Première partie :

1. deux courbes d'iso-produit dans la carte d'indifférence du même producteur ne peuvent pas se couper, puisque dans le cas contraire cela veut dire, qu'une même combinaison (K, L) peut produire deux niveaux différents, ce qui est impossible.

2. économiquement, les rendements d'échelle signifient la relation qui existe entre la variation de la production et la variation des facteurs de production. Si la variation de la production est plus que proportionnelle par rapport à la variation des facteurs de production, on va dire que les rendements d'échelle (ou dimensionnels) sont croissants, et si cette variation est proportionnelle par rapport à la variation des facteurs, on va dire que les rendements d'échelle sont constants, et si elle est moins que proportionnelle on dit, les rendement d'échelle sont décroissants.

3. l'élasticité partielle (factorielle) mesure l'effet de la variation de l'un des facteurs de production sur la production. Autrement dit, elle nous indique de combien la production varie si le capital ou le travail augmente de 1%. Exemple : $E_{P/L} = 0,5$ Signifie que la production augmente de 0,5 %, si le facteur travail augmente de 1%.

Exercice 1 :

1. L'expression du $TMST_{K\,à\,L}$ sur une courbe d'iso-produit :

Le $TMST_{K\,à\,L}$ en un point quelconque de la courbe d'iso-produit est donné par l'égalité suivante : $TMST_{K\,à\,L} = \frac{PPmgk}{PPmgl} = \frac{-dl}{dk}$

2. L'expression du $TMST_{K\,à\,L}$ des fonctions (1) et (2) :

a. $TMST_{K\,à\,L}$ de la première fonction de production :

$$\mathbf{TMST_{K\,à\,L}} = \frac{0,2\,K^{-0,8}L^{0,5}}{0,5\,K^{0,2}L^{-0,5}} = \frac{0,2\,L^{0,5}L^{0,5}}{0,5\,K^{0,8}K^{0,2}} = \frac{0,2\,L}{0,5\,K} = \frac{2\,L}{5\,K}$$

b. $TMST_{K\,à\,L}$ de la deuxième fonction de production :

$$\mathbf{TMST_{K\,à\,L}} = \frac{2\beta L^{3/4}\,K^{\beta-1}}{2\left(\frac{3}{4}\right)L^{-1/4}\,K^{\beta}} = \frac{\beta L^{3/4}L^{1/4}}{\left(\frac{3}{4}\right)K^{\beta}\,K^{-\beta+1}} = \frac{\beta\,L}{3/4\,K} = \frac{4\beta\,L}{3\,K}$$

3. La valeur du $TMST_{L\,à\,K}$ lorsque P =2 et L = 3 :

On a : P3=f(k,l)=2 => $2L^{1/2}K^{1/2} = \mathbf{2}$ => $L^{1/2}K^{1/2} = 1$ => $L^{1/2}K^{1/2} = 1^{1/2}$ => L. K = 1 => $K = \frac{1}{L}$ est l'équation de l'iso-produit P = 2.

On a : $TMST_{L,K} = \frac{-\Delta K}{\Delta L} = \frac{-\delta k}{\delta L} = \frac{-(-1)}{l^2} = \frac{1}{l^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

Ou bien:

On a : $TMST_{L,K} = \frac{PPmgL}{PPmgK} = \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)L^{-1/2}K^{1/2}}{2\left(\frac{1}{2}\right)L^{1/2}K^{-1/2}} = \frac{K^{1/2}K^{1/2}}{L^{1/2}L^{1/2}} = \frac{K}{L} = \frac{\frac{1}{L}}{L} = \frac{1}{L^2} = \frac{1}{9}$.

Exercice n°02 :

On a**:** $p=f(k,l)=bl^{\alpha}k^{\beta}$

1. Les rendements dimensionnels de la fonction :

On sait qu'une fonction est homogène si : $\forall$ a $\in$ à R^{+} -{0} : $f(ak,al) = a^{\lambda} f(k,l)$.

Appliquons la définition de l'homogénéité à cette fonction :

On a : $f(ak,al) = b(al)^{\alpha}(ak)^{\beta} = b\, a^{\alpha}l^{\alpha}a^{\beta}k^{\beta} = a^{\alpha+\beta}\, bl^{\alpha}k^{\beta} = a^{\alpha+\beta} * f(k,l)$ donc : P est homogène de degré : $\boldsymbol{\lambda=\alpha+\beta}$. Donc : **Lorsque :**

$\boldsymbol{\alpha+\beta=1}$=> Les rendements dimensionnels (d'échelle) sont constants,

$\boldsymbol{\alpha+\beta<1}$=> Les rendements dimensionnels sont décroissants,

$\boldsymbol{\alpha+\beta>1}$=> Les rendements d'échelle sont croissants.

2. Calcul de α et β:

a. calcul de la valeur de α :

$$on\ a: E_{P/L} = \frac{\partial P}{\partial L} * \frac{L}{p} = \boldsymbol{\alpha}\, b\, L^{\alpha-1} K^{\beta}\, \frac{L}{bL^{\alpha}K^{\beta}} = \frac{\alpha b L^{\alpha}K^{\beta}}{bL^{\alpha}K^{\beta}} = \boldsymbol{\alpha}$$

On: $\begin{cases} E_{P/L} = 0{,}5 \\ E_{P/L} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha = 0{,}5$

b. calcul de la valeur de β :

On: $\begin{cases} \lambda = 2 \\ \lambda = \alpha + \beta \end{cases} \Rightarrow 2 = 0{,}5 + \beta \Rightarrow \beta = 1{,}5$

3. le pourcentage de variation du volume de production lorsque « L » augmente de 20% :

$E_{P/L} = 0{,}5$	**ΔL/L**	**ΔP/P**	$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{(+20\%)(+0{,}5\%)}{+1\%}$ = 10%.
	+1%	**+0,5%**	
	+20%	**ΔP/P**	

Ou bien : $E_{P/L} = \frac{\frac{\Delta P}{p}}{\frac{\Delta L}{L}} \Rightarrow \frac{\Delta P}{p} = E_{P/L} * \frac{\Delta L}{L}$ = 0,5 * (20%) = 10%.

4. le pourcentage de variation du volume de production lorsque les deux facteurs K et L augmentent de **100%**.

On $f(ak, al) = a^2 .P$ On a : $a = \frac{\Delta\%\, K,L}{100} + 1 = \frac{100}{100} + 1 = 2$ Donc : $f(2K,2L) = 2^2\, P = 4P$

Dunc: $\frac{\Delta p}{p} * 100 = \frac{4p-P}{p} * 100 = 300\ \%$.