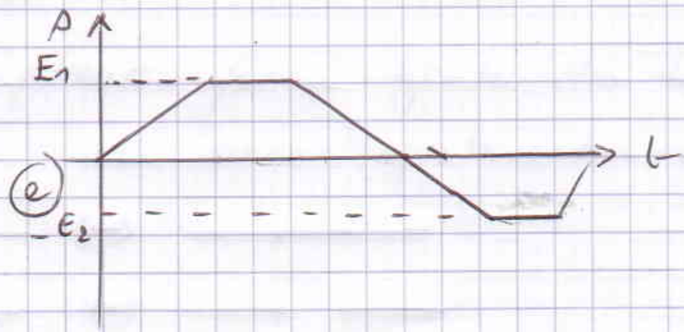
(c) si $e < E \Rightarrow s = E$ (D passante)

si $e > E \Rightarrow s = e$ (D bloquée)

(d) si $e > -E \Rightarrow s = e$ (D bloquée)

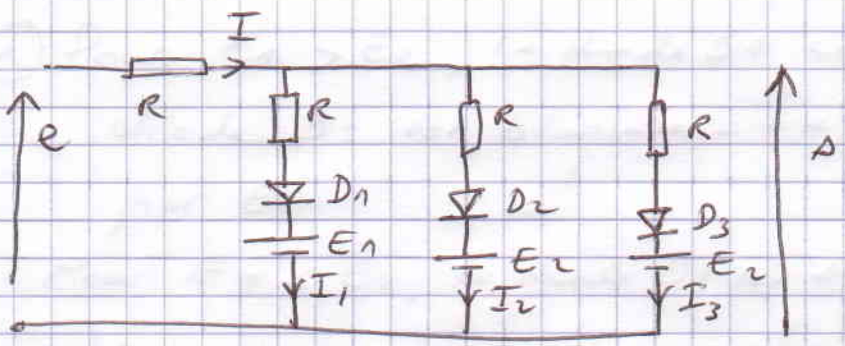
si $e < -E \Rightarrow s = -E$ (D passante)





Circuits écreteurs simples et double

III



$s = e - RI \qquad I = I_1 + I_2 + I_3$

* $e < E_1 \Rightarrow D_1, D_2, D_3$ bloquées $I = 0 \Rightarrow \boxed{s = e}$

* $E_1 < e < E_2 \Rightarrow D_1$ conduit $(I_1 \neq 0)$, D_2, D_3 bloquées $(I_2 = 0, I_3 = 0) \Rightarrow I = I_1$

$s = e - RI_1$

$s = E_1 + RI_1 \Rightarrow RI_1 = s - E_1$ $\Big| \Rightarrow s = e - s + E_1 \Rightarrow$

$$\boxed{s = \frac{1}{2} e + \frac{E_1}{2}}$$

* $E_2 < e < E_3$ D_1, D_2 conduisent

D_3 bloquées

$s = e - RI_1 - RI_2$

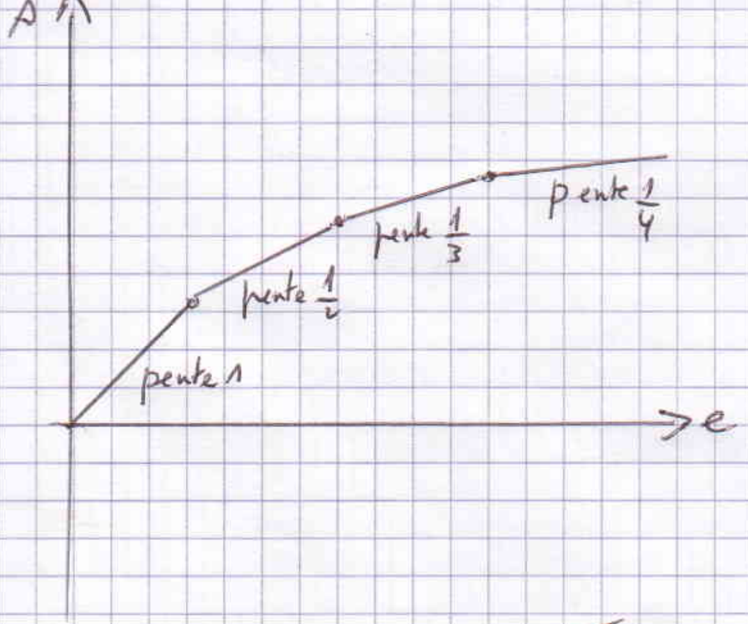
$RI_1 = s - E_1$ et $RI_2 = s - E_2 \Rightarrow \boxed{s = \frac{1}{3} e + \frac{E_1 + E_2}{3}}$

* $E_3 < e \Rightarrow D_1, D_2, D_3$ conduisent

$s = e - R(I_1 + I_2 + I_3)$ et $RI_1 = s - E_1$, $RI_2 = s - E_2$

$RI_3 = s - E_3$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{4} e + \frac{E_1 + E_2 + E_3}{4}$$



Conformateur de courbes (en brisant la droite en des points choisis, on obtient des courbes)

IV a) Pour $E_1 > E_2$, la diode D_1 conduit et la diode D_2 est bloquée - La lampe est alimentée par E_1

Pour $E_1 < E_2$, la diode D_1 est bloquée et la diode D_2 conduit - la lampe est alimentée par E_2

b) si une des entrées est = 5V, la diode correspondante conduit, la sortie s est = 5V

c) si les 2 diodes sont = 5V, elles sont alors bloquées, pas de courant, la sortie est alors = 5V

		s
0V	0V	0V
0V	5V	5V
5V	0V	5V
5V	5V	5V

opérateur logique OU
(OR)

		s
0V	0V	0V
0V	5V	0V
5V	0V	0V
5V	5V	5V

Opérateur logique ET
(AND)